

# サンプル値 $\mathcal{H}_\infty$ 制御に基づく 一次元ダクト系の消音制御

小林 泰秀<sup>1</sup>, 藤岡 久也<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 長岡技術科学大学, <sup>2</sup> 京都大学

# 背景

- 消音制御 ... 低周波騒音の低減 (省スペース, 軽量化)
- 一次元ダクト系 ... 最も単純な消音制御対象

# 背景

- 消音制御 ... 低周波騒音の低減 (省スペース, 軽量化)
- 一次元ダクト系 ... 最も単純な消音制御対象

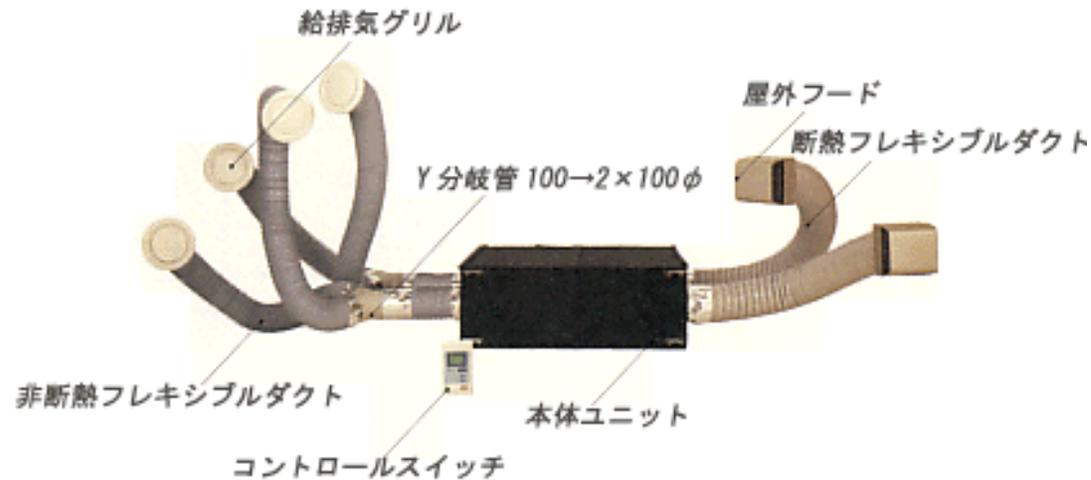
しかし, 高価

# 背景

- 消音制御 ... 低周波騒音の低減 (省スペース, 軽量化)
- 一次元ダクト系 ... 最も単純な消音制御対象

しかし, 高価

- 一般住宅における換気システム



普及には低コスト化が重要.

# 背景(つづき)

- なぜ高価なのか?
  - 環境の変化に追従させたい
    - ... 適応制御 (LMS アルゴリズム) の採用
    - 高速な DSP が必要

# 背景(つづき)

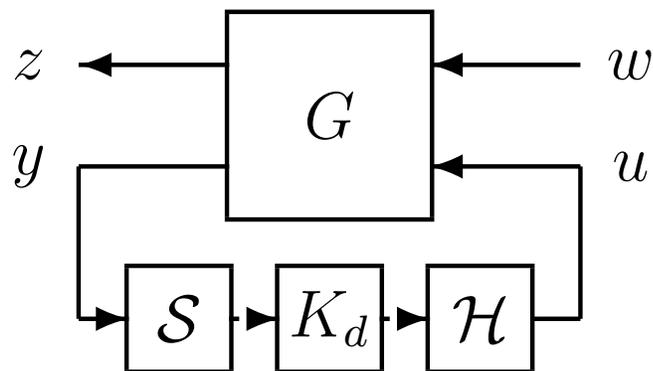
- なぜ高価なのか?
  - 環境の変化に追従させたい
    - ... 適応制御 (LMS アルゴリズム) の採用
    - 高速な DSP が必要
- 環境の変化少ない場合は?
  - 適応制御 (適応後の補償器を実装)
    - 利点 事前のモデリング不要. 手軽.
    - 欠点 学習係数の調整が難しい
  - ロバスト制御 ( $H_\infty$  制御等)
    - 利点 試行錯誤の少ない設計が可能
    - 欠点 モデリング, 設計に手間

# 背景(つづき)

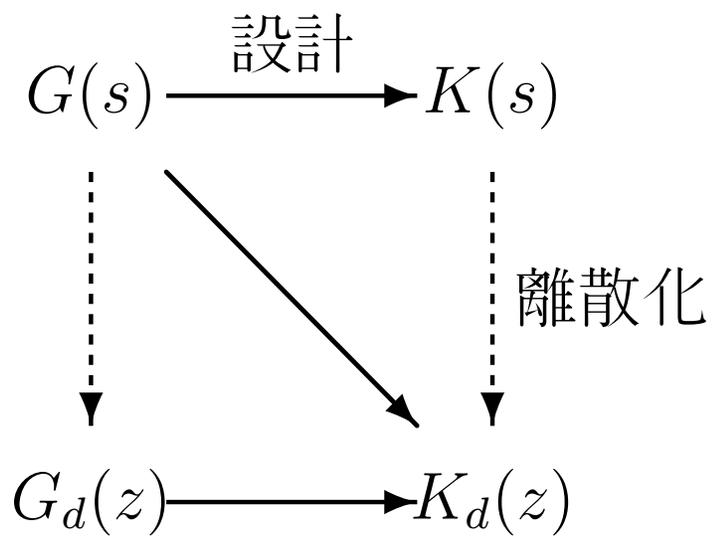
- なぜ高価なのか?
  - 環境の変化に追従させたい
    - ... 適応制御 (LMS アルゴリズム) の採用
    - 高速な DSP が必要
- 環境の変化少ない場合は?
  - 適応制御 (適応後の補償器を実装)
    - 利点 事前のモデリング不要. 手軽.
    - 欠点 学習係数の調整が難しい
  - ロバスト制御 ( $\mathcal{H}_\infty$  制御等)
    - 利点 試行錯誤の少ない設計が可能
    - 欠点 モデリング, 設計に手間
- デジタル実装

