

動的システムの解析と制御レポート #11(2023.12.15 出題)

学籍番号: _____ 氏名: _____

提出メ切:12月20日(水)17:00(厳守)、提出先: 機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト]
注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題 6 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$, $r = 1$ とする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

に対して、 $u = -Fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Qx(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような F を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような F は、リカッチ代数方程式

$$A^T P + PA + Q - PBr^{-1}B^T P = 0 \quad (2)$$

の正定解 $P > 0$ を用いて、

$$F = r^{-1}B^T P \quad (3)$$

と与えられる。

以下の(1)~(3)の間に答えよ。

- (1) $P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$ とおく。リカッチ方程式の解 P を求めよ。ただし、 $p_2 = 4$ である。(3点)
- (2) (1)の解 P が正定であることを示せ。(1点)
- (3) F を求め、そのときの閉ループ系が安定となることを示せ。(2点)