

平成27年度
長岡技術科学大学 大学院
工学研究科 修士論文

底面形状を考慮した H_∞ 制御に基づく水槽内の 定在波抑制制御

Disturbance attenuation of standing-wave oscillation in a water tank
based on H_∞ control with consideration of submerged block geometry

長岡技術科学大学 大学院
機械創造工学専攻 12305391

著者氏名 塚越 草太

指導教員 小林泰秀 准教授

平成28年2月5日

Abstract

5th,February,2016

Disturbance attenuation of standing-wave oscillation in a water tank based on H_∞ control with consideration of submerged block geometry

No.12305391

TSUKAGOSHI Sota

Department of Mechanical Engineering
Nagaoka University of Technology

Breakwaters are important for protecting the structures near coast and ships. To attenuate the disturbance wave, breakwater have been used. Any disturbance waves can be perfectly blocked by the dikes when the wave height is lower than that of dikes. Previous study, the active water wave control based on H_∞ design are researched. Standing-wave oscillation are attenuated with horizontal plate moved to vertical direction by optical control. In this paper, conventional analysis and control methods on open- and closed-loop system of disturbance attenuation control in water-wave tank, is extended to consider variation in bottom surface geometry by additionally locating a submerged block. The validity of the experiment is examined by BEM (Boundary element method). The size and location of the block influence the frequency response of open-loop system. Resonance frequency of water tank reduce as the block becomes tall and wide. The 1st resonance reduce when the block moves toward middle of water tank. Control experiment shows that sinusoidal disturbance with 1st to 3rd resonant frequencies are attenuated up to 40% Random disturbance is attenuated up to 30% at 1st to 3rd resonant frequencies.

目次

第1章 緒言	3
第2章 実験装置及びセンサの校正	5
2.1 実験装置	5
2.2 水質変化の調査	9
2.3 センサの校正	10
第3章 底面形状が開ループ系の周波数応答に与える効果	13
3.1 周波数応答実験	13
3.2 解析モデル	15
3.3 境界要素法	19
3.4 水位による開ループ系の周波数応答の変化	22
3.5 ブロックによる共振周波数の変化	25
第4章 外乱抑制制御設計と実験	35
4.1 補償器設計	35
4.2 正弦波外乱抑制制御実験	42
4.3 広帯域外乱抑制制御実験	56
第5章 結言	63
第6章 今後の課題	64
参考文献	65

第1章 緒言

港湾では侵入する波が港湾の固有振動数と近づいた場合、波が増幅する港湾内共振が報告されている。港湾はその性質上船舶の出入りのために入口を開ける必要があるため波の進入を完全に防ぐことはできない。船舶の出入りを可能にし、できるだけ波を防ぐためには港湾の入り口を船舶の幅に合わせた最小幅にすれば良いと考えられる。しかし、港の口を狭くすると港の持つ固有振動数に相当する波が外から侵入した時、かえって波が大きくなってしまったという報告がされている [1]。ある周波数の波が外海から入射しにくいことは、港湾内のある周波数の波が外海に出て行きにくいことも意味している。

増幅された波は大きいため、V.Cossalter らによって発電に利用するための研究が行われている [2]。また、港湾内共振が発生すると海岸付近の建物や船舶が被害を受け、船舶の運航が阻害されるため、これを解析するための研究がローマのヨットハーバー（海岸線に沿って 1km、岸から 200m、水深 4m 程度の大きさ）で研究が行われている [3]。本研究はこの程度の大きさを実際のスケールとして想定している。

港湾内共振に関してこれまでに、港湾を水槽で模擬し、 H_{∞} 制御に基づいたアクティブ制御により水槽内の定在波抑制が行われている [4]。具体的には、鉛直方向に振動する水平板を用いた消波機構に対して、実験的に得た制御対象の周波数応答に基づいて H_{∞} 制御系設計を行い、所望の定在波抑制性能が得られることが報告されている。ただし、現実の港湾に対して実験的に周波数応答を得ることは必ずしも容易ではなく、水底の形状を考慮して水槽の周波数応答を算出し、それに基づいて制御系設計を行うことが課題であった。

周波数応答の算出に関連し、タンク内の液体の解析と波の抑制が液体のコンテナ輸送ためや核燃料プールの液体の挙動を解析するために多くの研究者によって行われている [6][7]。底面の形状が液体の挙動に与える影響については、Young-Sun Choun, Chung-Bang Yun らによって有限要素法により、タンク内に凸部を設けて加速度を加えた流体のスロッシングの解析が行われ [8]、水槽に薄いプレートを設けて横方向、縦方向の加速度を加えた水面の挙動が境界要素法により De-Zhi Ning らに解析された [9]。

底面形状を変化させて定在波の抑制制御実験を行うことは使用済み燃料プールのスロッシング抑制にも使用できると考えられる。平成 19 年、新潟中越沖地震の際、柏崎刈羽原子力発電所 1~7 号機原子炉建

屋の使用済み燃料プールの内容水がスロッシングによりオペレーションフロアに流れ出す現象が報告されているなど問題となっている [5]. 使用済み燃料プールは燃料をラックに入れて水を張ったプールに沈めておく方式が一般的であり [10], 本研究の制御条件と近似している. 例えば, 浜岡原子力発電所の使用済み燃料プールの場合大きさは幅 18× 奥行き 14m, 深さ 12m である [11]. 燃料プールの大きさは港湾と比較して小さいと考えられるため, 実際に消波機構を作成する時は実現性が高いと考えられる.

本論文では, 水槽の底にブロックを設置することにより, 比較的単純な底面形状を有する水槽に対する従来研究 [4] の結果を拡張することを目的とし, 底面形状が開ループ系に与える影響とブロックを設置することが与える閉ループ系への影響を検討する. 具体的には, 開ループ系への影響を考慮するために底面形状を変化させて周波数応答を測定する. 最終的に周波数応答によらず境界要素法による数値計算を基に制御系を設計することを目的とし, 境界要素法による数値計算の妥当性を検証する. 閉ループ系への影響を考慮するためには実際に制御系を設計して制御性能予測と制御実験を行う. 実際の港湾の底はもっと複雑な形状であるが, 底面形状の変化は手始めに単純な場合を考えた.

本論文は 2 章で実験装置の内容と実験条件, センサの校正方法を示す. 3 章より, 底面形状が開ループ系の周波数応答に与える効果を検討する. 4 章では, ブロックが設置された場合でもブロックがない場合と同様に, 系統的な制御系設計により外乱が抑制できるか検証し 5 章で結論を述べる構成となっている.

第2章 実験装置及びセンサの校正

2.1 実験装置

本実験で使用する実験装置の概要を図 2.1 から図 2.2 に、使用した装置を表 2.1 に示す。

本実験で使用した実験装置はブロックを設置する以外は文献 [4] と等しい。図 2.1 の w は外乱用アクチュエータの駆動信号, u は制御用アクチュエータの駆動信号, z はエラーセンサの出力, y はリファレンスセンサの出力信号である。水槽は長さ 880mm, 奥行き 290mm, 高さ 350mm のガラス製を用いる。リニアモーターの先に厚さ 3mm, 288 × 60mm のアクリル板を取り付け, アクチュエータとし, アクチュエータは水槽を囲む木枠に固定されている。図 2.1 の左側が外乱用アクチュエータ, 右側が制御用アクチュエータである。リニアモーターの振幅を変化させるときは, リニアモーターを駆動させているステッピングモーターへの入力パルス数を変化させる。0.1ms 毎に動作するリアルタイムモジュール, により目標位置に近づく正/逆転のパルスが生成される。アクチュエータの振幅は 1 パルスあたり 0.01mm 変化する。以下では, 外乱用および制御用アクチュエータの目標位置 (m) をそれぞれ w, u とする。なお, アクチュエータを, その平衡位置を中心として振動させるために w, u にカットオフ周波数 0.3Hz のハイパスフィルタをかけ直流成分をカットする。

水位計は静電容量式であり, 2つのセンサの干渉を防ぐため静電容量の検出には参考文献 [12] の回路が使用されている。具体的には長さ約 1m の被覆電線の中央を吸盤で水槽に固定し, 両端を水槽の上部で短絡する。水槽の奥行方向の水位を平均化して検出するように 4本のリード線を等間隔で奥行き方向に並べ, コンデンサの一方の電極とする。もう一方の電極は, リード線をナットで固定した約 26.5cm のステンレス製ボルトを沈めて各センサ共通とすることによりコンデンサを形成する。センサの静電容量はアンプを通して電圧として出力され, A/D 変換機に入力する。アンプは交流電圧を印加した際の電流から, 静電容量に比例した電圧を出力する。周波数応答結果と境界要素法による解析結果を直接比較できるように, 回路の出力電圧 (V) を定数倍して平衡位置からの水位変化 (m) に換算したものを各センサの出力信号 z, y とする。出力電圧を水位変化に変換する定数については次節により説明する。

水位を変化させて周波数応答を得る実験以外は水位 192mm, 水平板の平衡位置は 154mm とする. 水位 192mm 自体は従来研究で使用していたのものである. 水位と水平板の値が 0.875 を超えると, 参考文献 [13] より急激に反射率が増加してしまうことがわかっている. 急激な反射率の上昇は想定モデルと異なってしまうため, 比率は大きく 0.875 を超えない 0.8 として上記の値を選んだ.

水槽の水は水道水を使用し, 水位 192mm に対して食塩を 50g 投入している. 食塩を 50g 投入しているのは時間経過により水質が変化し出力電圧が変化するのを防ぐためであり, 次節に食塩水の性質が変化していないことを示す.

Table 2.1: Experimental equipments

PC	Dell PowerEdge 840 / Fedora Core 5(RTAI3.6.1, Linux kernel 2.6.20.21)
A/D	Contec AD12-16(PCI) / 12bit, 10 μ s
PIO	Contec PIO-32/32T(PCI) / 32bit 200ns
Actuator	Oriental motor EZC4D005M-A/ Thrust70N Speed(max)600mm/s
driver	Oriental motor ESMC-C2

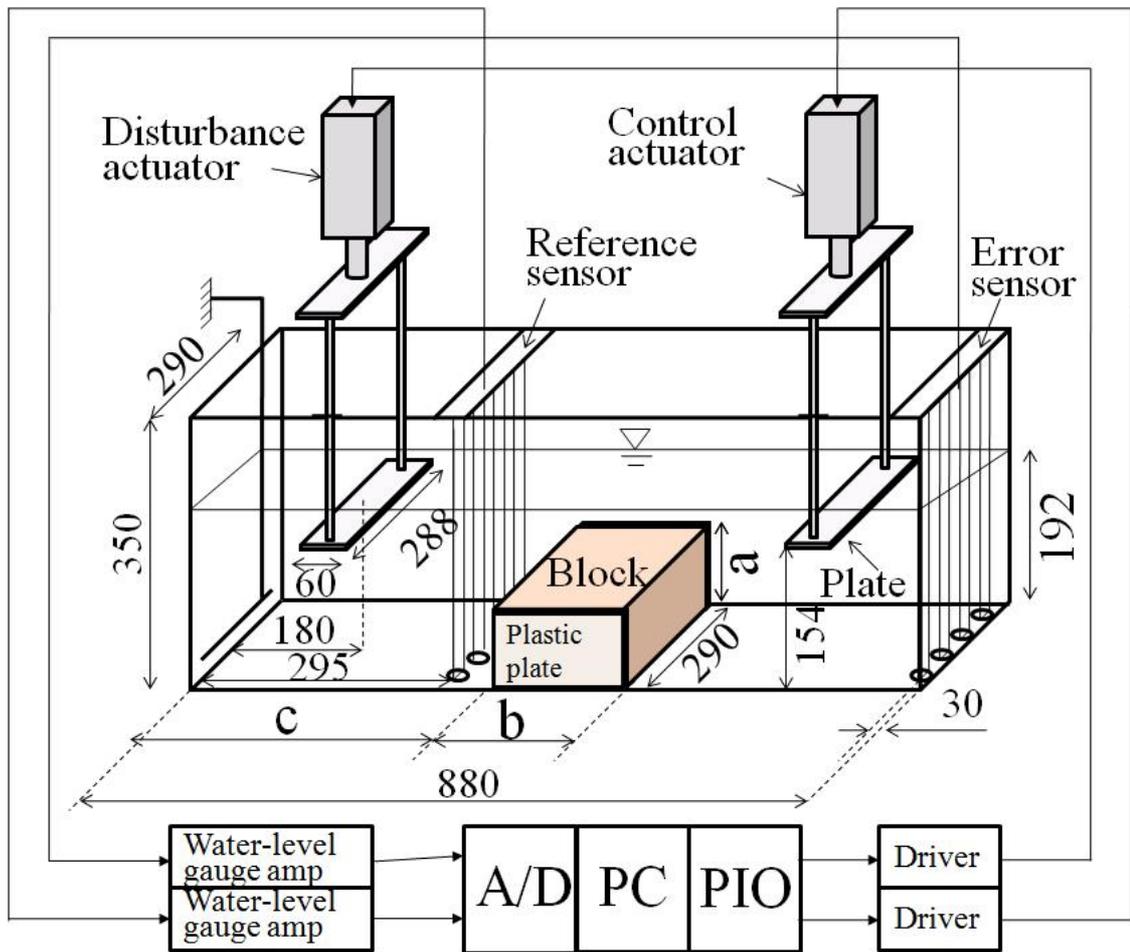


Fig. 2.1: Diagram of experimental apparatus

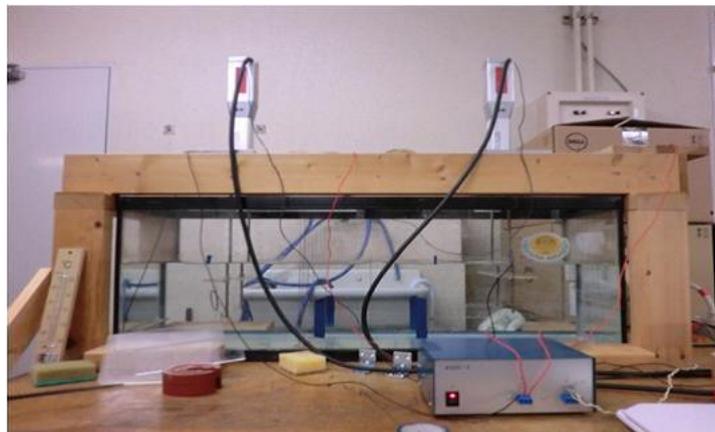


Fig. 2.2: Photograph of experimental apparatus

本実験では、水槽の底形状を変化させるため、大きさの異なる木製のブロックを水槽底面に設置する。図 2.3 に使用したブロックの写真を載せる。50×160mm,100×160mm の 2 種類を用意した。奥行は水槽の奥行とほぼ同一である。ブロックは木製であり、おもりの中に入れて沈める。実際の実験ではブロックと水槽の壁面に隙間が出来てしまうのでプラスチック板を挿入して隙間を埋める。

実験条件はブロックなし (case 1) の場合も含めて、表 2.2 に示す 9 つの case を考える。case 2, 3, 4 はブロックの幅 b と設置位置 c を固定して高さ a を変化させた場合、case 5, 6, 7 はブロックの高さ a と設置位置 c を固定して幅 b を変化させた場合、case 2, 8, 9 はブロックの高さ a と幅 b を固定して設置位置 c を変化させた場合、の比較を行うことを意図している。水深はすべてのケースで 192mm, 水平板の位置は 154mm である。各周波数応答を測定し、条件ごとに表に示す。



Fig. 2.3: Photographs of blocks

Table 2.2: Experimental condition to research effect of block

Experimental case number	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Height of block a (mm)	0	50	100	150	160			50	
Width of block b (mm)	0	160			50	100	150	160	
Distance from wall to block edge c (mm)	0	360			360			0	140

2.2 水質変化の調査

表 2.3 に水位 192mm に対して食塩 50g を入れた水槽の時間経過によるアンプの出力の変化を示す。

時間経過によってアンプの出力が大きくなっていることから食塩水-センサ間の静電容量が増えていることがわかる。1 日以上の経過でリファレンスセンサ側の出力が最大 0.05V, エラーセンサ側の出力が最大 0.02V 変化した。各センサの最低出力と最大出力の相対誤差は各センサ約 1%である。

Table 2.3: Change of salt-water character

The date and time	Reference sensor (V)	Error sensor (V)
December 16, 2014, pm00:00	4.29	4.06
December 16, 2014, pm00:10	4.3	4.06
December 16, 2014, pm00:20	4.31	4.07
December 16, 2014, pm2:30	4.31	4.07
December 17, 2014, pm15:00	4.34	4.08

2.3 センサの校正

本研究では、静電容量式水位計を用いて水位を測定している。また、本研究は水道水に食塩を投入しているため水道水の電気伝導率が高くなり、それに伴い食塩水-リード線の静電容量が大きくなる。静電容量が大きくなるとアンプの出力電圧も大きくなる。従来の校正の結果が使用できないため、センサの校正とオフセット電圧の設定が必要である。オフセット電圧は基準となる水位の時のアンプの出力である。オフセット電圧の測定には実験条件の水位の出力を毎回テストを用いて直接計測した。食塩 50g に水を 192mm の高さまで入れた状態のオフセット電圧はリファレンスセンサが約 4.3V、エラーセンサが約 4.1V である。

センサの校正は以下の手順より行った。

1. 水槽に 50g の塩を投入する。
2. 192mm の高さまで水を張る。
3. 水面の変化がわかりやすく周波数が低い 1 次共振周波数 0.724Hz で、 $u(t) = 0.02\sin 2\pi f t$ として制御用アクチュエータを片振幅 20mm 正弦波運動させる。
4. エラーセンサ、リファレンスセンサの出力電圧を測定し、同時に各センサ位置の水面の最高位と最低位を読み取る。なお読み取りは目視により行い、マジックペンで水面の目印を水槽に記し定規で測定した。
5. 各センサの (最高電圧-最低電圧) を各センサの (水面の最高位-水面の最低位) で割り 1mm 当たりの出力電圧を計算する。