# 背景(つづき)

## ● デジタル補償器設計



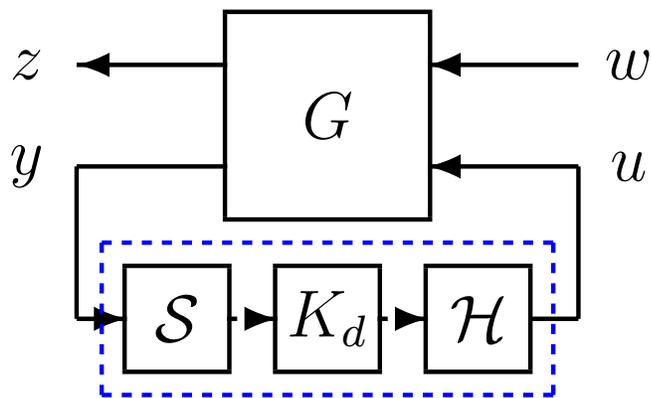
$h$ : サンプルング周期



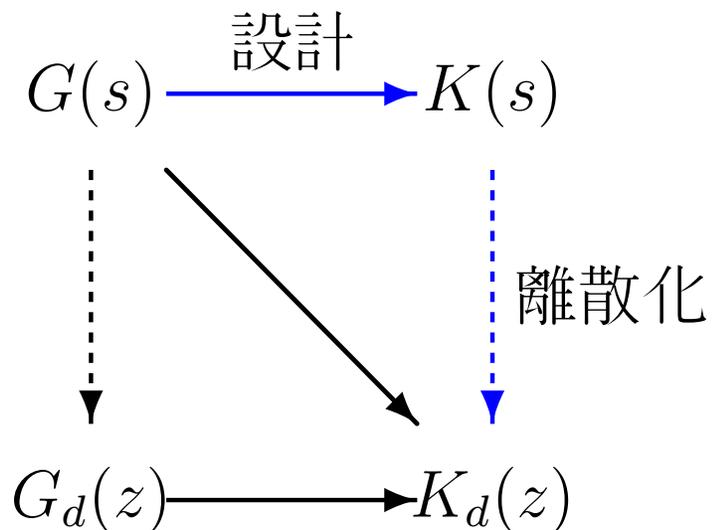
低コスト化のために、 $h$  を長くすることが重要

# 背景(つづき)

## ● デジタル補償器設計



$h$ : サンプルング周期

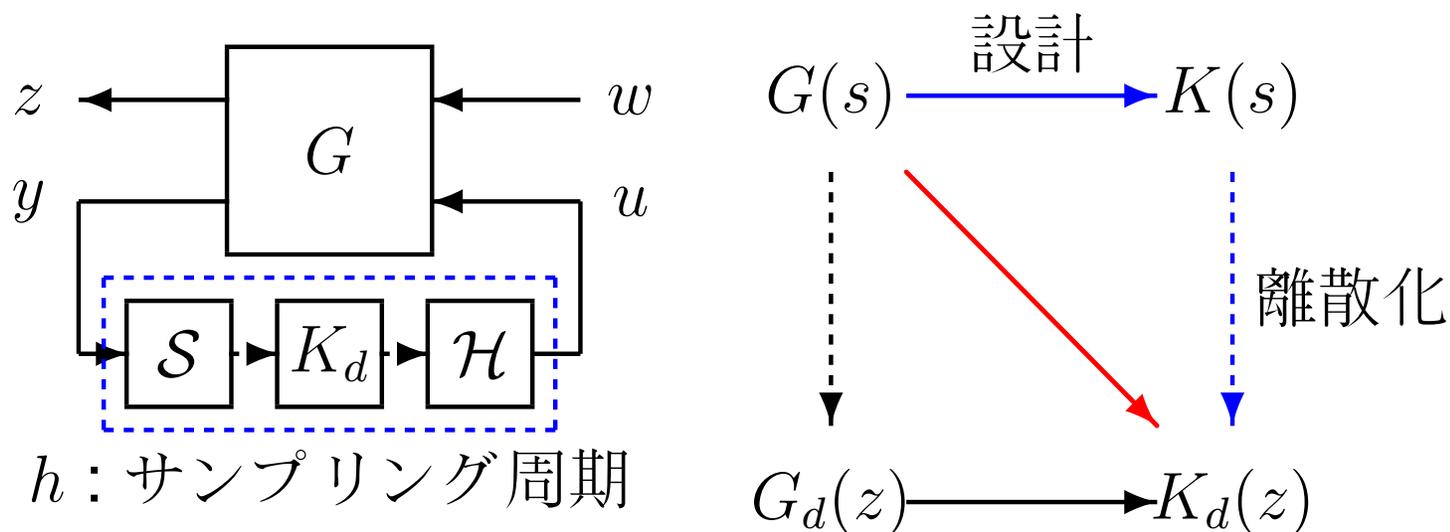


低コスト化のために、 $h$  を長くすることが重要

● 連続時間  $\mathcal{H}_\infty$  ベース設計 ... 性能の保証なし

# 背景(つづき)

## ● デジタル補償器設計



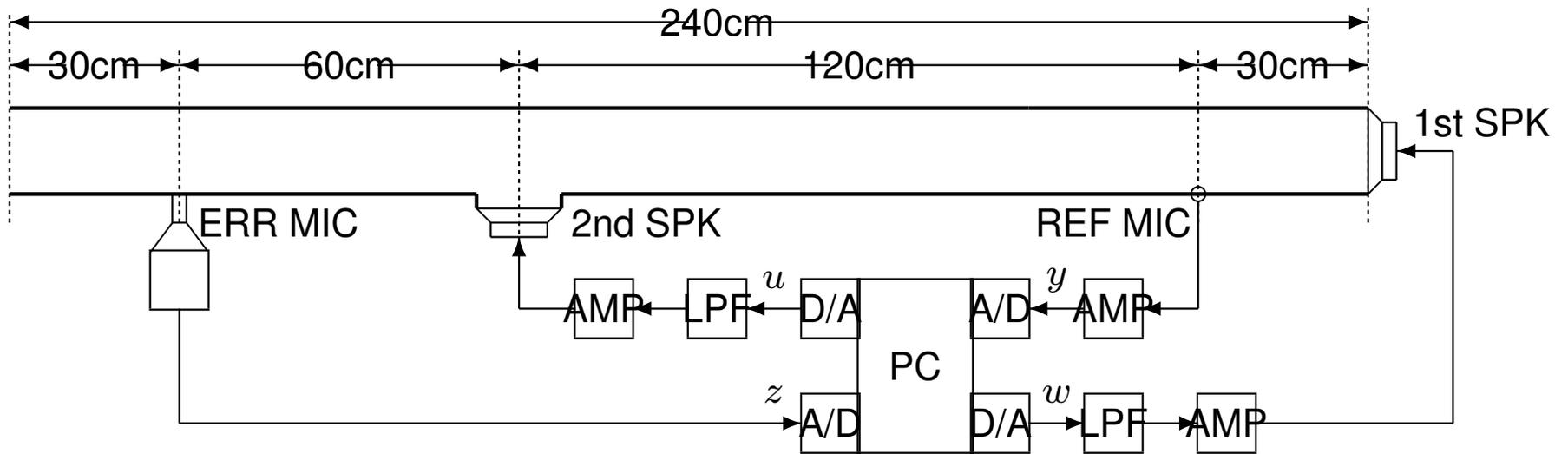
低コスト化のために、 $h$ を長くすることが重要

- 連続時間  $\mathcal{H}_\infty$  ベース設計 ... 性能の保証なし
- サンプル値  $\mathcal{H}_\infty$  設計 ... サンプル点間応答を考慮

