# 動的システムの解析と制御レポート#10(2024.11.29 出題)

学籍番号: 氏名:

提出〆切:12 月 4 日 (水)17:00（厳守)、提出先: **機械建設 1 号棟 405 室（小林居室）のドアポスト**
**注意：この用紙に直接記入すること（別紙に記入しないこと）**

**課題 5** $a, b, q, r$ は与えられた実数で、$q > 0, r > 0$ であるとする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = ax + bu$$

に対して、$u = -fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left\{qx^2(t) + ru^2(t)\right\} dt \tag{1}$$

を最小化したい。すなわち、そのような $f$ を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような $f$ は、リカッチ代数方程式

$$ap + pa + q - pbr^{-1}bp = 0 \tag{2}$$

の解 $p > 0$ を用いて、

$$f = r^{-1}bp \tag{3}$$

と与えられる。

または直接、$\frac{dJ}{df} = 0$ より、$f$ に関する二次方程式

$$2rf(bf - a) - (q + rf^2)b = 0 \tag{4}$$

の二つの解のうち、閉ループ系が安定となる方の解として与えられる。

$a = 1, b = 1, q = 1, x(0) = 1$ とする。以下の (1)〜(3) の問に答えよ。

**(1)** $r = 1, 3$ のとき、$f$ を求めよ。(2 点)

**(2)** $r = 1, 3$ のとき、$a - bf$ を求めよ。(2 点)

**(3)** $r = 1, 3$ のとき、$\displaystyle\int_0^\infty u^2 dt$ を求めよ。(2 点)