表 2.4 に各水位計の出力と、その時の水面の変動を示す。(最高電圧-最低電圧)/(水面の最高位-水面の最低位) より 1mm あたりの電圧 V, リファレンス 0.015(V/mm), エラーセンサ 0.014(V/mm) を算出した。

Table 2.4: Sensor output and change of water level

	Reference sensor	Error sensor
Max voltage (V)	0.053	0.18
Minimum voltage(V)	-0.098	-0.17
Max voltage- Minimum Vlotage(V)	0.15	0.35
Max water level - Minimum water level(mm)	10	25
Output by 1mm change of water level(V/mm)	0.015	0.014

各センサで測定できる静電容量の上限を知るために各センサの代わりにセラミックコンデンサを接続してアンプからの出力を計測した。セラミックコンデンサを用いたのは極性を持たないからである。表 2.5 に静電容量の変化によるアンプからの出力変化を示す。図 2.4 に静電容量に対する各センサに対するアンプの出力をプロットした。青線がリファレンスセンサ、赤線がエラーセンサ側の出力を示している。静電容量式水位計をセラミックコンデンサに付け替えた静電容量の変化による出力の変化を測定した。各センサの代わりに 1000pF と 2200pF のセラミックコンデンサを付けた結果、出力が変化しなかったことからリファレンスセンサ側の最大出力は 8.77V、エラーセンサ側の最大出力は 8.17V である。水位 192mm の時のオフセット電圧がリファレンスセンサ約 4.3V、エラーセンサ約 4.1V であることと比較して、食塩水とリード線の静電容量は約 450pF である。仮に水位 192mm の各センサの出力が倍になったと仮定しても最大出力以下であることから測定範囲には余裕がある。水面が大きく変動してもセンサ出力が飽和することはない。

Table 2.5: Amp output when ceramic condenser is setted

Capacitance of ceramic condenser (pF)	Reference sensor output (V)	Error sensor output (V)
2200	8.77	8.17
1000	8.77	8.17
550	5.16	5.03
330	3.06	2.95
220	1.97	1.85

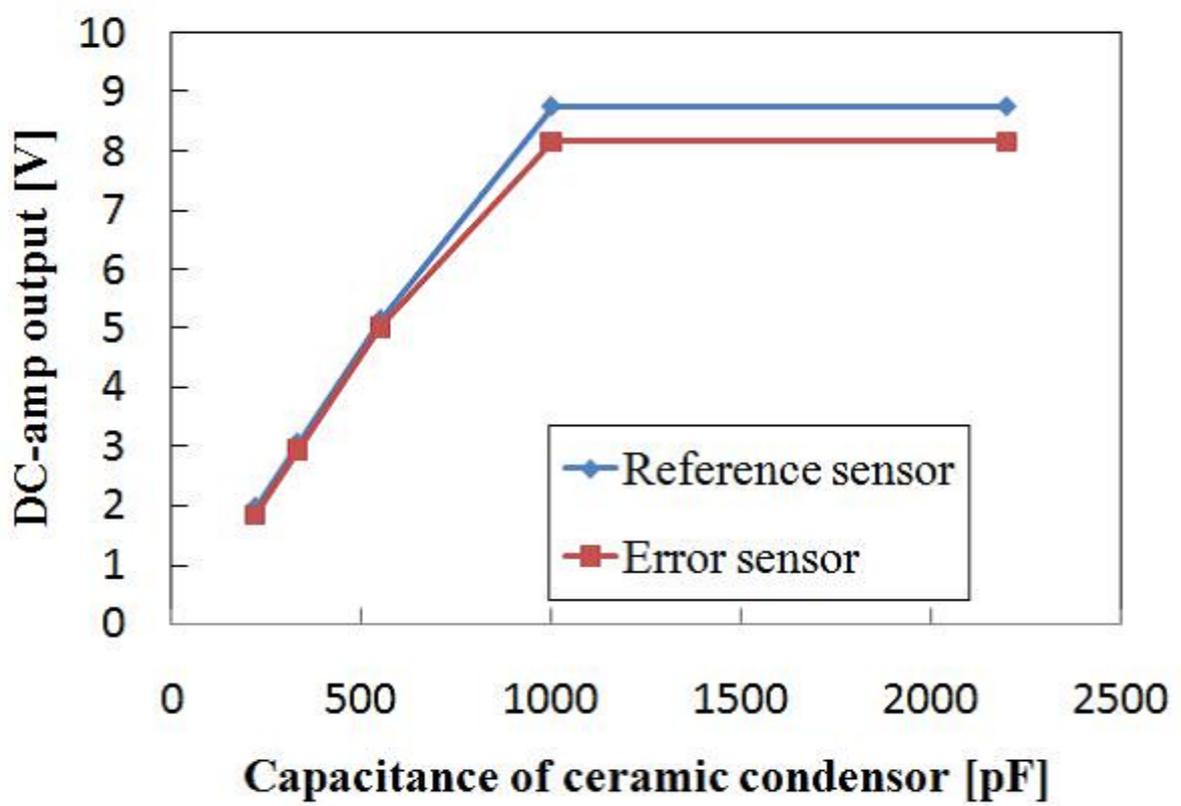


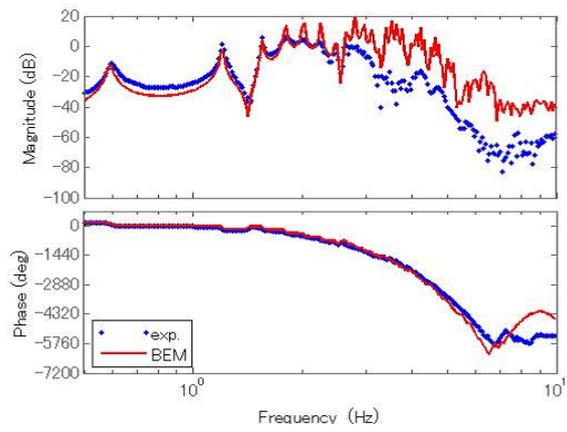
Fig. 2.4: Amp outoput when ceramic condenser is setted

第3章 底面形状が開ループ系の周波数応答に与える効果

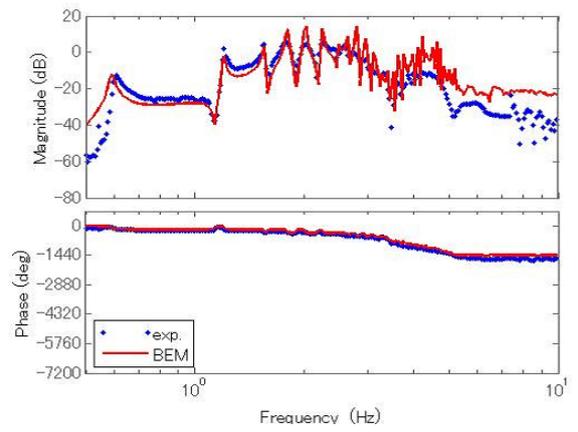
3.1 周波数応答実験

Fig.2.1 に示した外乱アクチュエータ駆動信号 w , 制御アクチュエータ駆動信号 u の2つのアクチュエータの駆動信号からエラーセンサ z , リファレンスセンサ y の2つのセンサの出力までを制御対象として考えて周波数応答実験を行う. $u(t)=0, w(t)=0.005\sin 2\pi ft$ として外乱用アクチュエータの鉛直振動板を振幅 5mm で正弦波振動させ, $G_{zw}(s), G_{yw}(s)$ の周波数応答を得る. 次に $w(t)=0, u(t)=0.005\sin 2\pi ft$ として制御用アクチュエータの鉛直振動板を片振幅 5mm で正弦波振動させ, $G_{zu}(s), G_{yu}(s)$ の周波数応答を得る. アクチュエータを低周波数で駆動させる場合, 波が定常状態に落ち着くまでに多少時間を要する. そのため, 本実験では低周波数の待ち時間に合わせて, 全ての周波数において待ち時間を一律 55 秒に設定する. その後, センサ出力信号 $y(t)$ と $z(t)$ を 10 周期分記録し, 周波数応答の算出に用いた. 周波数の設定範囲は 0.5 ~ 10Hz で, 対数目盛上で等間隔に 260 分割とした. サンプルング周期は 1ms である. 本論文のすべて周波数応答は上記と同様の手順を用いて測定されている.

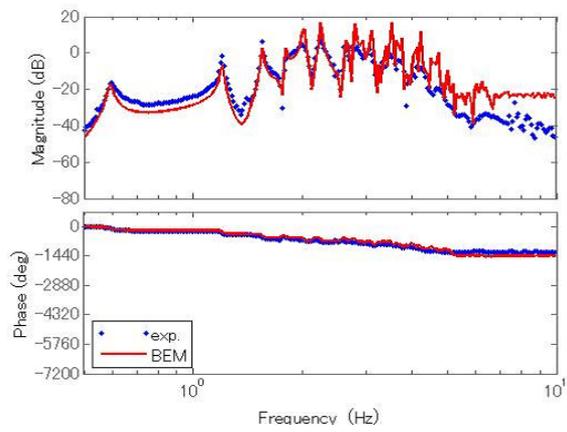
図 3.1 に制御条件である表 2.2 の case3 を示す. 青点は周波数応答を示し, 赤線により境界要素法による解析結果を示す. アクチュエータの入力信号 2つ × センサの出力信号 2つ の計 4組のゲイン特性および位相特性が示されている. ブロックを設置した場合の実験結果 (青点) と境界要素法の結果 (赤線) を比較すると約 3Hz 以上の高周波数帯域では実験結果と解析結果のゲイン特性にギャップが見られる. これは, 境界要素法のゲインが実験結果より大きい傾向にあることから, 水槽・ブロック壁面の摩擦や微小渦の発生による散逸が境界要素法で考慮できていないことに起因すると考えられる. ただし, 低周波数域で共振および反共振周波数がほぼ一致, その間のゲインおよび位相の変化の様子が似ていることがわかる.



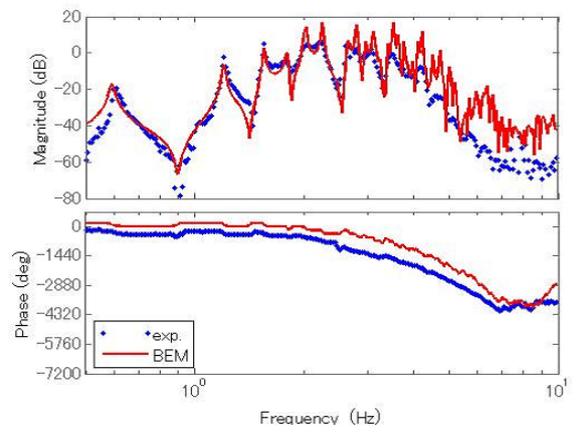
from w to z



from u to z



from w to y



from u to y

Fig. 3.1: Frequency response and BEM

3.2 解析モデル

以下に解析モデルを示す．参考文献 [4] を元に底面形状を変化させた条件を加えた．図 3.2 のように水槽中の波の挙動は奥行き方向に一様であると仮定し，奥行き方向の自由度を無視した二次元の水槽における波の挙動を考える．なお，図 3.2 のモデルは制御条件である水深 192mm, 水平板 154mm, 高さ $a=100\text{mm}$, 横幅 $b=160\text{mm}$, 壁面からブロックまでの距離 $c=360\text{mm}$ と想定したものである．

水槽の水平右向きに x 軸，鉛直上向きに z 軸をとり，水槽の左端，水面上に原点をとる． $x = 0, L$ の位置に垂直の壁が設置されているとする．水槽は $z = -H$ の底面，底面上に $-H + H_1$ の凸部を持つとする． x 方向の長さ L_p , z 方向の高さ H_p の水平板が二枚，水中に設置されているとする．ただし，水平板の左下端の z 座標が $z = z_p$, x 座標がそれぞれ $x = x_{p1}, x_{p2}$ で与えられるとする．また，左側の水平板は鉛直方向に振幅 A , 角周波数 ω の正弦波振動を行うものとし，右側の水平板は静止しているとする．

流体運動を非粘性・非圧縮・渦なしと仮定すると，速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ が存在し，任意の時刻 t において次式が成り立つ．

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.1)$$

表面張力を無視できるとすると，自由表面において次式が成り立つ．

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = 0) \quad (3.2)$$

g は重力加速度, α はエネルギー散逸を考慮するための正数である．本研究では $\alpha = 0.1$ としており，この値は従来のもをそのまま使用している．もし, $\alpha=0$ と仮定した後に数値解析を行うと, $\phi(x, z)$ とその法線方向の傾きが純虚数の範囲で求まる．その結果，周波数応答関数式 (3.9) の位相は 0 か 180 度の二値のみとなり，実験結果に見られるような位相の連続的な変化を考察することができない．また，エネルギー散逸を考慮しないため，共振周波数におけるピークゲインが過大となる． α を正数とおくことにより，実験結果に近い位相特性が得られる．また，共振周波数におけるピークゲインも低くなる．水槽の底面，および壁面では，次式が成り立つ．

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -H, x < L_1) \quad (z = -H, x > L_2) \quad (z = -H, L_1 < x < L_2) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, L) \quad (x = L_1, z < -H_1) \quad (x = L_2, z < -H_1) \quad (3.4)$$

ただし，水平板の鉛直方向の振動は，水平板側面における x 方向速度に影響を与えないとし，右側の水平板と同様に次のように仮定する．

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (z \in [z_p, z_p + H_p], x = x_{p1}, x_{p1} + L_p) \quad (3.5)$$

システムの周波数応答，すなわち水平板をある周波数で振動させた場合の水面の定常的な挙動を導出するため，調和振動を仮定して速度ポテンシャルを次のようにおく．

$$\Phi(x, z, t) = \text{Re}\{\phi(x, z)e^{j\omega t}\} \quad (3.6)$$

また，位置 x における水面の z 方向変位も正弦波振動解

$$\eta(x, t) = \text{Re}\{Be^{j\omega t}\} \quad (3.7)$$

を仮定する．ただし B は未知の複素数である．このとき水面において次式が成り立つ．

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{d\eta}{dt} \Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial z} = j\omega B \Leftrightarrow B = \frac{1}{j\omega} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.8)$$

よって，水平板の z 方向変位から，位置 x における水面の z 方向変位までの周波数応答関数を $G(x, j\omega)$ と定義すると，これは次式で与えられる．

$$G(x, j\omega) := \frac{Be^{j\omega t}}{Ae^{j\omega t}} = \frac{1}{j\omega A} \frac{\partial \phi(x, 0)}{\partial z} \quad (3.9)$$

リファレンスセンサ，エラーセンサの設置位置をそれぞれ $x = x_{\text{ref}}, x_{\text{err}}$ とすると，外乱用アクチュエータからリファレンスセンサまでの周波数応答関数 $G_{yw}(j\omega)$ ，外乱用アクチュエータからエラーセンサまでの周波数応答関数 $G_{zw}(j\omega)$ は， $G(x, j\omega)$ を用いてそれぞれ次式で与えられる．

$$G_{yw}(j\omega) := G(x_{\text{ref}}, j\omega), \quad (3.10)$$

$$G_{zw}(j\omega) := G(x_{\text{err}}, j\omega) \quad (3.11)$$

また，実験装置が左右対称であることから，制御用アクチュエータからリファレンスセンサまでの周波数応答関数 $G_{yu}(j\omega)$ ，制御用アクチュエータからエラーセンサまでの周波数応答関数 $G_{zu}(j\omega)$ も同様

に, $G(x, j\omega)$ を用いてそれぞれ次式で与えられる.

$$G_{yu}(j\omega) := G(L - x_{\text{ref}}, j\omega), \quad (3.12)$$

$$G_{zu}(j\omega) := G(L - x_{\text{err}}, j\omega) \quad (3.13)$$

よって以降では, 上記4つの周波数応答関数を求めるために, $\frac{\partial\phi(x,0)}{\partial z}$ を数値的に求めることを考える. 式(3.6)を式(3.1)(3.5)に代入し, 時間項 $e^{j\omega t}$ を消去すると, 複素関数 $\phi(x, z)$ は次式を満足しなくてはならない.

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.14)$$

$$(-\omega^2 + j\omega\alpha)\phi + g\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad (z = 0) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -H, x < L_1) \quad (z = -H, x > L_2) \quad (z = -H_1, x \in [L_1, L_2]) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, L) \quad (x = L_1, L_2, z \in [-H, -H_1]) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad (x \in [x_{p2}, x_{p2} + L_p], z = z_p, z_p + H_p) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = 0 \quad (z \in [z_p, z_p + H_p], x = x_{p1}, x_{p1} + L_p, x_{p2}, x_{p2} + L_p), \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = j\omega A \quad (x \in [x_{p1}, x_{p1} + L_p], z = z_p, z_p + H_p) \quad (3.20)$$

式(3.6)のように正弦波振動解を仮定したことによって, 水面における境界条件式(3.2)が式(3.15)のように時刻 t に依存しなくなるため, 時間応答を経由せずに周波数応答を直接求めることができる.