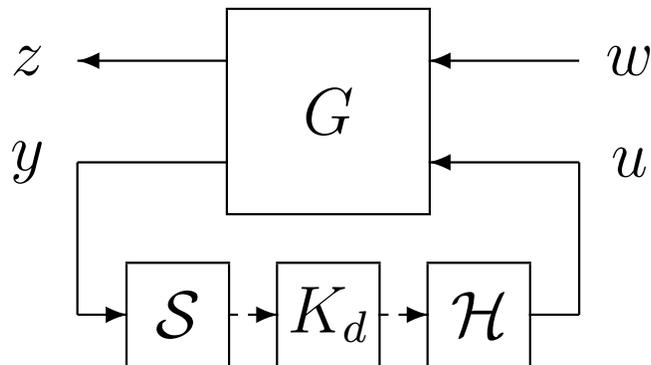
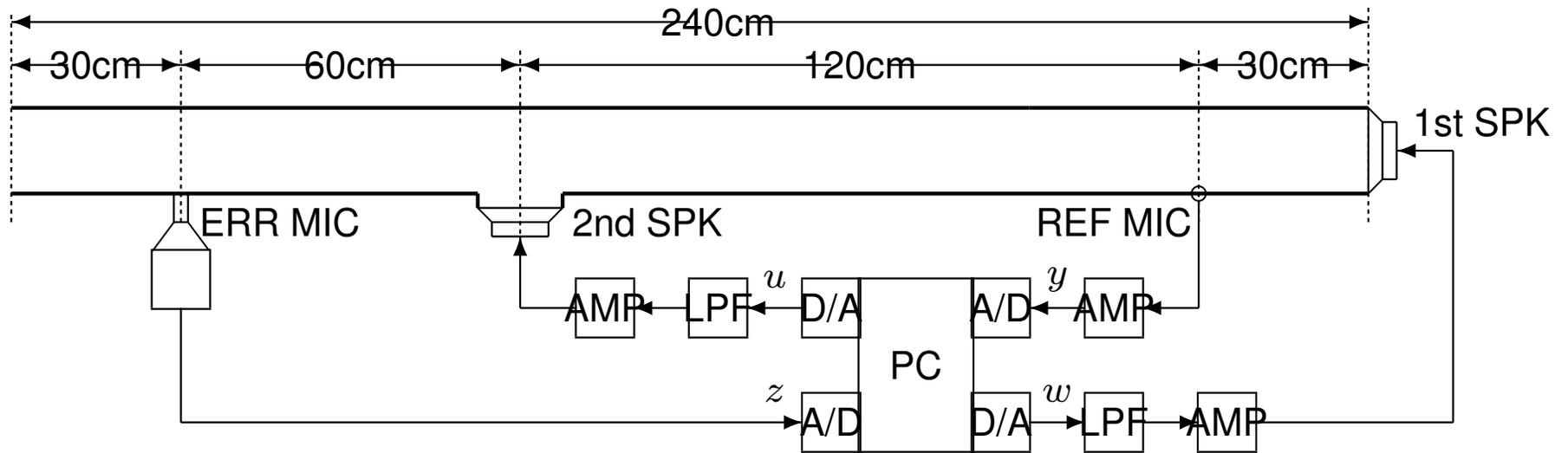
# 概要

- 実験装置
- 同定
- 設計
  1. 連続時間  $\mathcal{H}_\infty$  ベース補償器
  2. サンプル値  $\mathcal{H}_\infty$  補償器
- 消音制御実験
- まとめ

# 実験装置



# 実験装置



**[目的]**  $w$  に対して  $z$  を小さくする  $K_d(z)$  を設計 ( $h = 0.001$ )

# 同定

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{yw}(s) & G_{yu}(s) \end{bmatrix}$$

# 同定

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{yw}(s) & G_{yu}(s) \end{bmatrix}$$

1. 周波数応答実験:  $w, u$  を正弦波として与え,  $z, y$  を観測  
( $h = 0.00005$ )

# 同定

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{yw}(s) & G_{yu}(s) \end{bmatrix}$$

1. 周波数応答実験:  $w, u$  を正弦波として与え,  $z, y$  を観測  
( $h = 0.00005$ )

2. 伝達関数に近似:  $\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \bar{G}_{zw}(s) & \bar{G}_{zu}(s) \\ \bar{G}_{yw}(s) & \bar{G}_{yu}(s) \end{bmatrix}$

# 同定

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{yw}(s) & G_{yu}(s) \end{bmatrix}$$

1. 周波数応答実験:  $w, u$  を正弦波として与え,  $z, y$  を観測 ( $h = 0.00005$ )

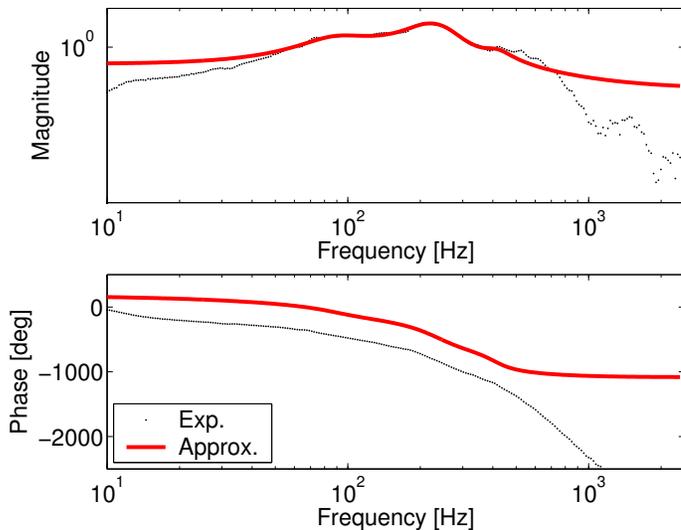
2. 伝達関数に近似:  $\bar{G}(s) = \begin{bmatrix} \bar{G}_{zw}(s) & \bar{G}_{zu}(s) \\ \bar{G}_{yw}(s) & \bar{G}_{yu}(s) \end{bmatrix}$

3. モデル化誤差の見積もり (乗法的摂動モデル)

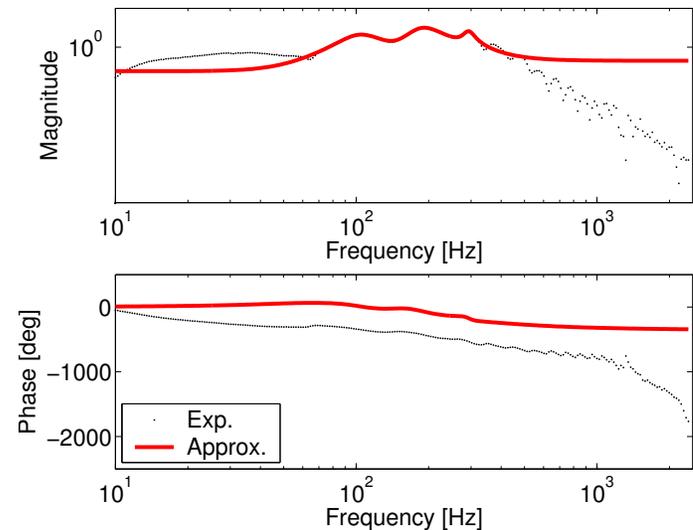
$$G_{yu}(s) = \bar{G}_{yu}(s) \left( 1 + W_T(s) \delta(s) \right), \quad \delta(s) \in \mathbf{BH}_\infty$$