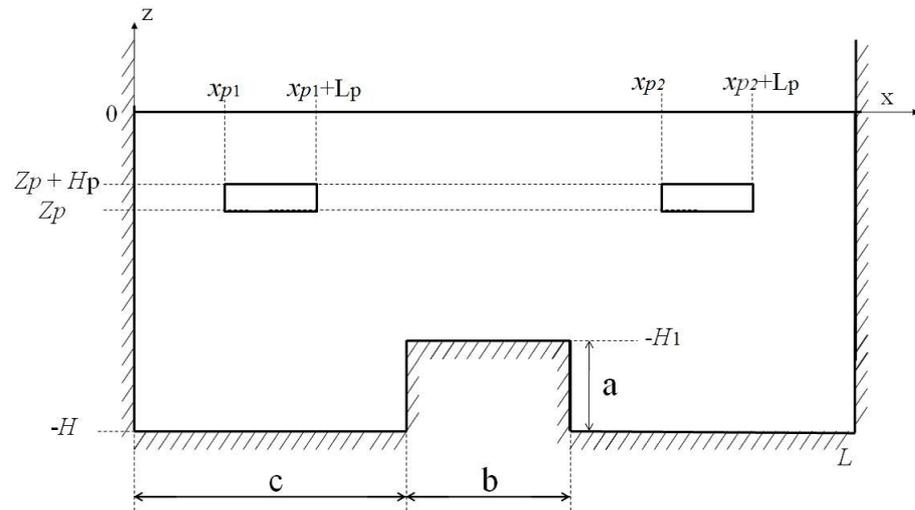


Fig. 3.2: The water tank model for analysis

3.3 境界要素法

水槽にブロックを設置したときの水槽の周波数応答と共振周波数を理論式によって求めることは難しい。そこで、本研究では境界要素法を用いて数値解析的にブロックを設置した水槽の周波数応答を求め、実験値が妥当な結果であることを示すとともに、境界要素法と実験値の比較を行う。最終的に周波数応答によらず境界要素法による数値計算を基に制御系を設計することを目的とし境界要素法による数値計算の妥当性を検証する。以下に境界要素法の詳細について示す。図 3.3 に境界要素法のモデルを示す。実験装置に合わせて、パラメータを次のようにおく： $L = 0.88$, $H = 0.19$, $x_{p1} = 0.15$, $x_{p2} = 0.67$, $L_p = 0.06$, $z_p = 0.15$, $H_p = 0.005$. 凸部の立ち上がりの水平位置 $L_1 = 0.36$, 凸部の立下りの水平位置 $L_2 = 0.52$, 凸部の頂上を $H_1 = 0.1$ とする。境界要素として一定要素(直線要素で、中央に節点を有し、要素内の関数値は一定)を用い、その長さはすべての要素共通で $\Delta_S := 0.005$ とする。このため水深は、実験装置の 0.192 を 0.19 に近似する。また、水平板の高さも実験装置の 3mm を 5mm に近似する。水槽の水平方向の要素分割数を $N_L := L/\Delta_S = 176$, 鉛直方向の要素分割数を $N_H := H/\Delta_S = 38$, ブロック部分の垂直面を $N_{H1} = 20$ 水平板の水平方向の要素分割数を $N_P := L_P/\Delta_S = 12$ とする。また減衰係数は $\alpha = 0.1$ とする。

以下では、一定要素を用いて前述の問題を連立一次方程式で近似する手順を示す。境界要素法の手順は参考文献 [4] の手順を用いた。以降では結果のみを示す。ラプラス方程式 (3.14) の解は、境界積分方程式を満足することが知られている。すなわち、積分経路 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ をそれぞれ図 3.2 の矢印の向きに取ると、境界上の点 $(x, z) \in \Gamma$ において次式が成り立つ。

$$\phi(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} \left\{ \left(\log \frac{1}{r} \right) \frac{\partial \phi(\xi, \eta)}{\partial n} - \phi(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} \left(\log \frac{1}{r} \right) \right\} ds \quad (3.21)$$

ここで、 $\Gamma := \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$, $r := \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - z)^2}$ で、 $(\xi, \eta) \in \Gamma$ は積分経路上の座標である。長さ Δ_S の一定要素を用いて境界を分割すると、 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ の要素分割数はそれぞれ $N_1 := 2(N_L + N_H + N_{H1}) = 468$, $N_2 := 2N_p + 2 = 26$, $N_3 := 2N_p + 2 = 26$ となり、全境界要素数は $N := 520$ となる。各要素の節点を境界要素の間にとり、節点の座標を (x_i, z_i) とすると、式 (3.21) は次のように近似的に離散化される。

$$\frac{1}{2} \phi_i = \sum_{j=1}^N \left\{ h'_{ij} \phi_j + g_{ij} \bar{\phi}_j \right\}, \quad h'_{ij} := -\frac{1}{2\pi} \int_{C_j} \frac{\partial}{\partial n} \left(\log \frac{1}{r_{ij}} \right) ds, \quad g_{ij} := \frac{1}{2\pi} \int_{C_j} \log \frac{1}{r_{ij}} ds \quad (3.22)$$

ただし, $\phi_j, \bar{\phi}_j$ はそれぞれ, j 番目の一定要素 C_j における ϕ の値, その法線方向微分係数である. r_{ij} は, i 番目の一定要素における節点 (x_i, z_i) と, C_j 上の座標 $(\xi, \eta) \in C_j$ 間の距離で, $r_{ij} := \sqrt{(\xi - x_i)^2 + (\eta - z_i)^2}$ である. $i = j$ の場合, 係数 h'_{ij}, g_{ij} は次のように与えられる.

$$h'_{ii} = 0, \quad g_{ii} = \frac{L_i}{2\pi} \left(1 + \log \frac{2}{L_i} \right) \quad (3.23)$$

ただし, L_i は一定要素 C_i の長さである. 一方, $i \neq j$ の場合, ガウスの3点積分公式

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi \simeq \sum_{k=1}^3 w_k f(\xi_k), \quad w_1 := \frac{5}{9}, \quad w_2 := \frac{8}{9}, \quad w_3 := \frac{5}{9}, \quad \xi_1 := -\sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \xi_2 := 0, \quad \xi_3 := \sqrt{\frac{3}{5}} \quad (3.24)$$

を用いると係数 h'_{ij}, g_{ij} の近似値が次のように与えられる.

$$h'_{ij} = \frac{d_{ij} L_j}{4\pi} \sum_{k=1}^3 \frac{w_k}{r_{ik}^2}, \quad g_{ij} = \frac{L_j}{4\pi} \sum_{k=1}^3 \left(w_k \log \frac{1}{r_{ik}} \right) \quad (3.25)$$

ここで r_{ik} は, i 番目の節点 (x_i, z_i) と, 3点積分公式により C_j 上に定められた3点 $(x_k, z_k) (k = 1, 2, 3)$ の距離で,

$$r_{ik} := \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (z_k - z_i)^2}, \quad x_k := x_j + \frac{L_j}{2} \cos(\theta_j) \cdot \xi_k, \quad z_k := z_j + \frac{L_j}{2} \sin(\theta_j) \cdot \xi_k \quad (3.26)$$

である. ただし, θ_j は, C_j 要素が x 軸となす角である. d_{ij} は, C_j 要素を通る直線に対して, 節点 M_i から下ろした垂線の長さで, $d_{ij} = (x_j - x_i) \sin \theta_j - (z_j - z_i) \cos \theta_j$ である.

$u = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \cdots & \phi_N \end{bmatrix}^T, q = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 & \bar{\phi}_2 & \cdots & \bar{\phi}_N \end{bmatrix}^T$ とおくと, 式 (3.22) は次のように書ける.

$$\Pi u = \Xi q \quad (3.27)$$

ただし, $\Pi := \frac{1}{2}I - \Pi'$ で, Π', Ξ はそれぞれ, (i, j) 要素が h'_{ij}, g_{ij} で与えられる正方行列である. ベクトル q は次のように与えられる.

$$q^T = \left[0_{(N_L + N_H + 2N_{H1}) \times 1}^T \quad q_s^T \quad 0_{N_H \times 1}^T \quad : 0 \quad j\omega A1_{N_P \times 1}^T \quad 0 \quad -j\omega A1_{N_P \times 1}^T \quad : 0_{2(1+N_P) \times 1}^T \right]^T \quad (3.28)$$

破線で分けられた三つの部分は左から, 水槽の周囲, 左側のプレート, 右側のプレートの境界条件に対

応する. $0_{n \times 1}$, $1_{n \times 1}$ はそれぞれ, n 行 1 列で要素がすべて 0 または 1 のベクトルである. q_s は水面の節点における法線方向微分係数 $\frac{\partial \phi(x,0)}{\partial z}$ で, 求めるべき未知ベクトルである. 式 (3.15) より, q_s は u の成分を用いて次式で与えられる.

$$q_s = \frac{\omega^2}{g} u(N_L + 2N_H + 1 : N_L + N_H + N_L, 1) \quad (3.29)$$

ただし, $u(n : m, 1)$ ($n < m$) は, 列ベクトル u のうち第 n 行から第 m 行までを取り出したベクトルを表す. 式 (3.27) において, u の成分を左辺に移項すると次式を得る.

$$\begin{aligned} & \left(\Pi - \frac{\omega^2}{g} \Xi(:, N_L + N_H + 1 : N_L + N_H + N_L) \right) u \\ & = \Xi(:, 2(N_L + N_H) + 1 : 2(N_L + N_H) + 2(1 + N_P)) \begin{bmatrix} 0 \\ j\omega A 1_{N_P \times 1} \\ 0 \\ -j\omega A 1_{N_P \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.30)$$

ただし, $\Xi(:, n : m)$ ($n < m$) は, 行列 Ξ のうち第 n 列から第 m 列までを取り出した行列を表す. 上式に左から, 上式左辺の括弧内の行列の逆行列をかければ, u が求まり, 次いで式 (3.29) により q_s が求まる.

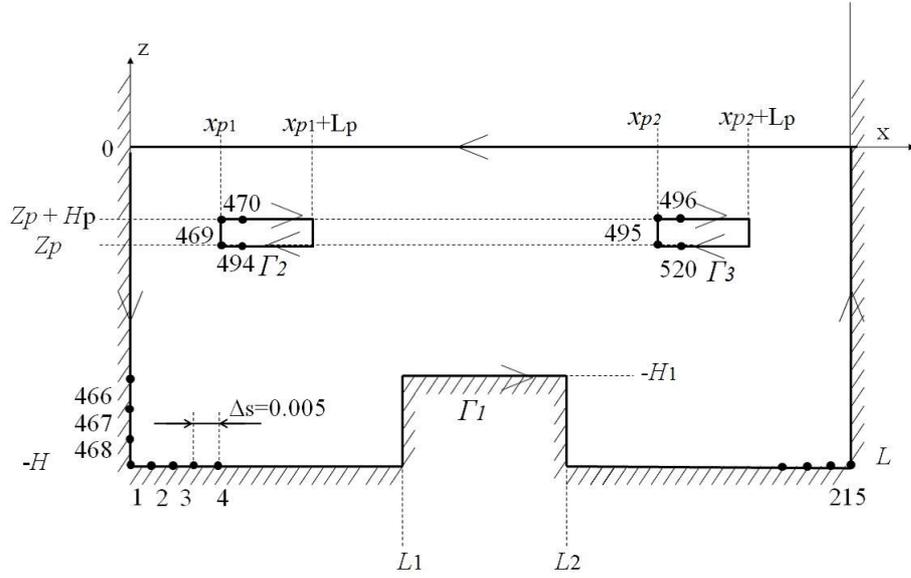


Fig. 3.3: Numerical model for boundary element method

3.4 水位による開ループ系の周波数応答の変化

ブロックを設置しない単純な矩形水槽の共振周波数は公式によって求められる。水槽が長さ l と深さ h の二次元を持ち、有限の深さで、波が微小振幅であり、側壁の影響を無視すると仮定する。仮にモデルを考慮した場合、波の伝播速度 C_p は式 (3.31) となる。アクチュエータに取り付けたアクリルの板の幅は ($=288\text{mm}$) で水槽の幅とほぼ等しいため、幅方向の波は無視し、2次元の水槽と考えることとする。

$$C_p = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{\lambda}} \quad (3.31)$$

g は重力加速度、 h は水深を示している。 λ は波長、 $\lambda = \frac{2l}{n}$ より、共振周波数 f_n は式 (3.32) より求められる。

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{gl}{n\pi} \tanh \frac{n\pi h}{l}} \quad (3.32)$$

n は波の次数、 l は水槽の横方向の長さを示している。

表 3.1 に水深が 192mm , 162mm , 132mm のブロックを設置しない水槽の共振周波数を式 3.32 によって計算したものを示す。水深が浅くなるほど共振周波数は低下していくことがわかる。

Table 3.1: Resonance frequency by height of water surface (Calculation)

Height of water surface (mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance(Hz)
192	0.726	1.24	1.6
162	0.68	1.21	1.58
132	0.624	1.14	1.54

ブロックを設置した水槽の周波数応答と比較するため、また、水位の高さによる水槽の開ループ系の周波数応答を取得するためにブロックを設置しない状態の水槽で周波数応答測定を行った。実験条件を表 3.2 に示す。水位を 192mm,162mm,132mm と 30mm ずつ減らして周波数応答を測定した。2.1 章でも述べたとおり、水位/水平板は 0.875 を超えると反射率が大きくなり想定モデルと異なる。その値を超えないよう、比率を 0.8 にあわせ、水平板の高さは 154,130,105mm と設定した。

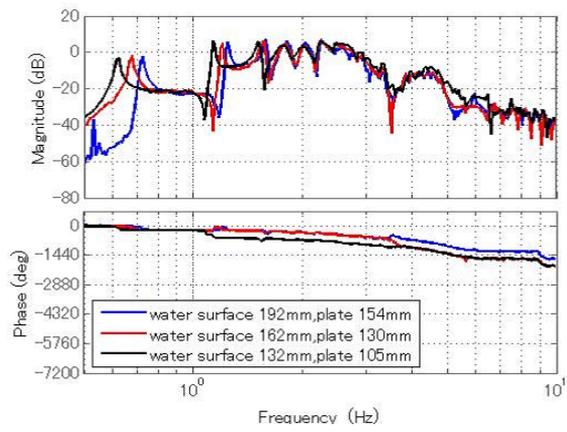
Table 3.2: Experimental condition to research effect of water-surface height

Height of water surface (mm)	192	162	132
Height of plate (mm)	154	130	105

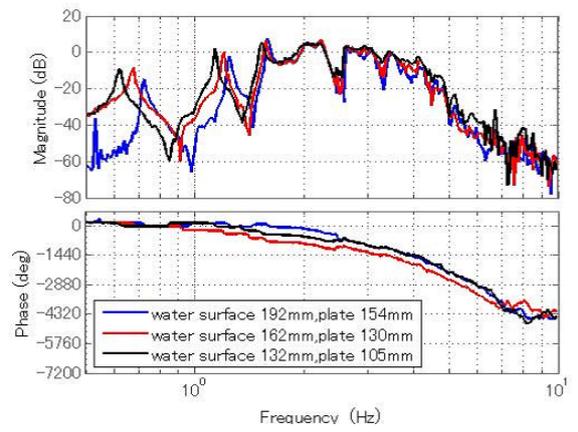
実験結果を図 3.4 に示す。実験により得た各条件における周波数応答の共振周波数を表 3.3 に示す。なお実験による共振周波数は 4 つの周波数応答測定の中から from w to z のグラフから読み取った周波数を記録した。実験結果は数式による計算結果とほぼ近似し、モデル化の整合性が取れてると言える。

Table 3.3: Resonance frequency by height of water surface (Experiment)

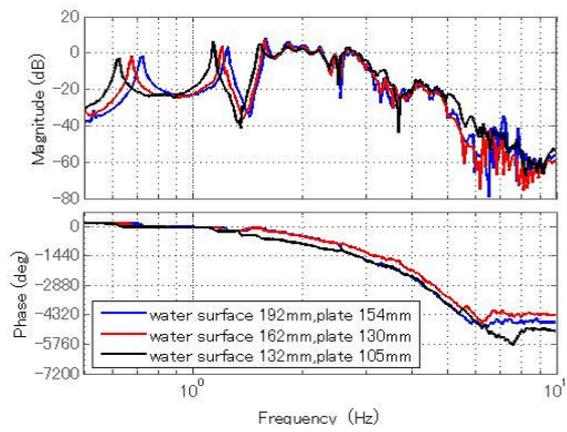
Height of water surface (mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance(Hz)
192	0.724	1.24	1.58
162	0.676	1.2	1.55
132	0.624	1.14	1.51



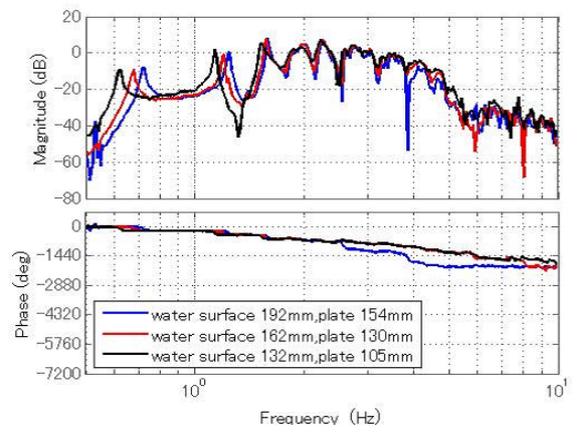
from w to z



from u to z



from w to y



from u to y

Fig. 3.4: Frequency response with various water level

3.5 ブロックによる共振周波数の変化

本節では表 2.2 の case について周波数応答を測定し、整理した結果を示す。

図 3.5 にブロックの高さ a を 50mm ずつ変化させた時の周波数応答を示す。図の青線はブロックを設置しない水槽の周波数応答 case1, ブロックの高さによる違いを比較するために case2 を赤線, case3 を黒線, case4 を緑線で示している。図 3.5 の青線とその他の線の比較よりブロック有り・無しの変化では、ブロック有りのほうが周波数応答が低周波方向に推移する傾向がある。また、高さを変化させた赤、黒、緑の線の比較からブロックが高くなると共振周波数が低くなる傾向がある。

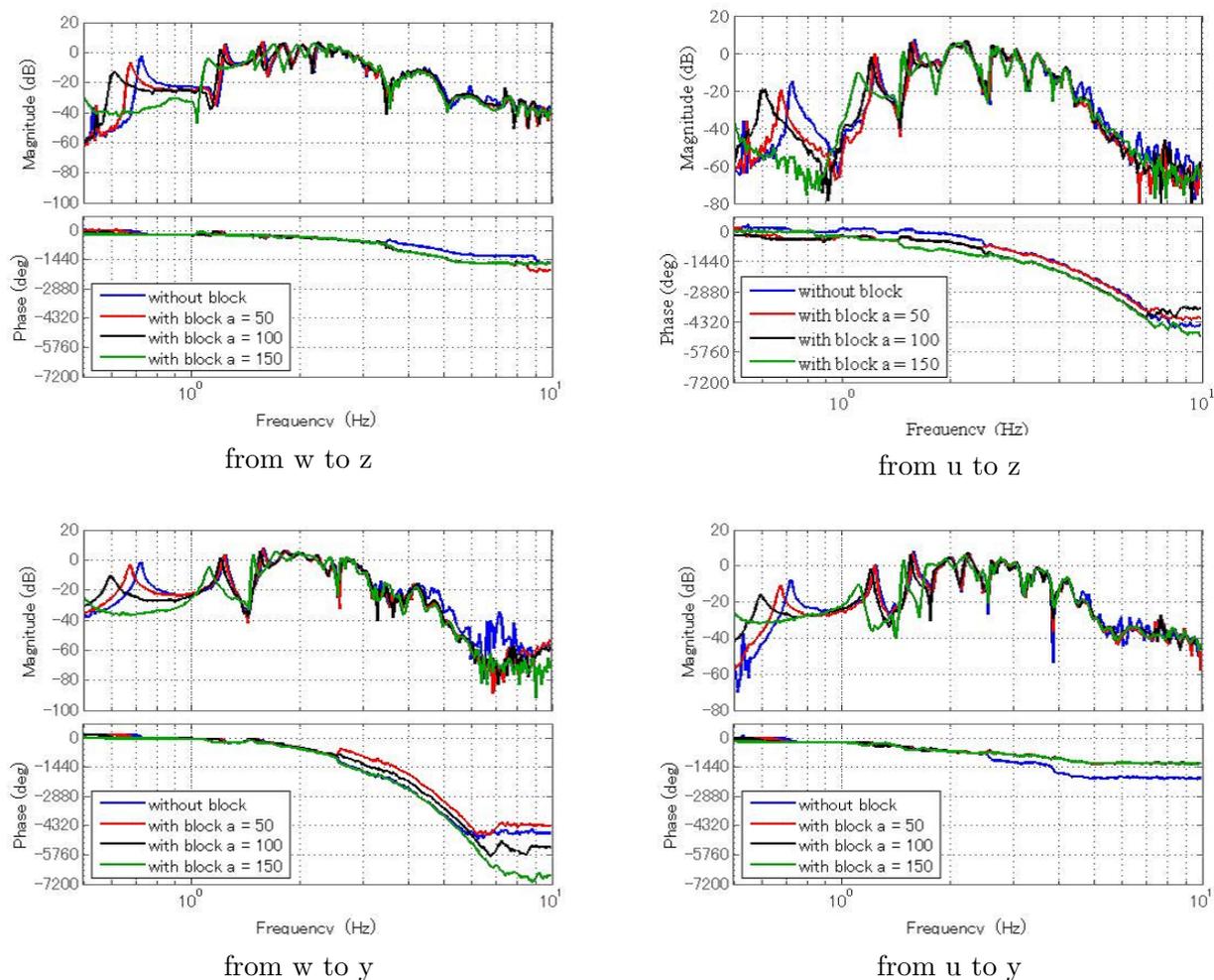


Fig. 3.5: Frequency response with various block height

図 3.6 にブロックの横幅 b を 50mm ずつ変化させた時の周波数応答を示す。図の青線はブロックを設置しない水槽の周波数応答 case1,00 ブロックの幅による違いを比較するために case5 を赤線,case6 を黒線,case7 を緑線で示している。高さの変化と同じく、青線とその他の線との比較により、ブロック有り・無しでは、ブロック有りのほうが共振周波数が低くなる。各線の比較によりブロックの横幅が長くなるとブロックの高さと同様に共振周波数が低下する傾向があることがわかる。図 3.6 の各グラフでは、青線の 1 次共振周波数は 0.72Hz 付近で見ることができるが、その他の線では見られない。

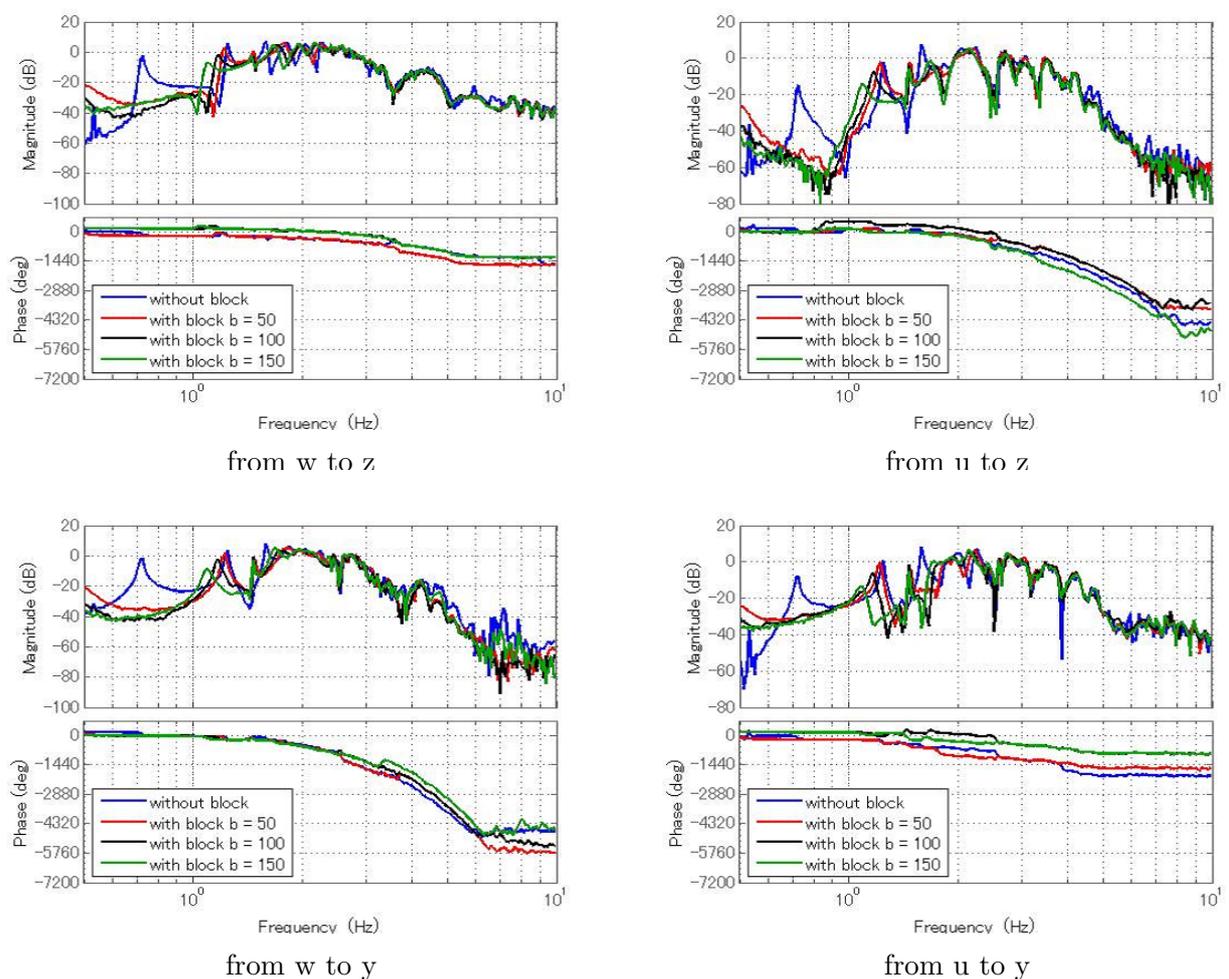


Fig. 3.6: Frequency response with various block width

図 3.7 にブロックの位置 c を変化させた時の周波数応答を示す. 青線が case2, 赤線が case8, 黒線が case9 を示している. それぞれ, 水槽の壁際, 壁と水槽中心の中間地点, 水槽中心にブロックを設置した条件を示している. 位置による変化はブロックの横幅, 高さの変化と比較して鈍い. 図 3.7 の各線を比較すると, ブロックが中心に近づくほど 1 次共振周波数が低くなるのがわかる.

本論文と加振の方法は違うが, 水槽の底を加振する場合について有限要素法に基づき共振周波数がブロックの形状に依存して低下する同様の結果が報告されている [8].

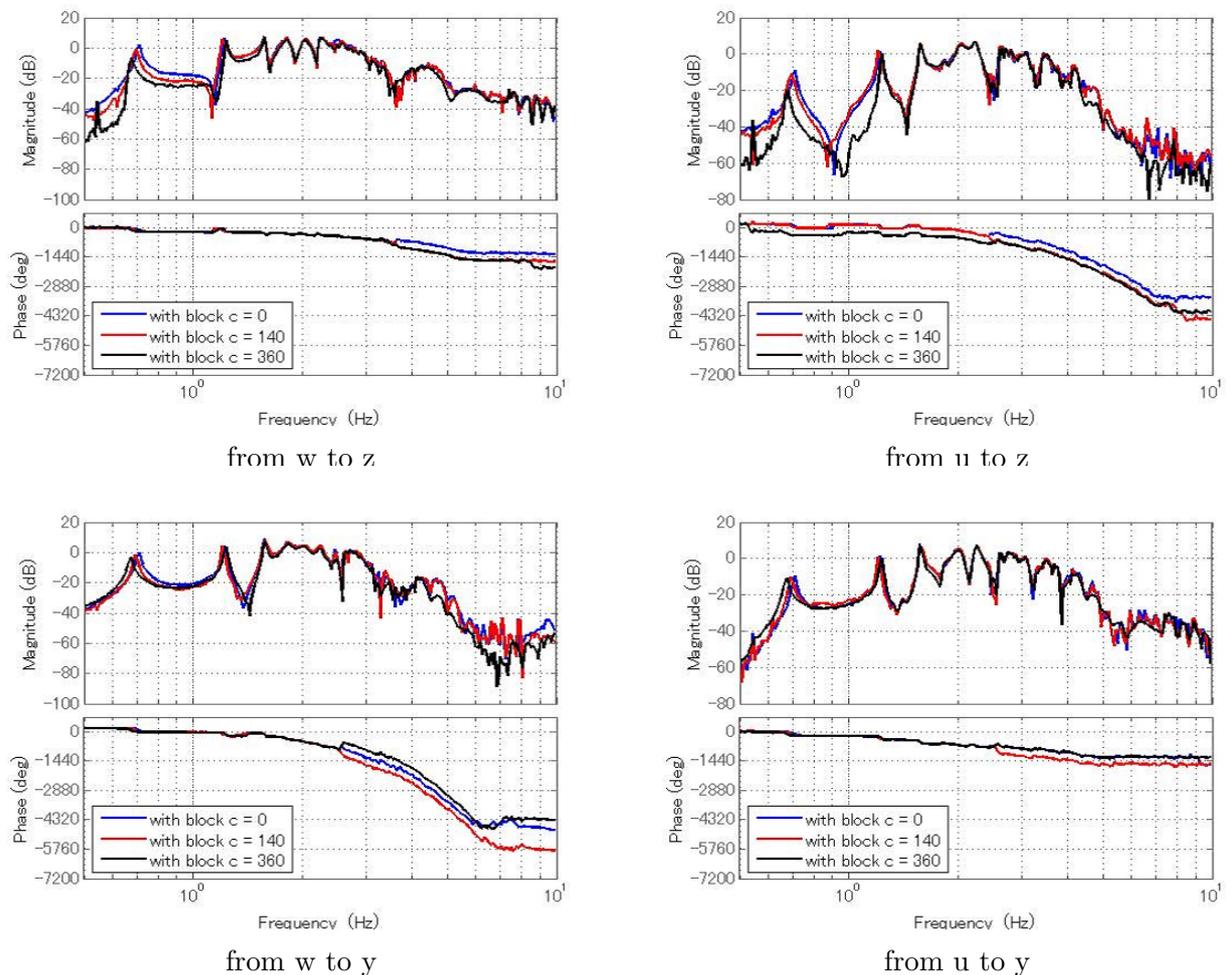


Fig. 3.7: Frequency response with distance from wall to block edge

表 3.4 は高さ a , 表 3.7 は横幅 b , 表 3.10 は距離 c をそれぞれ変更したときの周波数応答による共振周波数を示す. 共振周波数は w から z のグラフから確認した. 表 3.5 は高さ a , 表 3.8 は横幅 b , 表 3.11 は距離 c をそれぞれ変更したときの境界要素法による共振周波数の計算値を示す. 表 3.6 は高さ a , 表 3.9 は横幅 b , 表 3.12 は距離 c をそれぞれ変更したときの相対誤差である. 図 3.8 にブロックの高さ a を変化させた時, 図 3.9 にブロックの横幅 b を変化させた時, 図 3.10 にブロックの位置 c を変化させた時の 4 次共振周波数までのプロットを示す. ただし一部, 1 次共振周波数が周波数の下限値 0.5Hz より低くなった場合があり, これは表示されていない. 共振周波数が 0.5Hz を下回ったことは境界要素法による数値計算により示されている. 各図の青線が周波数応答測定によるもの, 赤線が共振周波数による計算値を示している. 周波数応答測定と境界要素法による共振周波数は相対誤差 3%以内で一致した. 実験値と境界要素法の共振周波数の値は近似することを示す. これらの結果より周波数応答の実験値は妥当な値であるといえる.

Table 3.4: Resonance frequency (Experiment by change of height)

a(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.723	1.24	1.58	1.82
50	0.676	1.23	1.57	1.8
100	0.603	1.2	1.54	1.78
150	No data	1.12	1.47	1.7

Table 3.5: Resonance frequency (BEM by change of height)

a(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.715	1.24	1.58	1.82
50	0.676	1.23	1.58	1.8
100	0.589	1.2	1.55	1.8
150	0.445	1.1	1.48	1.7

Table 3.6: Relative error of experiment and BEM (Height)

1st resonance (%)	2nd resonance (%)	3rd resonance (%)	4th resonance (%)
-1.11	0	0	0
0	0	0.64	0
-2.32	0	0.65	1.12
No data	-1.79	0.68	0

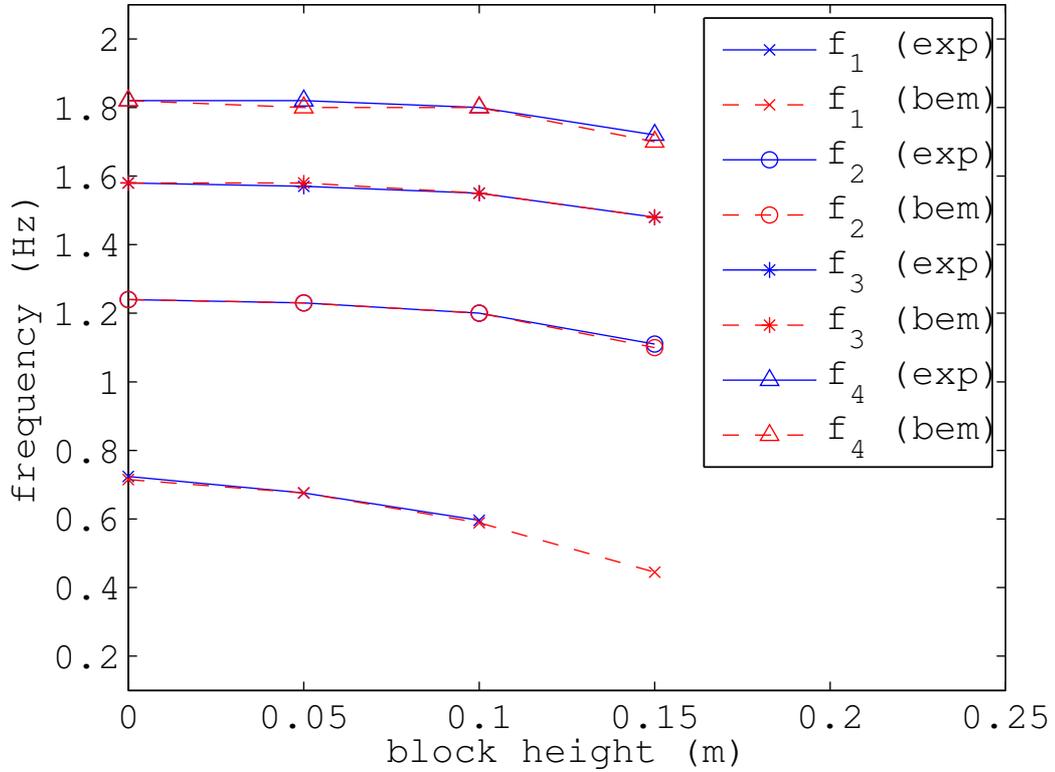


Fig. 3.8: Resonance frequency due to block height

Table 3.7: Resonance frequency (Experiment by change of width)

b(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.723	1.24	1.58	1.82
50	No data	1.22	1.45	1.76
100	No data	1.17	1.45	1.7
150	No data	1.09	1.46	1.68

Table 3.8: Resonance frequency (BEM by change of width)

b(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.715	1.24	1.58	1.82
50	0.48	1.22	1.46	1.78
100	0.435	1.16	1.46	1.72
150	0.405	1.07	1.45	1.66

Table 3.9: Relative error of experiment and BEM (Width)

1st resonance (%)	2nd resonance (%)	3rd resonance (%)	4th resonance (%)
1.11	0	0	0
No data	0	-0.69	-1.14
No data	0.85	-0.69	-1.18
No data	1.83	0.68	1.19