# 同定(つづき)

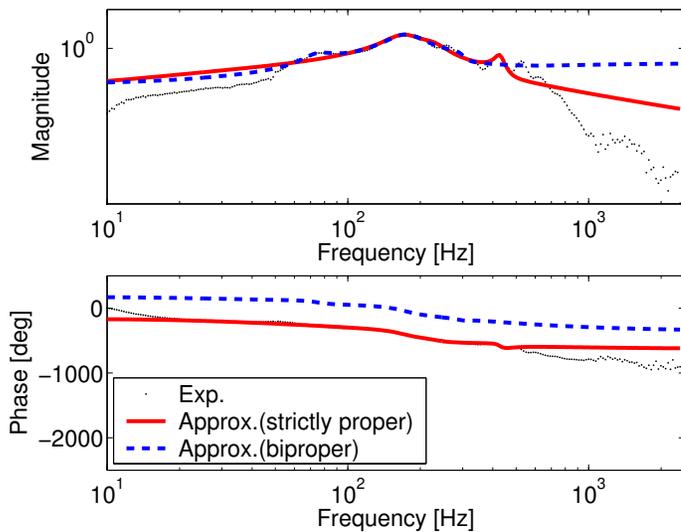
$G_{zw}$   
8次



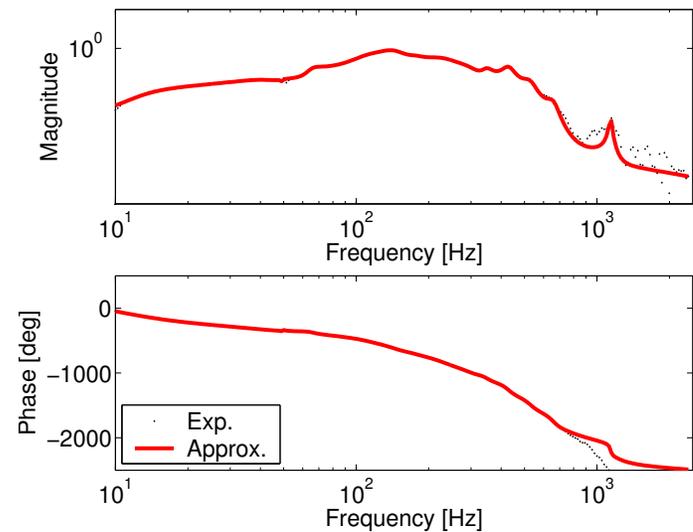
$G_{zu}$   
8次



$G_{yw}$   
8次

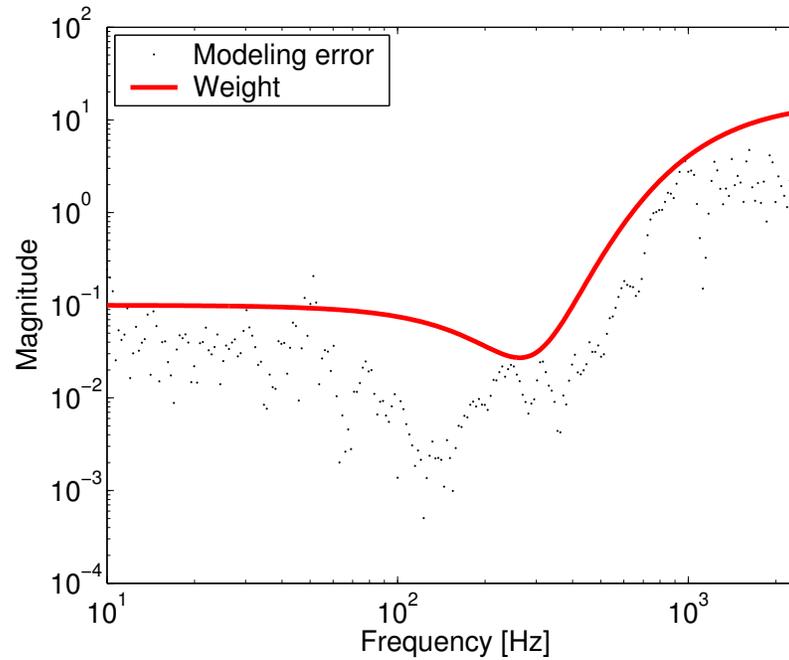


$G_{yu}$   
31次



# 同定(つづき)

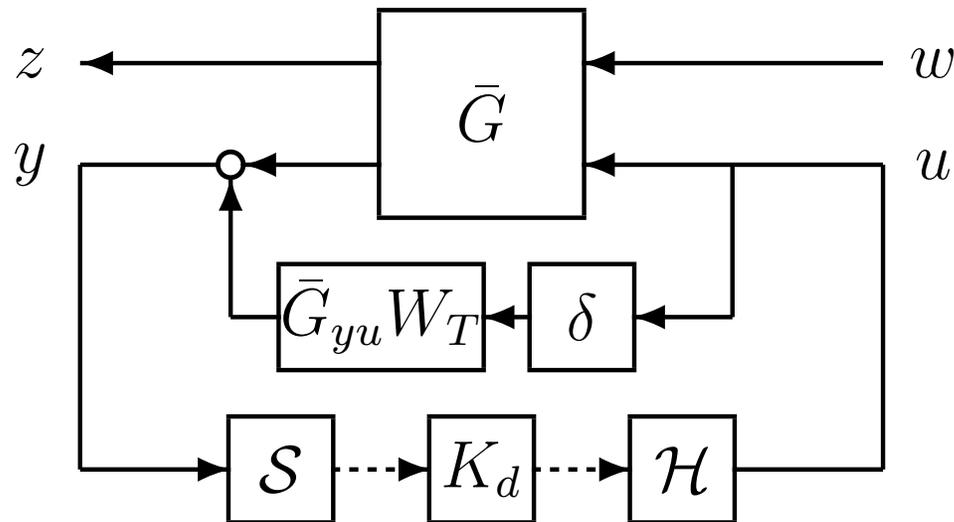
$$\left| \frac{G_{yu}(j\omega) - \bar{G}_{yu}(j\omega)}{\bar{G}_{yu}(j\omega)} \right| \leq |W_T(j\omega)| \quad \forall \omega$$



$$W_T(s) = 0.1 \left( \frac{\omega_2^2 (s + 2\zeta\omega_1 s + \omega_1^2)}{\omega_1^2 (s + \omega_2^2)} \right)^3, \quad \omega_1 = 2\pi 300, \quad \omega_2 = 2\pi 700$$

# 補償器の設計

## ● ロバスト $\mathcal{H}_\infty$ 性能問題

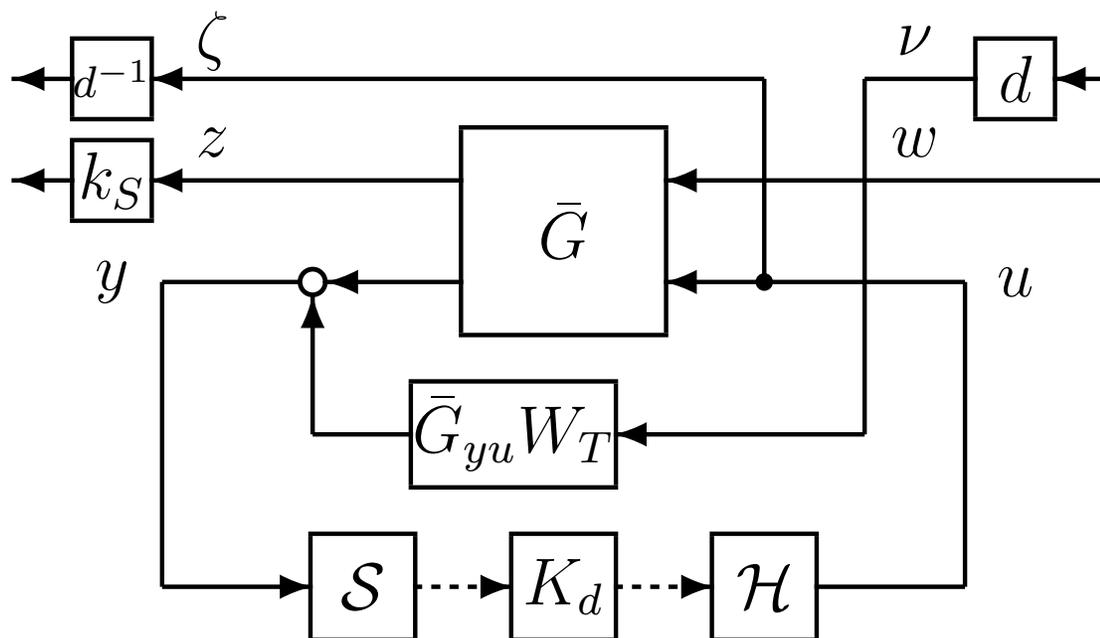


以下を満足する  $K_d(z)$  を求めよ:

1.  $\delta \in \mathbf{BH}_\infty$  に対して閉ループ系が内部安定
2.  $w$  から  $z$  までの  $\mathcal{H}_\infty$  ノルムを最小化

# 補償器の設計(つづき)

## ● 定数スケールド $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題

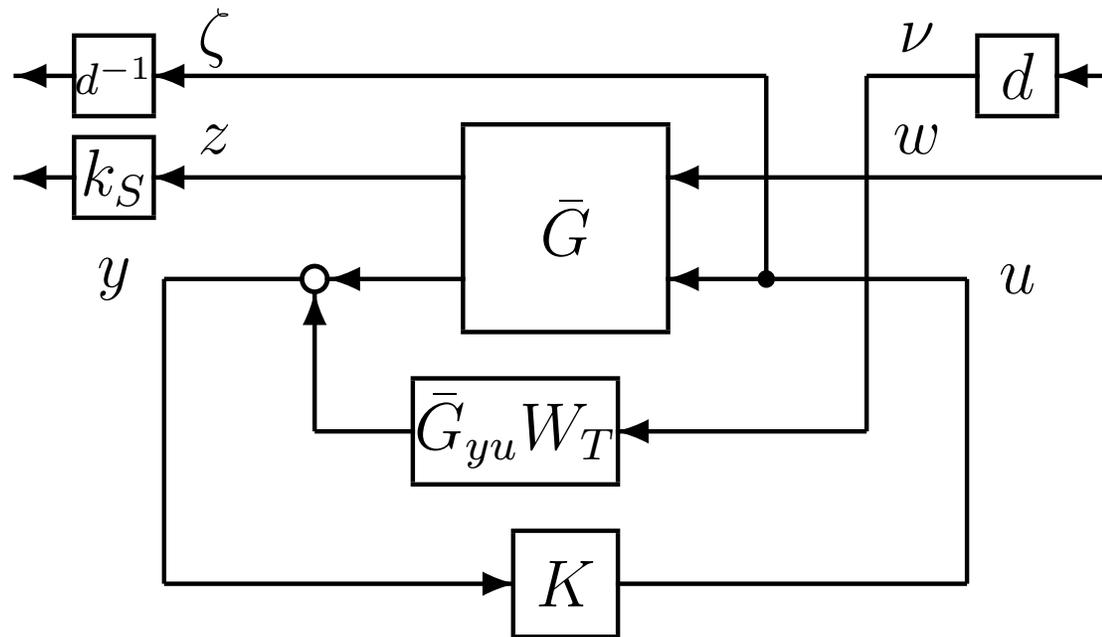


以下のもとで,  $k_S > 0$  を最大化する  $K_d(z)$  を求めよ:

1. 閉ループ系が内部安定
2. 適当な  $d > 0$  に対して閉ループ系のノルムが 1 未満

# 補償器の設計(つづき)

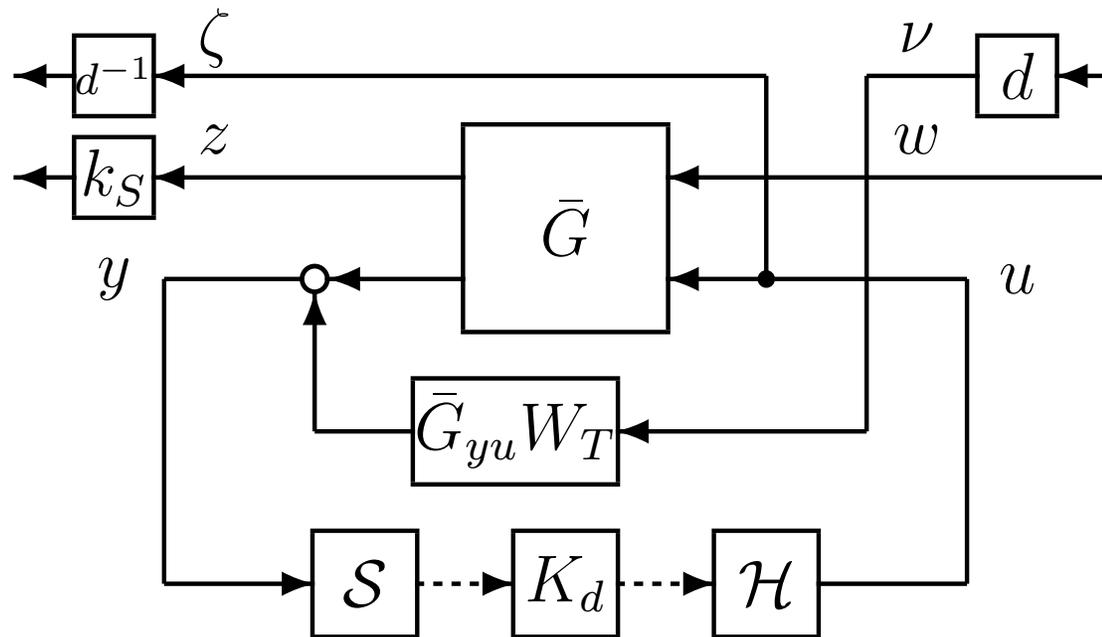
## ● 連続時間 $\mathcal{H}_\infty$ ベース補償器



- hinfsyn
- $k_S \rightarrow 2.5$
- 61 次

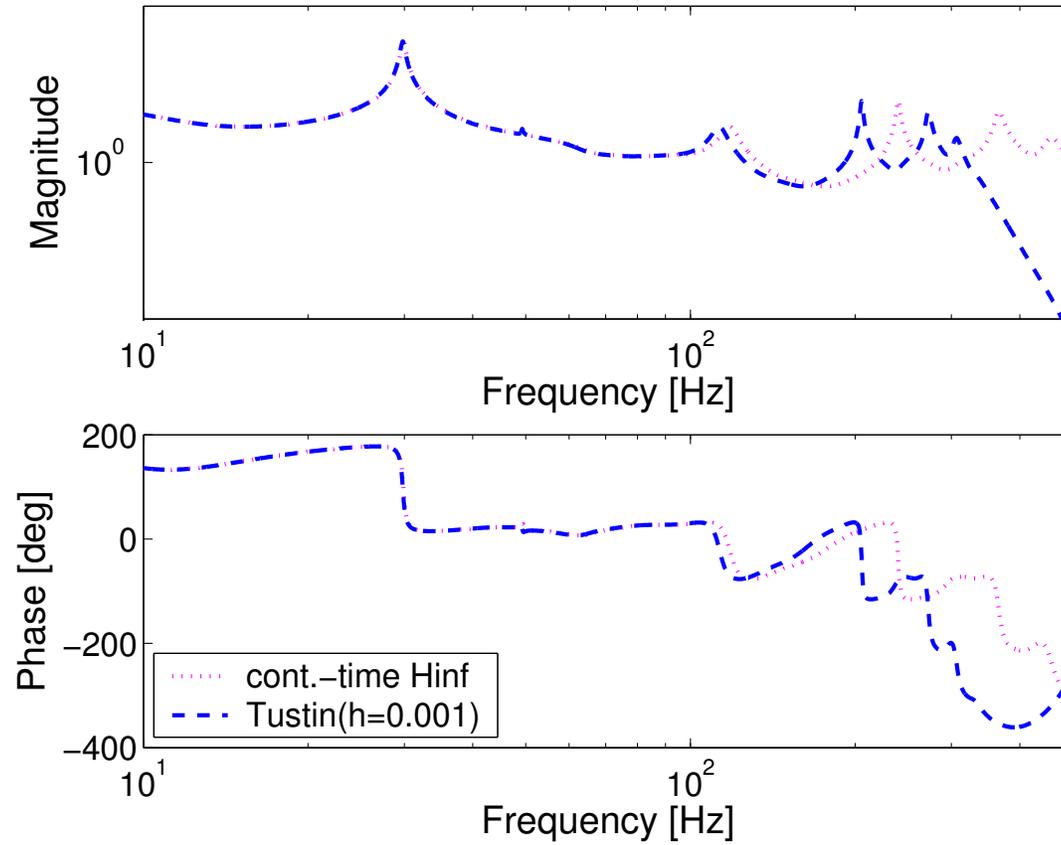
# 補償器の設計(つづき)