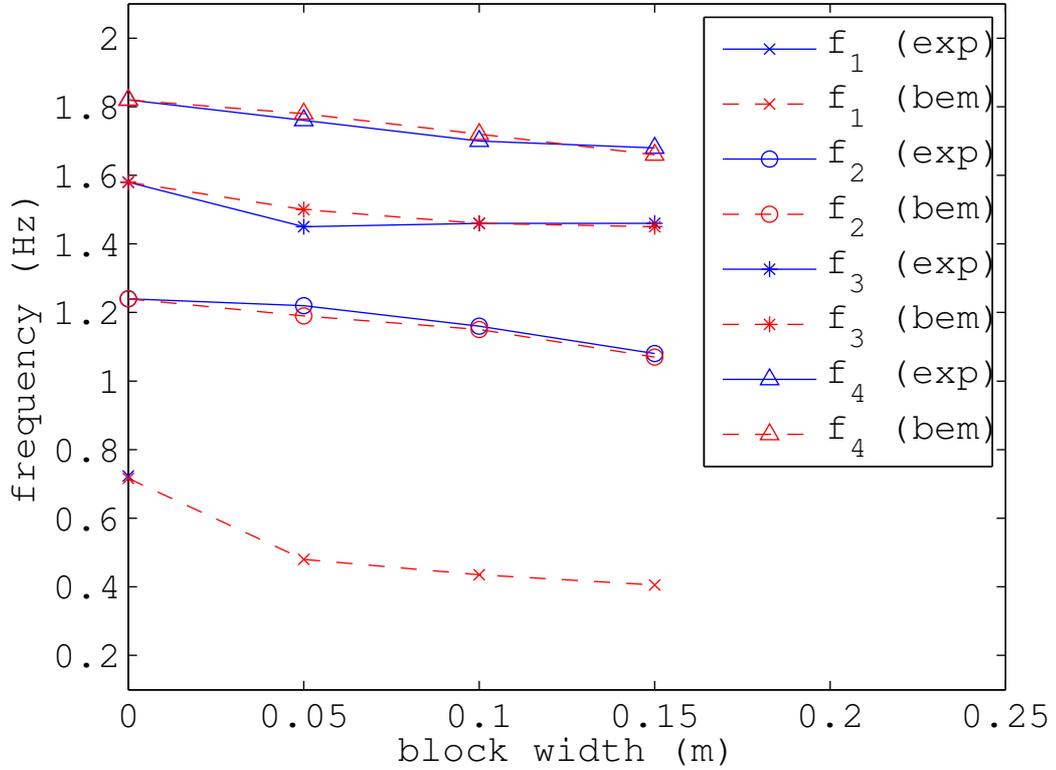


Fig. 3.9: Resonance frequency due to block width

Table 3.10: Resonance frequency (Experiment by change of distance)

c(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.709	1.22	1.57	1.84
140	0.692	1.2	1.58	1.8
350	0.676	1.23	1.57	1.8

Table 3.11: Resonance frequency (BEM by change of distance)

c(mm)	1st resonance (Hz)	2nd resonance (Hz)	3rd resonance (Hz)	4th resonance (Hz)
0	0.708	1.22	1.57	1.82
140	0.692	1.2	1.57	1.82
350	0.676	1.23	1.58	1.8

Table 3.12: Relative error of experiment and BEM (distance)

1st resonance (%)	2nd resonance (%)	3rd resonance (%)	4th resonance (%)
0.14	0	0	-0.55
0	0	-0.63	1.09
0	0	-0.64	0

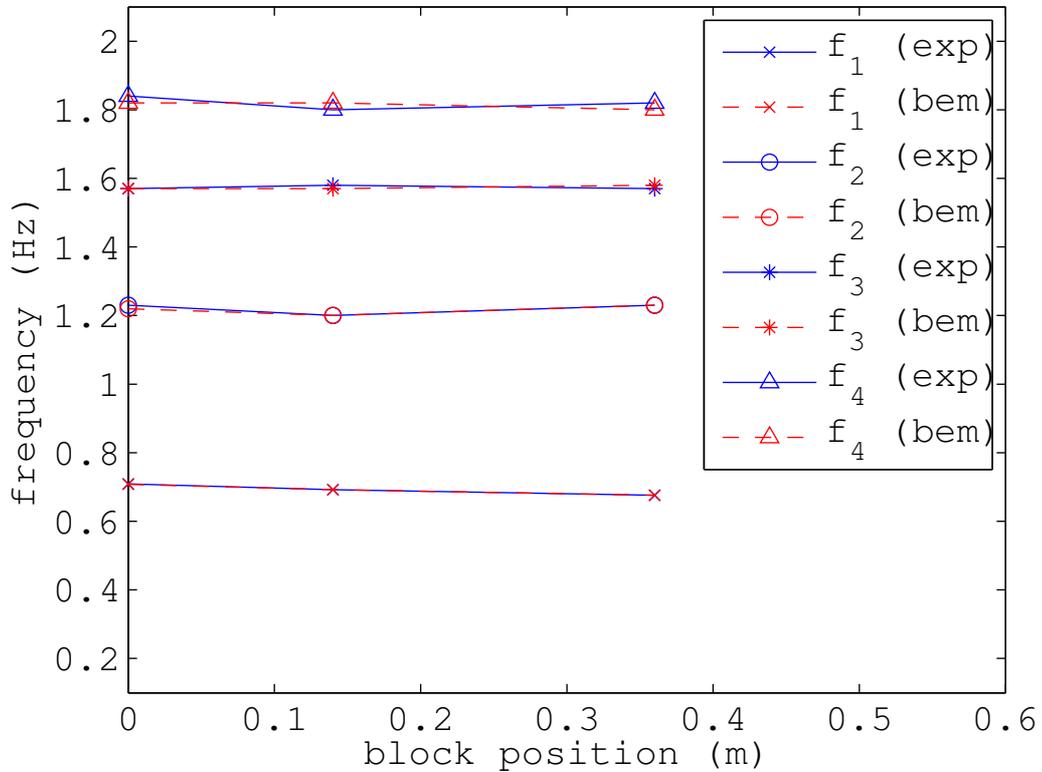


Fig. 3.10: Resonance frequency due to distance from wall to block edge

ブロックの高さと横幅を広くしていくと共振周波数が低くなる結果は、水槽の水位を低くしていったときに共振周波数が低くなる結果と定性的に一致する。3.4節の”水位による開ループ系の応答の変化”により矩形水槽の共振周波数の数式 (3.32) が本実験装置に適用できることを実験により示した。この式より矩形水槽の共振周波数は水深が下がると低くなるのがわかる。以下にブロックを設置したとする水槽の図を載せ、ブロックと水位の関係を示す。

図 3.11 は高さ a のブロックを水槽中心に設置したと想定する図である。ブロックを水槽に設置すると図 3.11 の赤枠で指し示す部分の領域はブロックにより分断され動くことのできない流体であると想定できる。このことから、実質の水槽の水位は $0.192 - a$ と考えることができる。ブロックの高さ a の分だけ水位は下がり、このことがブロックの高さを大きくしたときに共振周波数が下がる理由と考えられる。

図 3.12 は横幅 $b=0.88(\text{m})$ のブロックを水槽に設置したと想定する図である。ブロックの横幅を水槽の横幅まで大きくすると水位は 0.192m からブロックの高さ a を引いたものと考えられる。ブロックの横幅を大きくしていくことは図 3.12 の条件に近づけていくことと考えることができる。そのため、ブロックの横幅を大きくすることは水位を下げることに等しく、共振周波数が下がると考えられる。

図 3.13 はブロックを壁際に設置した時の図である。ブロックを壁際に設置すると水槽は壁が若干厚くなっただけと考えられる。ブロックの位置の変化はブロックの高さや横幅を大きくしたときののように水位が変化すると想定はできない。そのため、ブロックの形状を変えたときよりも周波数応答の変化が鈍いと考えられる。唯一、1次共振周波数がブロックを中心に近づけると低下したのは、3.11 のようにブロックを設置することにより動くことのできない流体が壁際にブロックを設置したときよりも増えたからと考えられる。

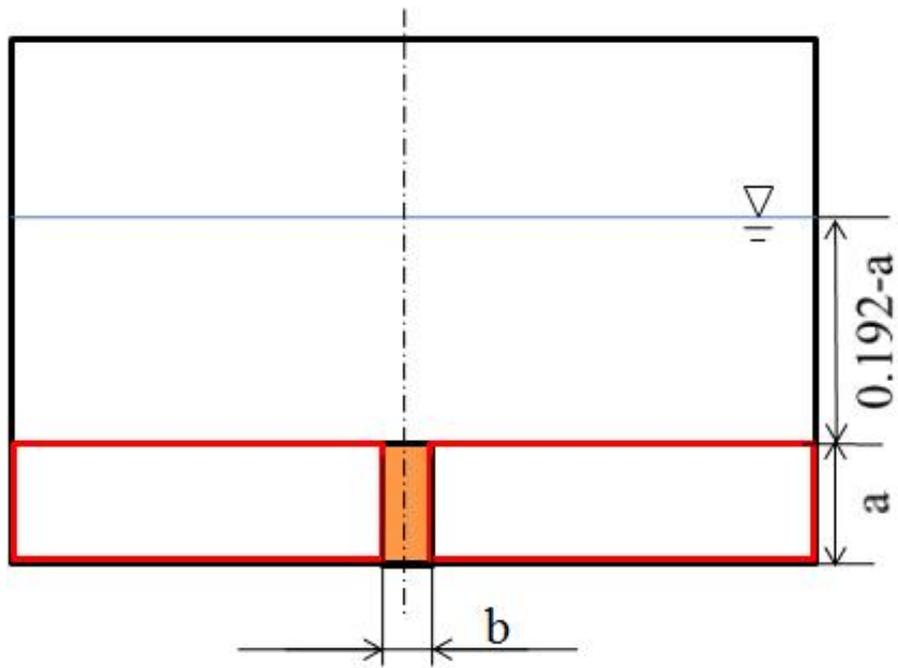


Fig. 3.11: Image of the water tank with the block, height = $2a$

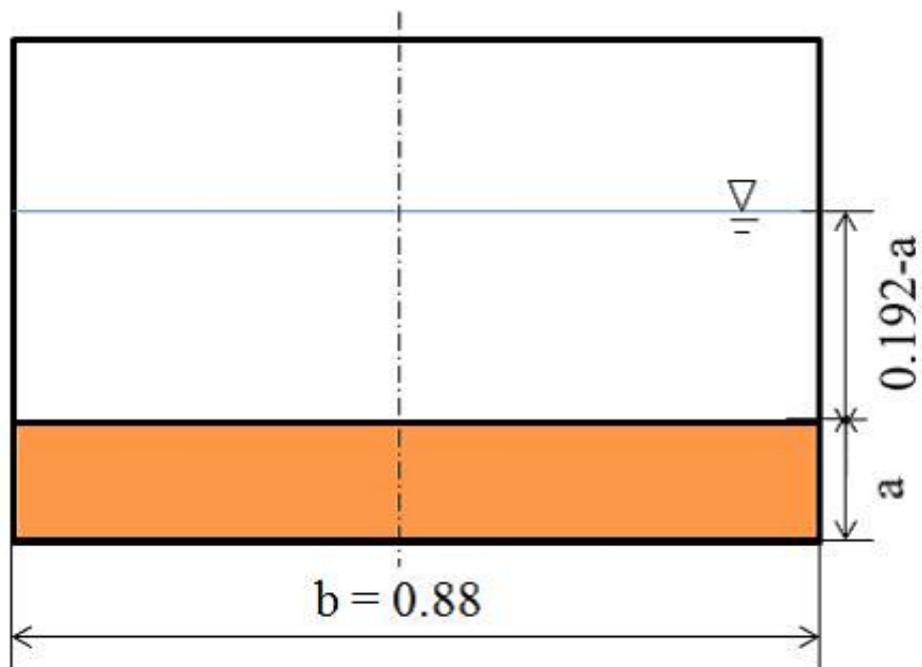


Fig. 3.12: Image of the water tank with the block, $b=0.88(\text{m})$

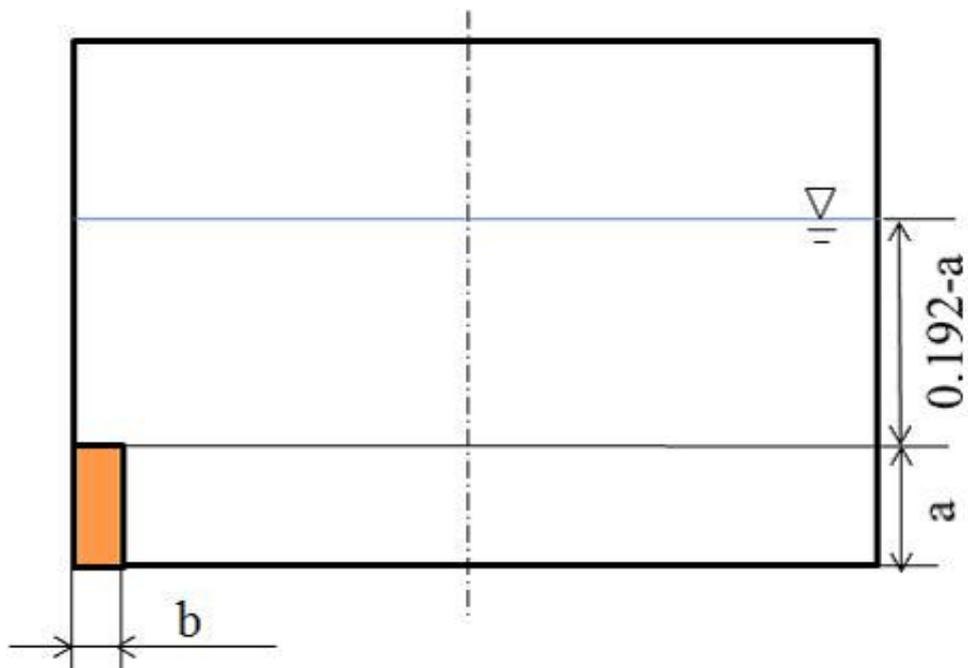


Fig. 3.13: Image of the water tank with the block , $c = 0(\text{m})$

第4章 外乱抑制制御設計と実験

4.1 補償器設計

まずブロックを設置しない表 2.2 の case 1 に対して, H_∞ 制御に基づいて外乱抑制制系を設計する. 本制御系の目的は, 外乱アクチュエータが駆動したときにエラーセンサ z 地点で観測される波を, 制御アクチュエータを駆動してできるだけ小さく抑制することである.

補償器設計を行うために, 図 2.1 の $[wu]^t$ から $[zy]^t$ までの入出力システムをプラントと考え, これを $G(s)$ と表す. 伝達関数は式 (4.1) となる.

$$G(s) := \begin{bmatrix} G_{zw}(s) & G_{zu}(s) \\ G_{yw}(s) & G_{yu}(s) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

閉ループ系の安定性を保証するために, フィードバックループを構成する伝達関数 $G_{yu}(s)$ のモデル化誤差を見積もる.

$G(s)$ を構成する 4 つの伝達関数のうち, 少なくとも G_{yu} のモデル化誤差を考える必要がある. そのため, 制御アクチュエータの駆動信号 u はリファレンスセンサ y の出力を基に補償器によって生成される. 本論文では, 加法的摂動モデルを用いて G_{yu} を次のように表す.

$$G_{yu}(s) = G_{yu}(s) + W(s)\delta(s) \quad (4.2)$$

図 2.1 はモデル化より, 図 4.1 のように示される.

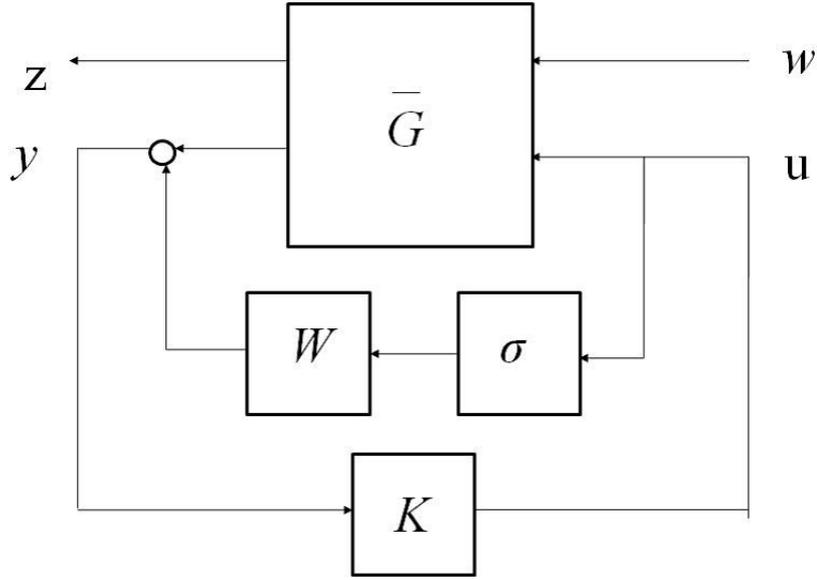


Fig. 4.1: Closed-loop system

\bar{G} は実験的に得た周波数応答を近似するノミナルプラント, W は加法的摂動に対する重みで, 図 4.3 の青点を覆うように次式で定めた.

$$W(s) = 0.09 \frac{\omega_2^2 (s^2 + 2\xi_1 \omega_1 s + \omega_1^2)}{\omega_1^2 (s^2 + 2\xi_2 \omega_2 s + \omega_2^2)} \frac{\omega_3^2}{(s + \omega_3)^2}$$

$$\omega_1 = 2\pi \times 0.68, \quad \xi = 0.6, \quad \omega_2 = 2\pi \times 2, \quad \xi_2 = 0.5, \quad \omega_3 = 2\pi \times 4$$

$K(s)$ は連続時間の補償器である. 本論文では, 次の条件を満足するように $K(s)$ を設計する.

(i) 閉ループ系は任意の $\delta(s)$ に対して内部安定

(ii) $\|W_P(s)T_{zw}(s)\|_\infty$ が最小となる

$T_{zw}(s)$ は w から z までの閉ループ系の伝達関数で, $W_P(s)$ は, 低周波数域の制御性能を良好にするための重み関数である.

$$W_P(s) = \frac{\omega_P}{s + \omega_P}, \quad \omega_P = 2\pi \times 1$$

小ゲイン定理より, 上記の設計問題は図 4.2 の定数スケーリングつき \mathcal{H}_∞ 制御問題に帰着できる

[4]. すなわち，以下の条件下で γ を最小化する $K(s)$ を求める問題である．

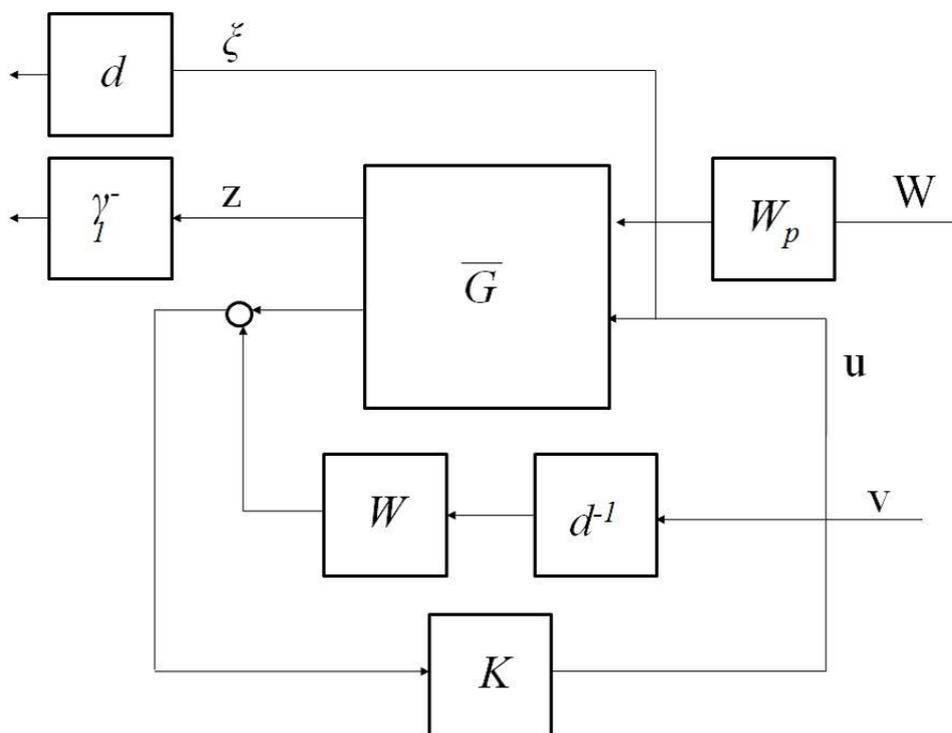


Fig. 4.2: Robust performance problem with scaling

MATLAB の `hinfscyn` 関数を用いて，次の定数スケーリング付き H_∞ 制御問題を解き補償器を求めた：次の条件を満足し，かつ正数 γ を最小化する補償器 $K(s)$ を求めよ．(i) 図 4.2 の閉ループ系が内部安定; (ii) 適当な整数 d が存在して図 4.2 の閉ループ系の H_∞ ノルムが 1 未満となる．

できるだけ，高い制御性能をえるために，スケーリング d を変化させて変数 k の最大値を見つける． d の探索に関しては， d に対して二分法により γ を最小化する d と補償器 $K(s)$ を求める．その時に得られる補償器が，最もよい性能の補償器となる．図 4.4 にスケーリングの結果を示す．

得られた補償器と前節の周波数応答実験結果から算出した閉ループ系のゲイン特性を図 4.5 の赤線に示す．青線は開ループ系のゲイン特性である．黒の点線は制御条件 case1 の共振周波数を示している．1 次から 3 次共振周波数成分の外乱がそれぞれ -1.45dB (約 15%)， -5.2dB (約 45%)， -6.2dB (約 51%) 抑制されると期待できる．

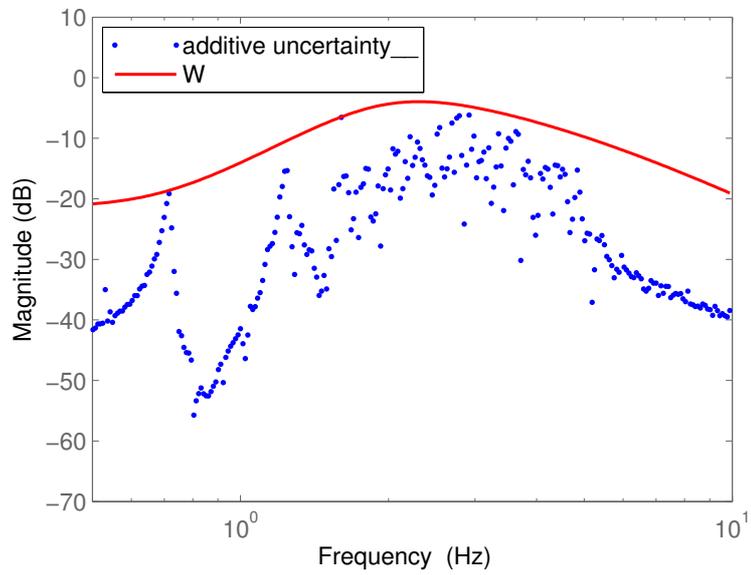


Fig. 4.3: Additive uncertainty and weight (case1)

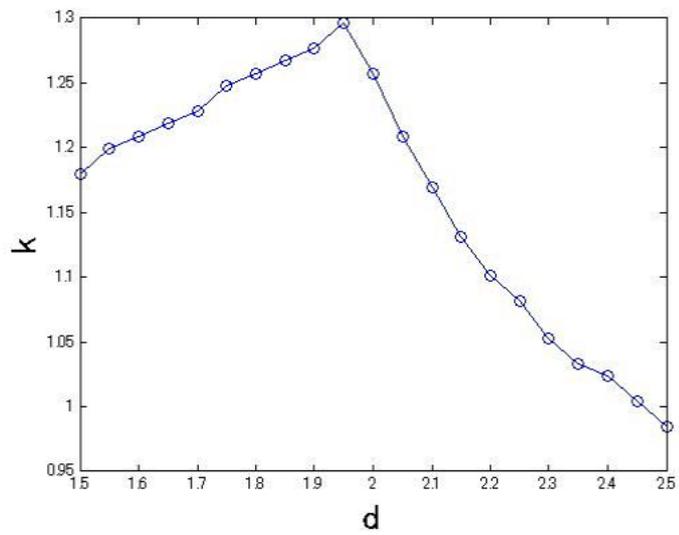


Fig. 4.4: Scaling (case1)

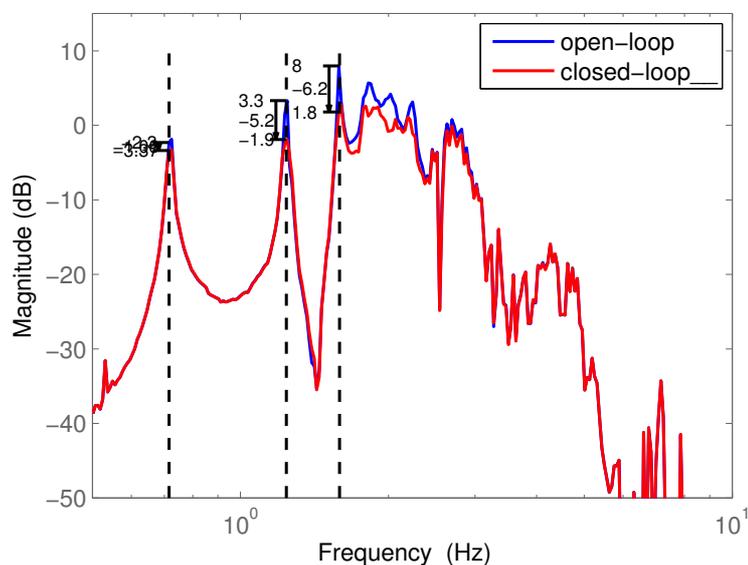


Fig. 4.5: Open- and closed-loop gain (case1)

以上は設計手順は文献 [4] と同一である．この系統的な抑制制御系の設計を用いて，表 2.2 の case3 の補償器を作成し，case1 との比較を行うことを目的とする．図 4.6 に case3 の重み関数を表示する．重み関数はロバスト性を考慮して，青点を囲むように設定した．実験的に得た周波数応答を元に case3 の重み関数 W を作成する．図 4.7 にスケーリングの結果を示す．case3 の制御性能予測するため，図 4.8 に赤線で閉ループ系のゲイン特性を示し，青線で開ループ特性を示す．黒の点線は制御条件 case3 の共振周波数を示す．2 次および 3 次共振周波数成分の外乱がそれぞれ -4.6dB (約 41%)， -9.5dB (約 60%) 抑制されると期待できる．case1 と比較して 1 次共振周波数の抑制効果が少ない．これは 1 次共振周波数の開ループゲインがブロックを設置することで抑制されてしまったためと考えられる．図 4.5 と図 4.8 を比較すると制御効果は低周波領域の比較的大きいゲインで見取れる．特に，case1 と case3 の 1 次共振周波数を比較すると case3 は -10dB 以下と小さく，このことから制御効果が小さくなったものと考えられる．また，ブロックを設置することで共振周波数が低くなったことも原因と考えられる．本研究では低周波領域の抑制性能を良くするために性能重み W_p を与えているが，これがブロックを設置したことにより適切な値とずれてしまったと考えられる．ブロックを設置した条件で制御系を設計するためには共振周波数が低下することを念頭に入れておく必要があるとみられる．ただし，2 次と 3 次共振周波数は比較的高い値を示し，ブロックを置いた状態での制御が可能であることを示す．

$$W(s) = 0.06 \frac{\omega_2^2 (s^2 + 2\xi_1 \omega_1 s + \omega_1^2)}{\omega_1^2 (s^2 + 2\xi_2 \omega_2 s + \omega_2^2)} \frac{\omega_3^2}{(s + \omega_3)^2}$$

$$\omega_1 = 2\pi \times 0.9, \quad \xi = 0.6, \quad \omega_2 = 2\pi \times 2.8, \quad \xi_2 = 0.28, \quad \omega_3 = 2\pi \times 4$$

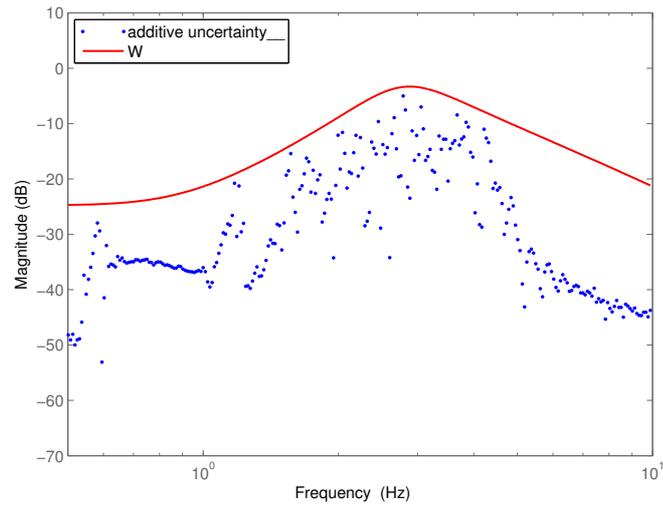


Fig. 4.6: Additive uncertainty and weight (case3)

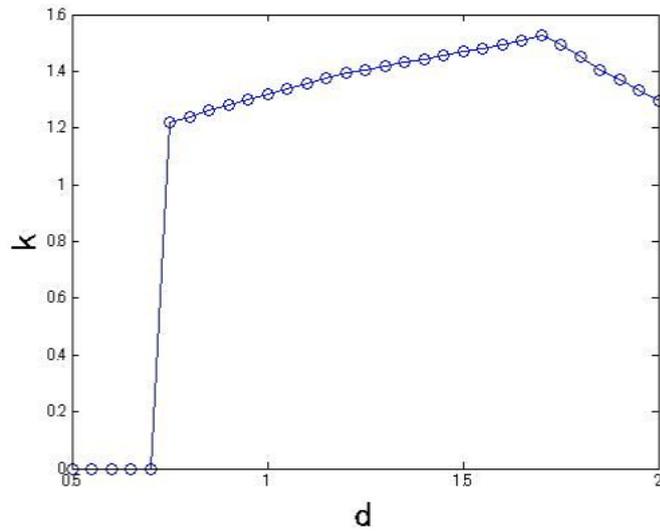


Fig. 4.7: Scaling (case3)

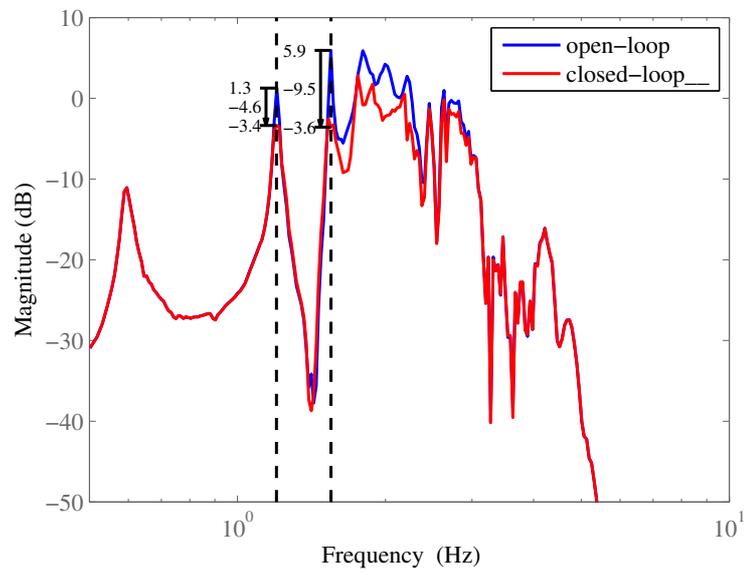


Fig. 4.8: Open- and closed-loop gain (case3)

4.2 正弦波外乱抑制制御実験

表 2.2 における case1 の制御条件にて抑制制御実験を行う。閉ループ特性の妥当性を検証するため、外乱アクチュエータの駆動信号 w として正弦波を入力する。正弦波の周波数には周波数応答実験から得られた 1~3 次までの共振周波数を用いる。

図 4.9,4.11,4.13 に外乱信号 w として外乱用アクチュエータを振幅 5mm で 1 ~ 3 次共振周波数 (0.73, 1.25, 1.60Hz) の正弦波を与えたときの制御系の時間応答とエラーセンサ出力 z を示し、それらの FFT 解析結果を図 4.10,4.12,4.14 に示す。時間応答の長さは 150 秒で 75 秒から制御開始している。時間応答の図は、上段からエラーセンサ出力 z 、リファレンスセンサ出力 y 、制御入力 u である。

FFT 解析結果より、1 次共振周波数 39%、2 次共振周波数 53%、3 次共振周波数 32% 抑制された。実験の結果、制御性能予測と同じく 2 次と 3 次の共振周波数が大きく抑制されることを示す。

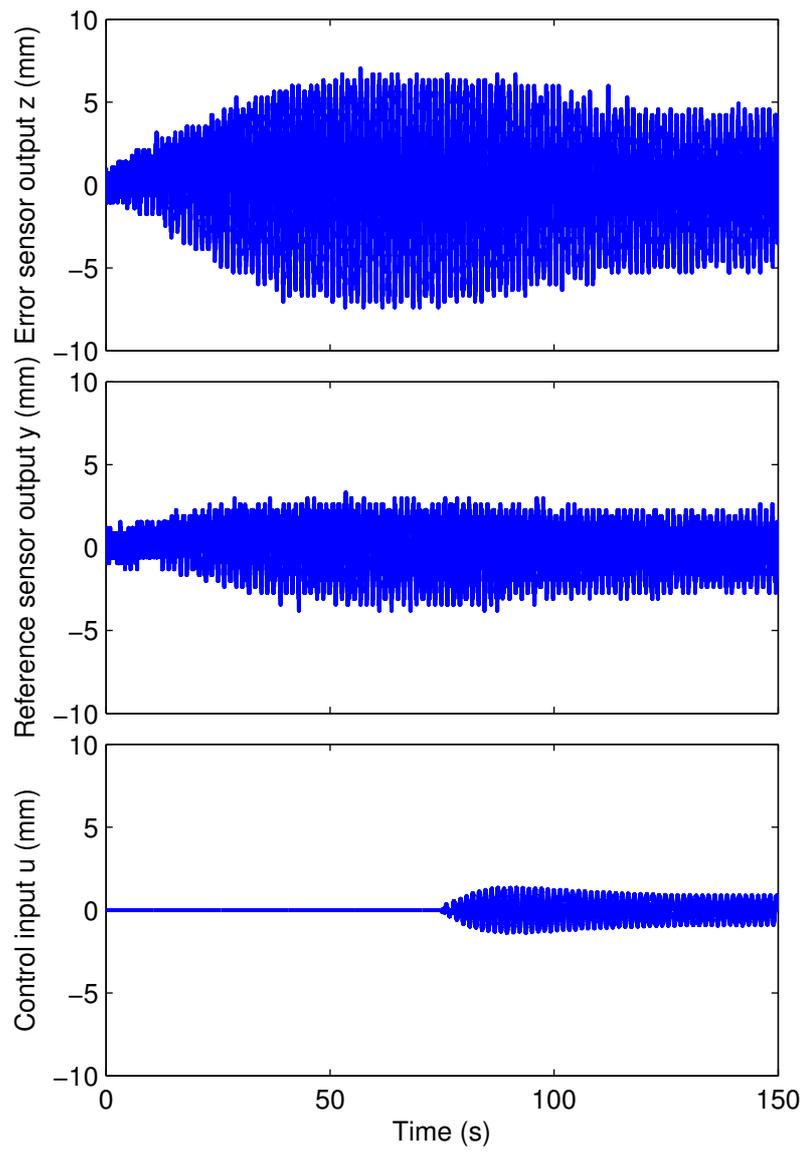


Fig. 4.9: Time responses for sinusoidal excitation (1st resonance)