## ● サンプル値 $\mathcal{H}_\infty$ 補償器



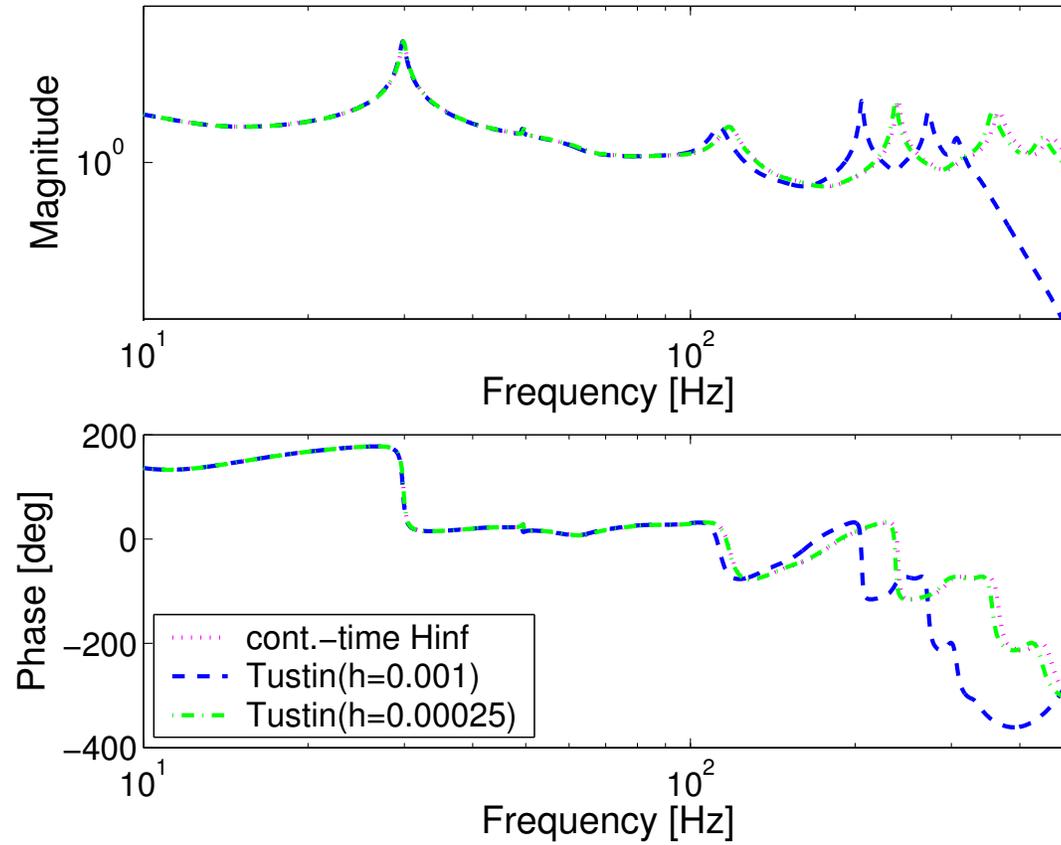
- $\mathcal{L}_2$ -安定の必要条件:  $\bar{G}_{yw}(s)$  が厳密にプロパ
- $k_S \rightarrow 1.6$
- 61 次

# 補償器の比較



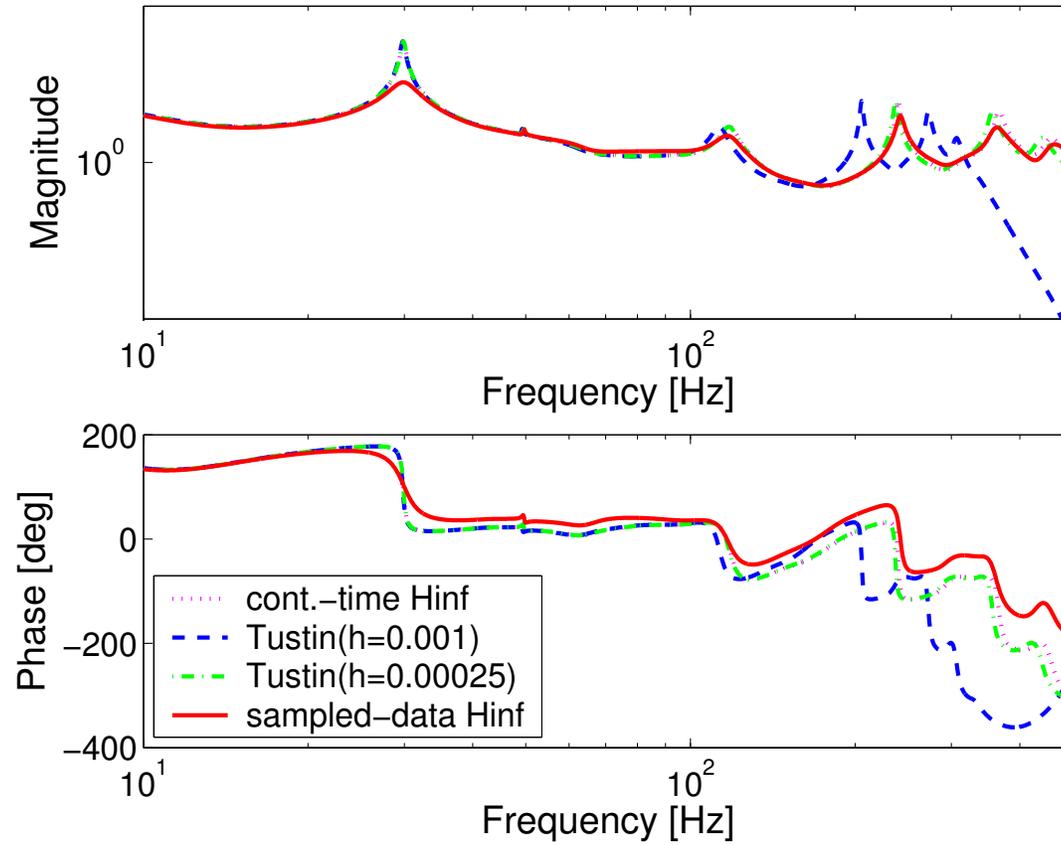
$$K(j\omega), K_d(e^{j\omega h})$$

# 補償器の比較



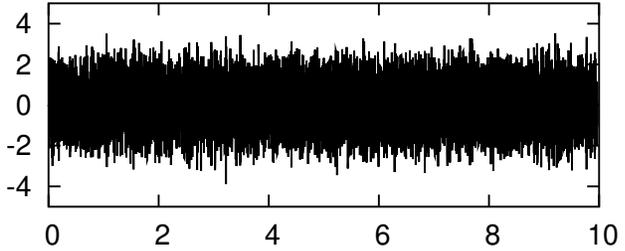
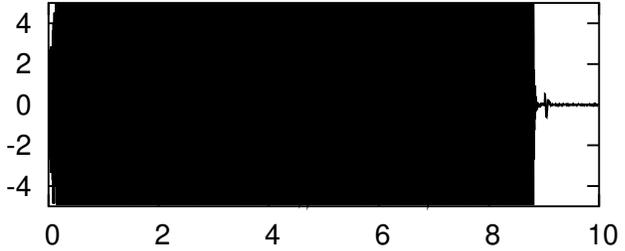
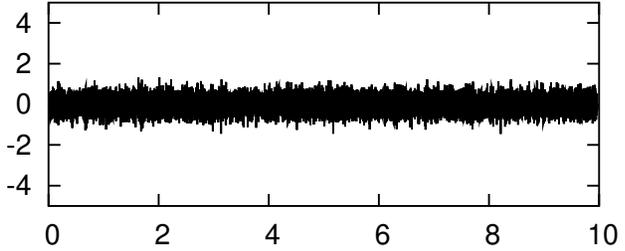
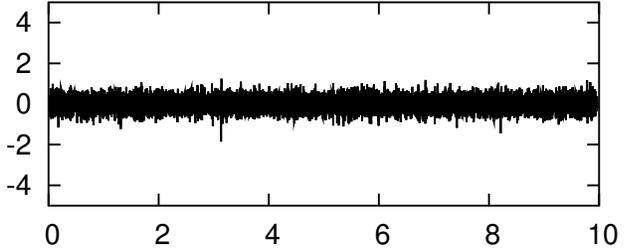
$$K(j\omega), K_d(e^{j\omega h})$$

# 補償器の比較

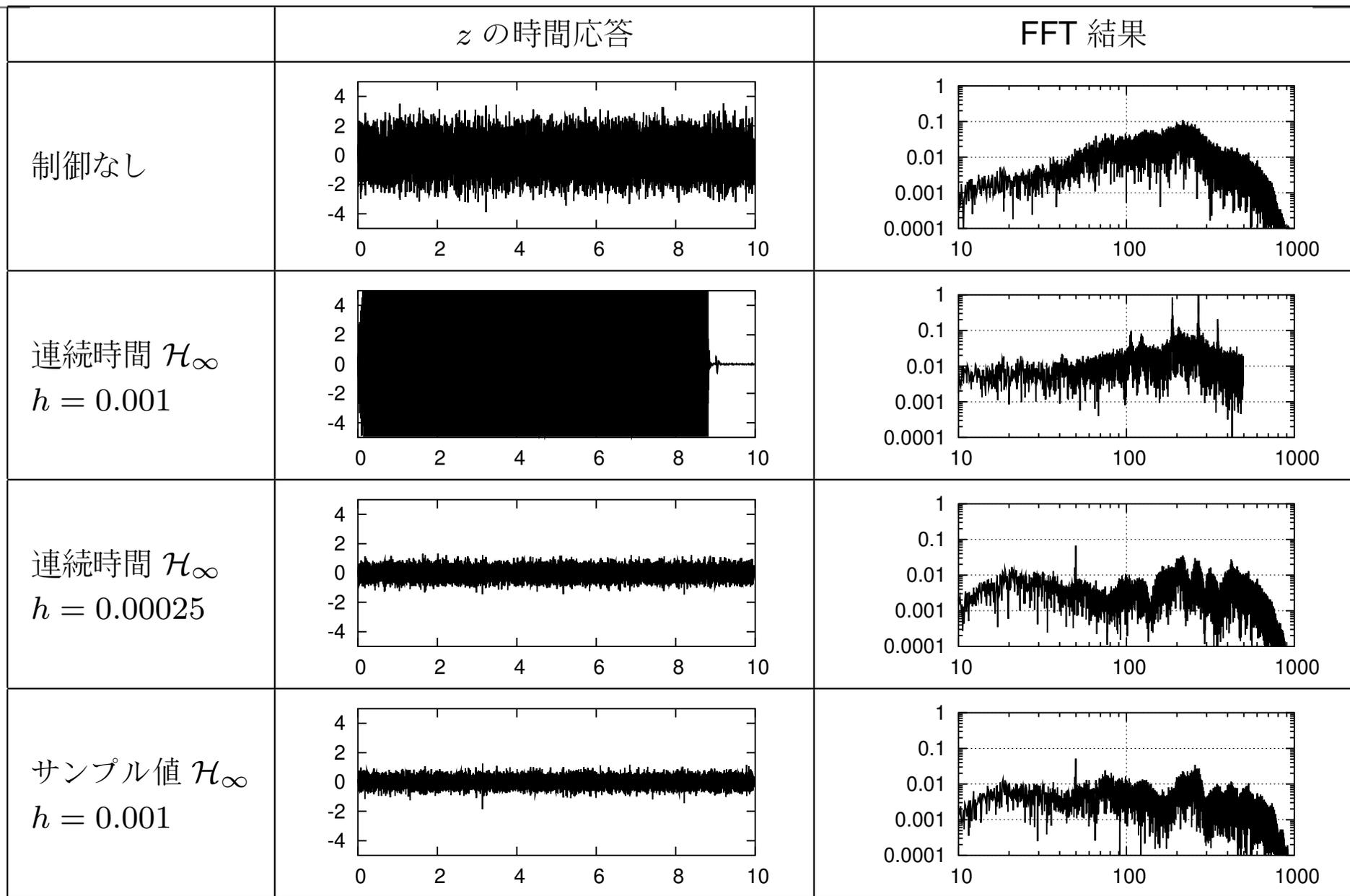


$$K(j\omega), K_d(e^{j\omega h})$$

# 消音制御実験

	$z$ の時間応答
制御なし	 <p>A plot showing the time response of <math>z</math> over 10 seconds. The y-axis ranges from -4 to 4. The signal is highly oscillatory and noisy, with a large amplitude, indicating uncontrolled behavior.</p>
連続時間 $\mathcal{H}_\infty$ $h = 0.001$	 <p>A plot showing the time response of <math>z</math> over 10 seconds. The y-axis ranges from -4 to 4. The signal is almost entirely black, indicating that the signal is zero or very close to zero, showing effective noise cancellation.</p>
連続時間 $\mathcal{H}_\infty$ $h = 0.00025$	 <p>A plot showing the time response of <math>z</math> over 10 seconds. The y-axis ranges from -4 to 4. The signal is noisy but has a significantly smaller amplitude compared to the uncontrolled case, indicating improved noise reduction.</p>
サンプル値 $\mathcal{H}_\infty$ $h = 0.001$	 <p>A plot showing the time response of <math>z</math> over 10 seconds. The y-axis ranges from -4 to 4. The signal is noisy but has a significantly smaller amplitude compared to the uncontrolled case, indicating improved noise reduction.</p>

# 消音制御実験



# まとめ

- 一次元ダクトの消音制御系を長いサンプリング周期で実現するためにサンプル値  $\mathcal{H}_\infty$  制御を適用した
  - 連続時間  $\mathcal{H}_\infty$  ベース設計  
サンプリング周期が長くなると制御系が振動的になる
  - サンプル値  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計  
消音制御性能を劣化することなく従来手法に比べてサンプリング周期を長くすることができる