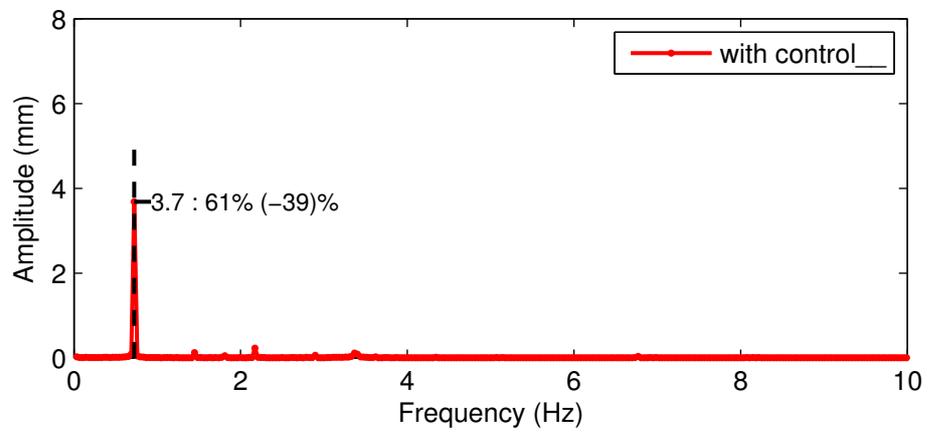
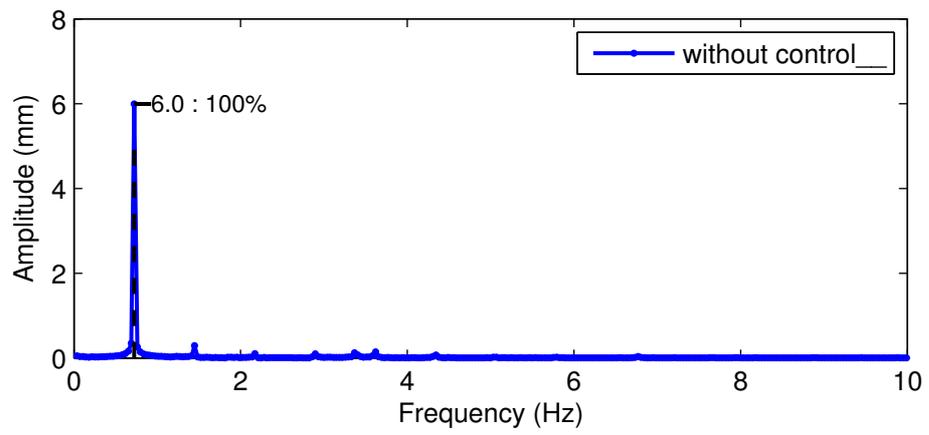


Fig. 4.10: FFT analysis of z in Fig4.15

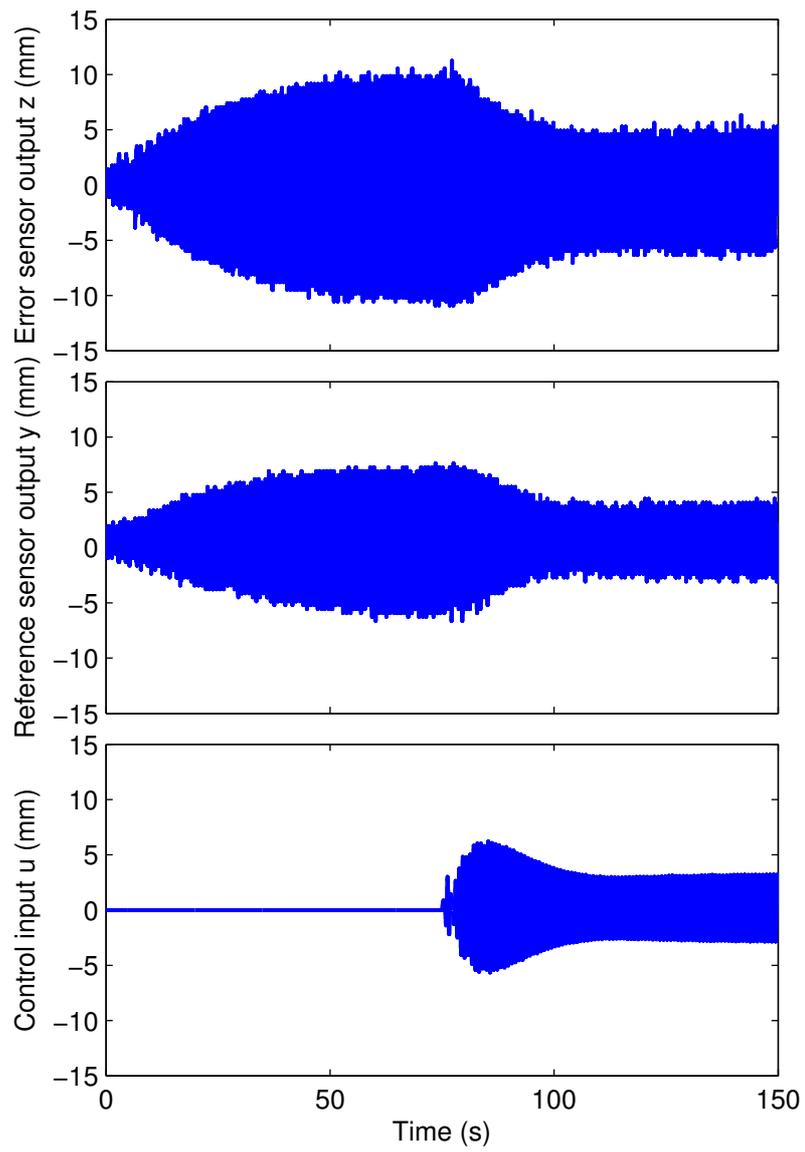


Fig. 4.11: Time responses for sinusoidal excitation (2nd resonance)

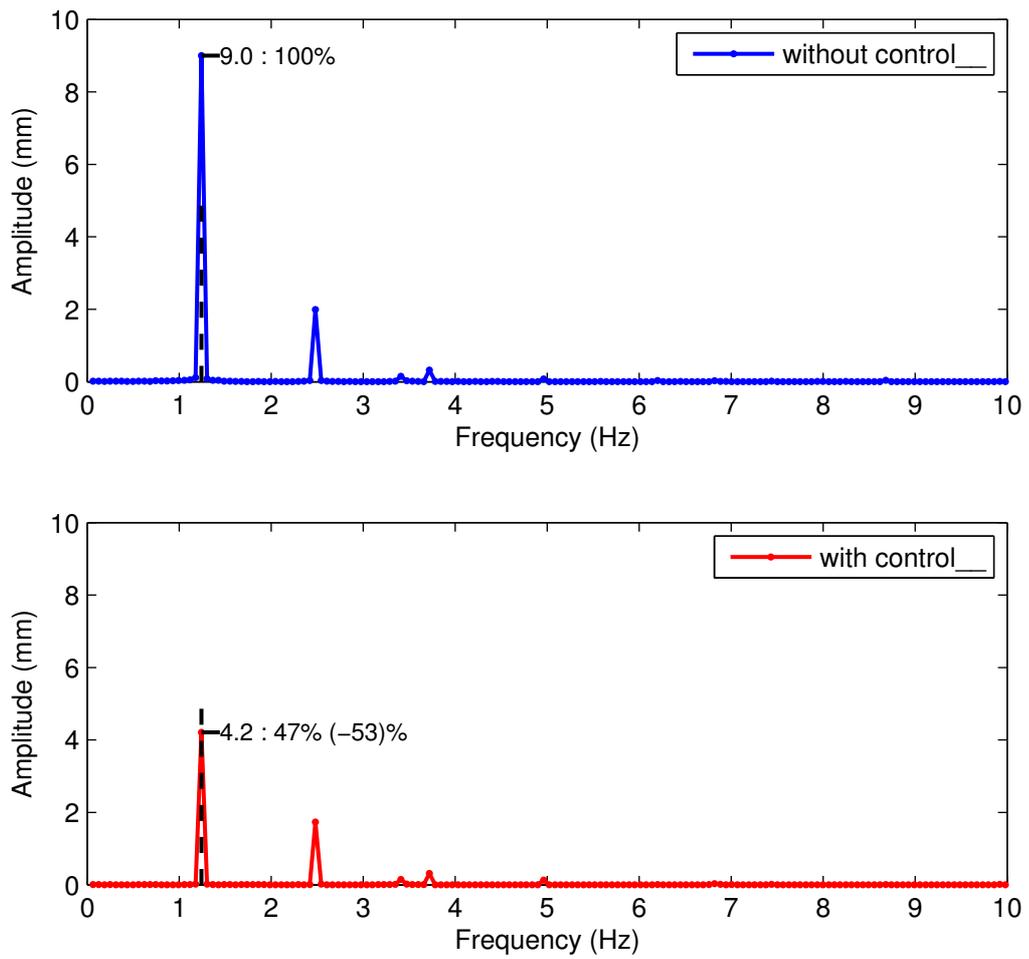


Fig. 4.12: FFT analysis of z in Fig4.17

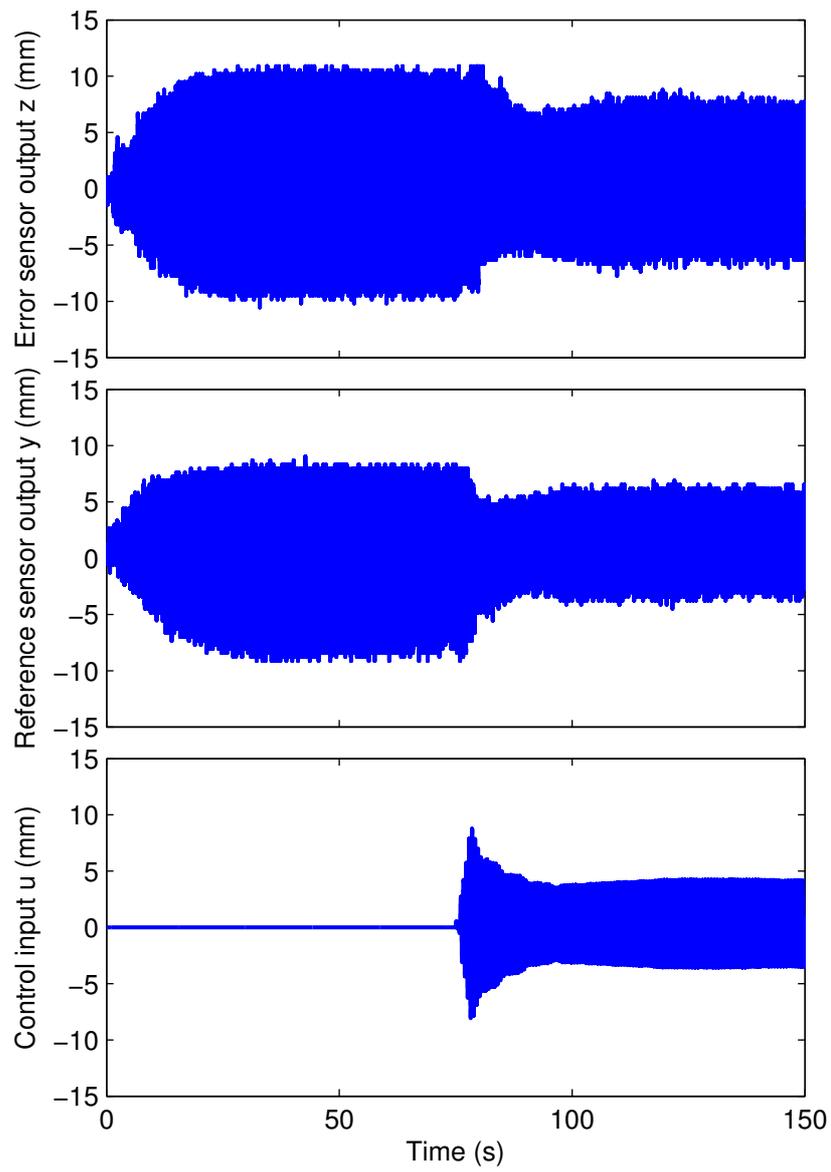


Fig. 4.13: Time responses for sinusoidal excitation (3rd resonance)

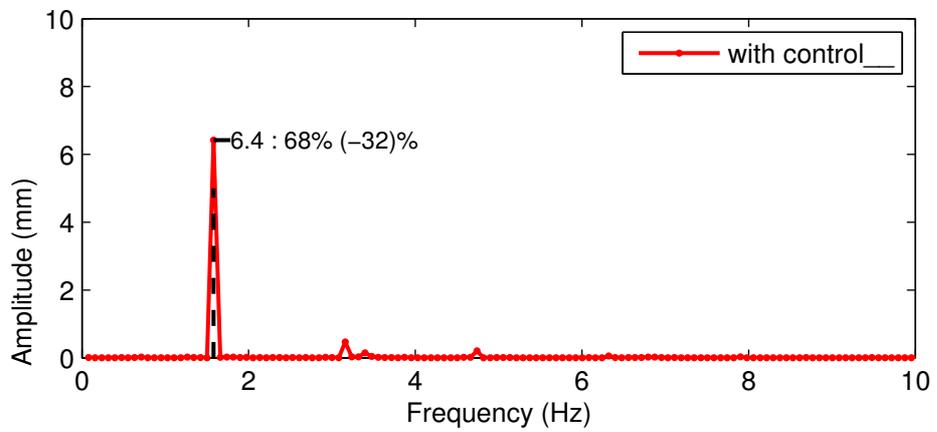
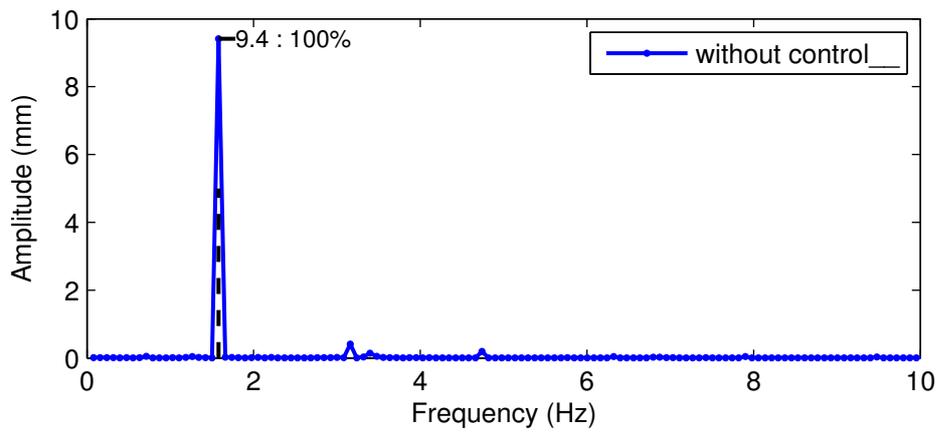


Fig. 4.14: FFT analysis of z in Fig4.19

次に表 2.2 における case3 の制御条件にて抑制制御実験を行う。閉ループ特性の妥当性を検証するため、外乱アクチュエータの駆動信号 w として正弦波を入力する。正弦波の周波数には周波数応答実験から得られた 1~3 次までの共振周波数を用いる。図 4.15,4.17,4.19 に外乱信号 w として外乱用アクチュエータを振幅 5mm で 1~3 次共振周波数 (0.6, 1.2, 1.55Hz) の正弦波を与えたときの制御系の時間応答とエラーセンサ出力 z を示し、それらの FFT 解析結果を図 4.16,4.18,4.20 に示す。case1 の実験条件と同じく時間応答の長さは 150 秒で 75 秒から制御開始している。時間応答の図は、上段からエラーセンサ出力 z 、リファレンスセンサ出力 y 、制御入力 u である。

case1 と case3 の実験結果を比較すると case1 より case3 の方が外乱の波が小さい。ただし、FFT 解析結果より、1 次共振周波数 14%、2 次共振周波数 15%、3 次共振周波数 48% 抑制された。抑制性能予測では 1 次共振周波数の効果がほぼ無かったが正弦波外乱抑制事件で 14% の外乱を観察できたのは開ループ系と閉ループ系を比較したときグラフでは表示されなかった誤差があるものと考えられる。特に 3 次共振周波数成分の抑制効果が大きく、図 4.8 に整合する結果である。

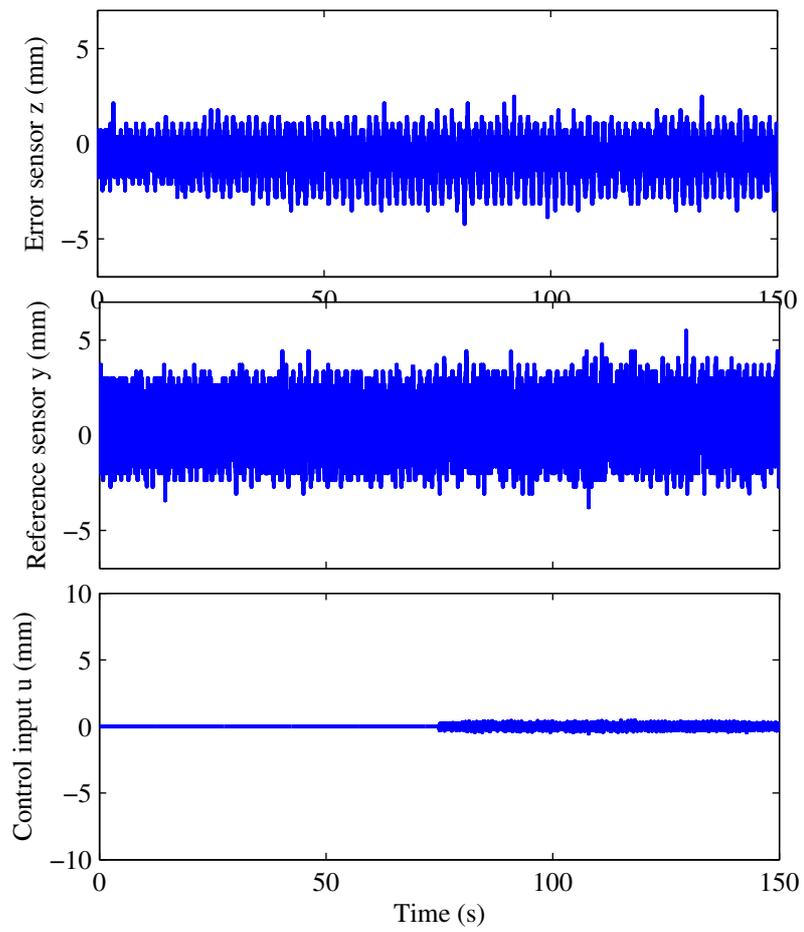


Fig. 4.15: Time responses for sinusoidal excitation (1st resonance)

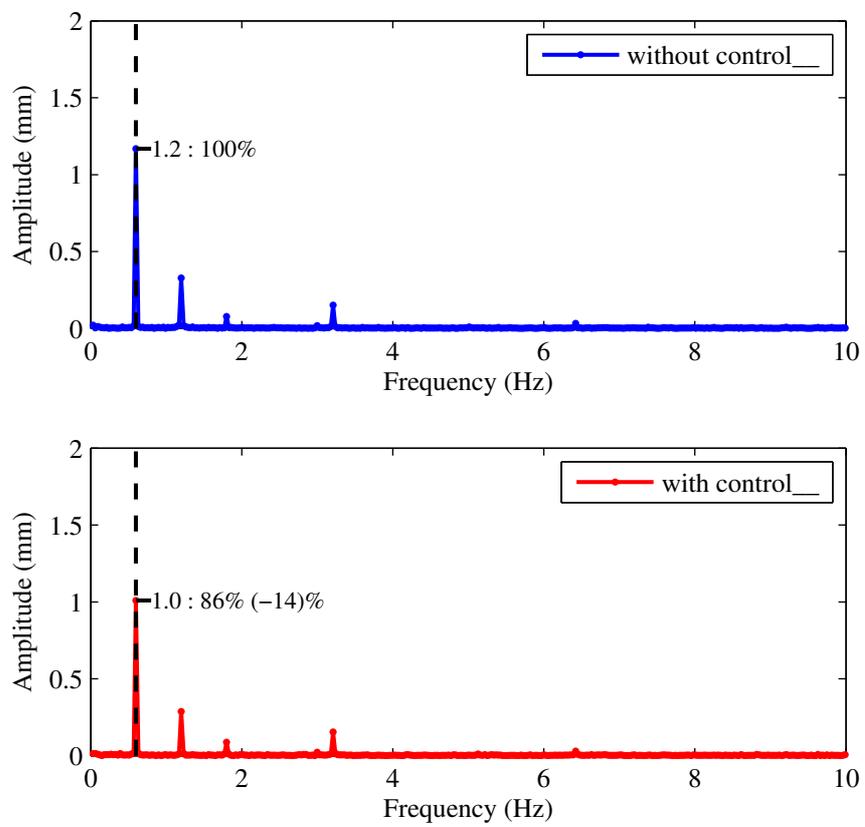


Fig. 4.16: FFT analysis of z in Fig4.15

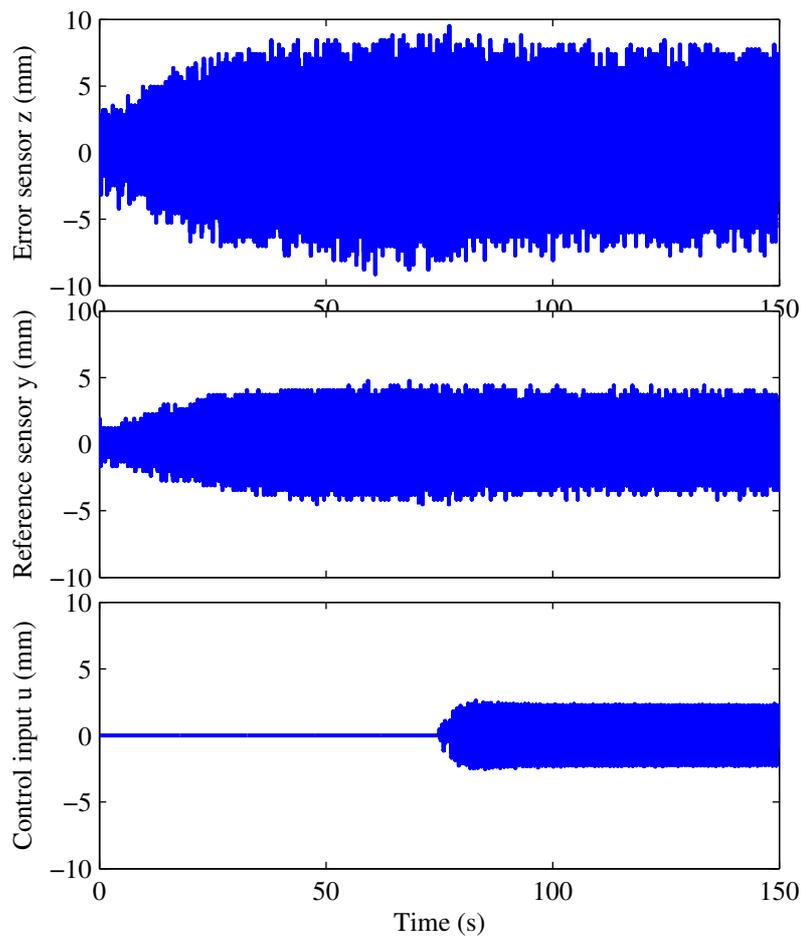


Fig. 4.17: Time responses for sinusoidal excitation (2nd resonance)

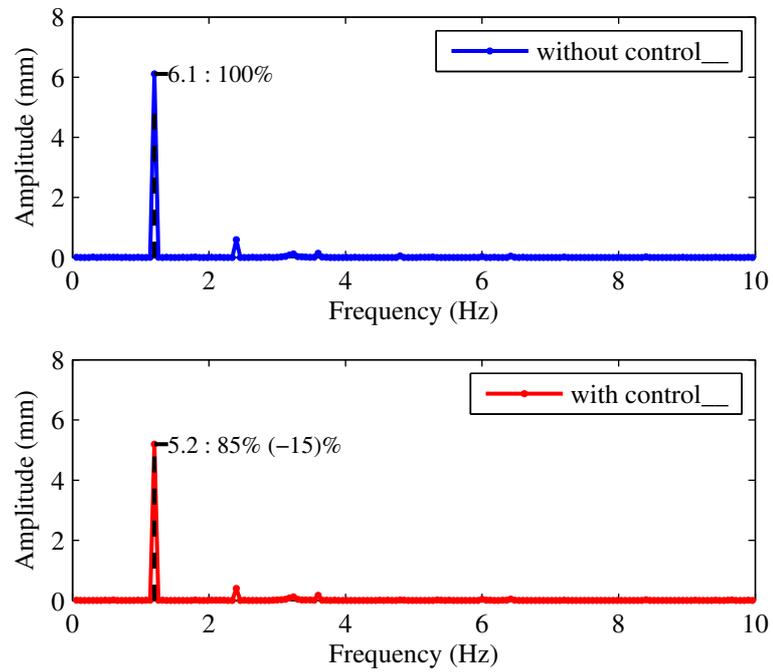


Fig. 4.18: FFT analysis of z in Fig4.17

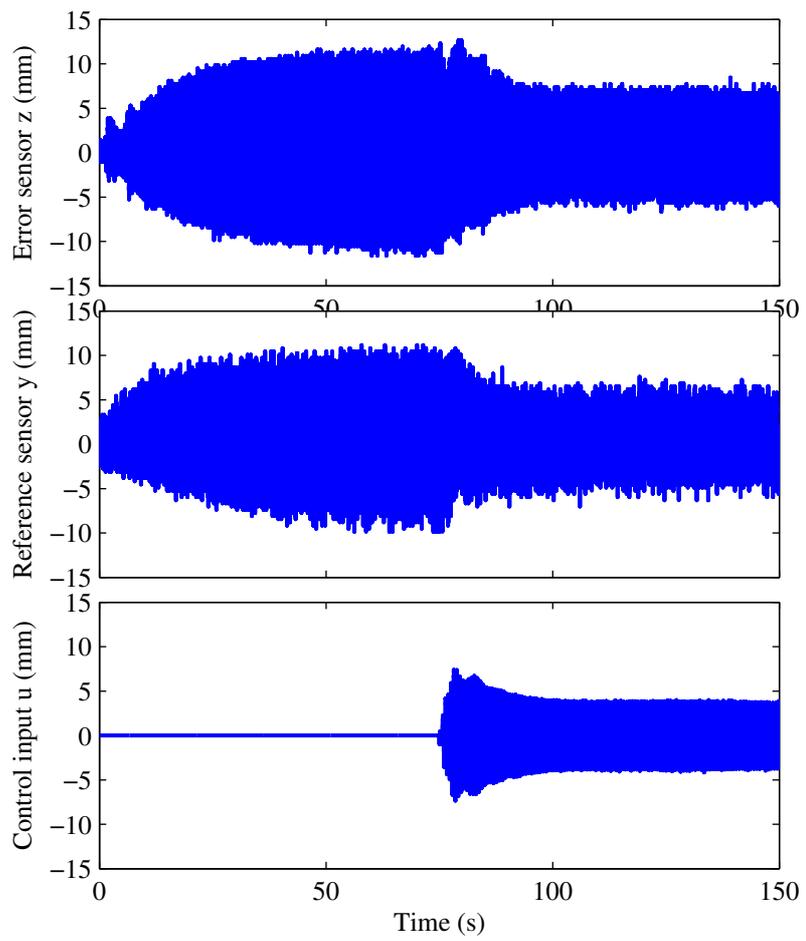


Fig. 4.19: Time responses for sinusoidal excitation (3rd resonance)

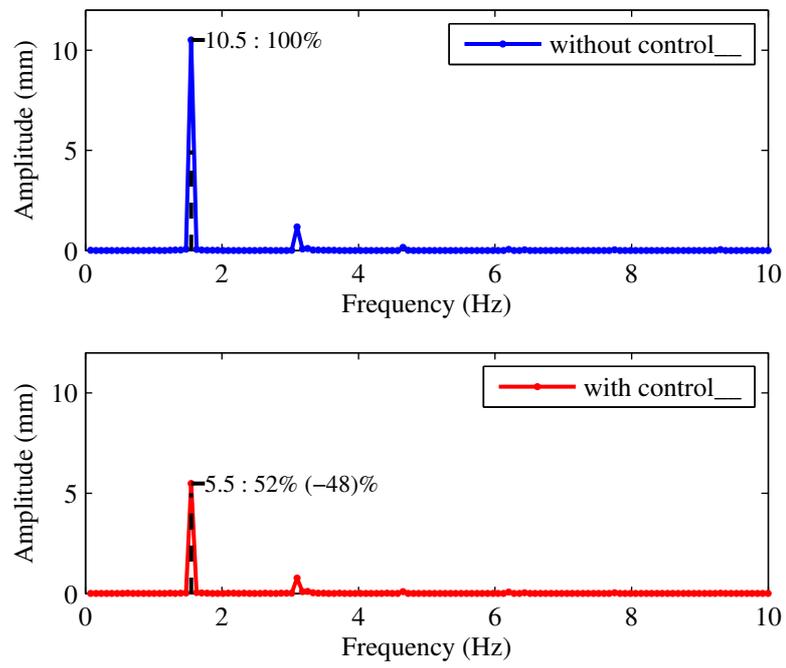


Fig. 4.20: FFT analysis of z in Fig4.19

4.3 広帯域外乱抑制制御実験

より現実的な外乱として、カットオフ周波数 3Hz で 1 次のローパスフィルタに疑似乱数を通した不規則な信号を入力する。本実験水槽において、3 Hz は 10 次共振周波数に相当し、十分に高次モードとみなせる。

疑似乱数を通した不規則な信号 w を用いた場合の case1 の実験結果を図 4.21,4.22 case3 の実験結果を図 4.24,4.25 に示す。時間応答の上段はエラーセンサ出力 z ，中段がリファレンスセンサ出力 y を示している。図 4.21 が制御なし，図 4.22 が制御ありの case1 を表示しており，図 4.24 が制御なし，図 4.25 が制御ありの case3 を表示している。制御無しの時間応答下段は外乱入力 w ，制御ありは制御入力 u である。比較が明確になるように，同一の乱数系列を用いて，制御あり／なしの場合を別々に実験した。図 4.23, 図 4.26 の FFT 解析結果より，case1 は各 1 ～ 3 次共振周波数成分が 35%,37%,44% 抑制され，case3 は各 1 ～ 3 次共振周波数成分が 37%,23%,34% 抑制された。

制御効果は case1 と比較して case3 が低くなっているが，case1,case3 とも抑制効果を確認できた。波の大きさそのものはブロックありの方が小さくなっている。これらに関する原因は不明である。これらの結果より，系統的な制御系設計によりブロックを設置して底面形状を変化させた水槽の定在波抑制が可能であることを示す。

水理実験は実験の相似則が確立されており，実験の計測値を現地スケールに換算して設計などに用いることができる。このことから現状と同じ形状の港湾であれば定在波の抑制ができると考えられる。ただし，本研究は実験水槽を単純な 2 次元もでると考えているが，実際の港湾は 3 次元の複雑な形状をしていると考えられ，奥行き方向の形状が及ぼす開ループ系，閉ループ系への影響を考えなくてはならない。領域の形状が複雑でも計算を行える有限要素法の適用などが考えられる。

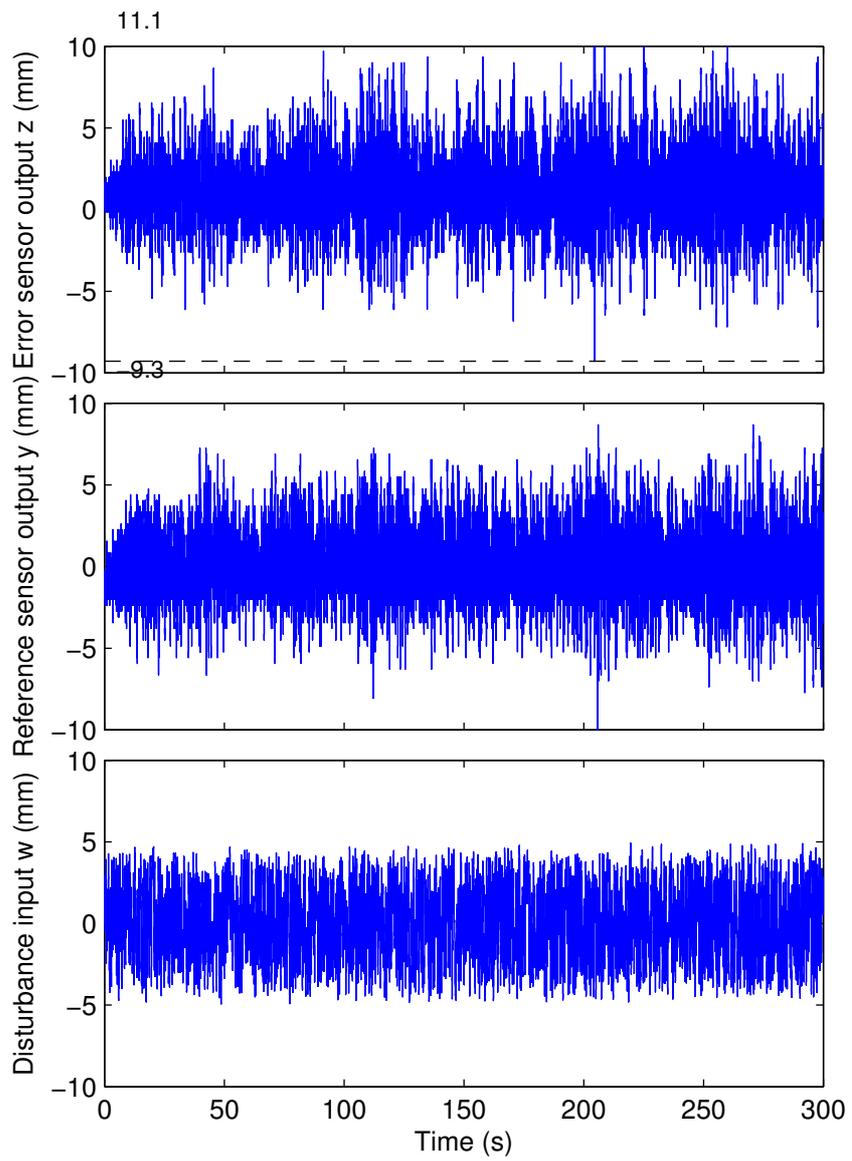


Fig. 4.21: Time response for wide range excitation without control(case1)

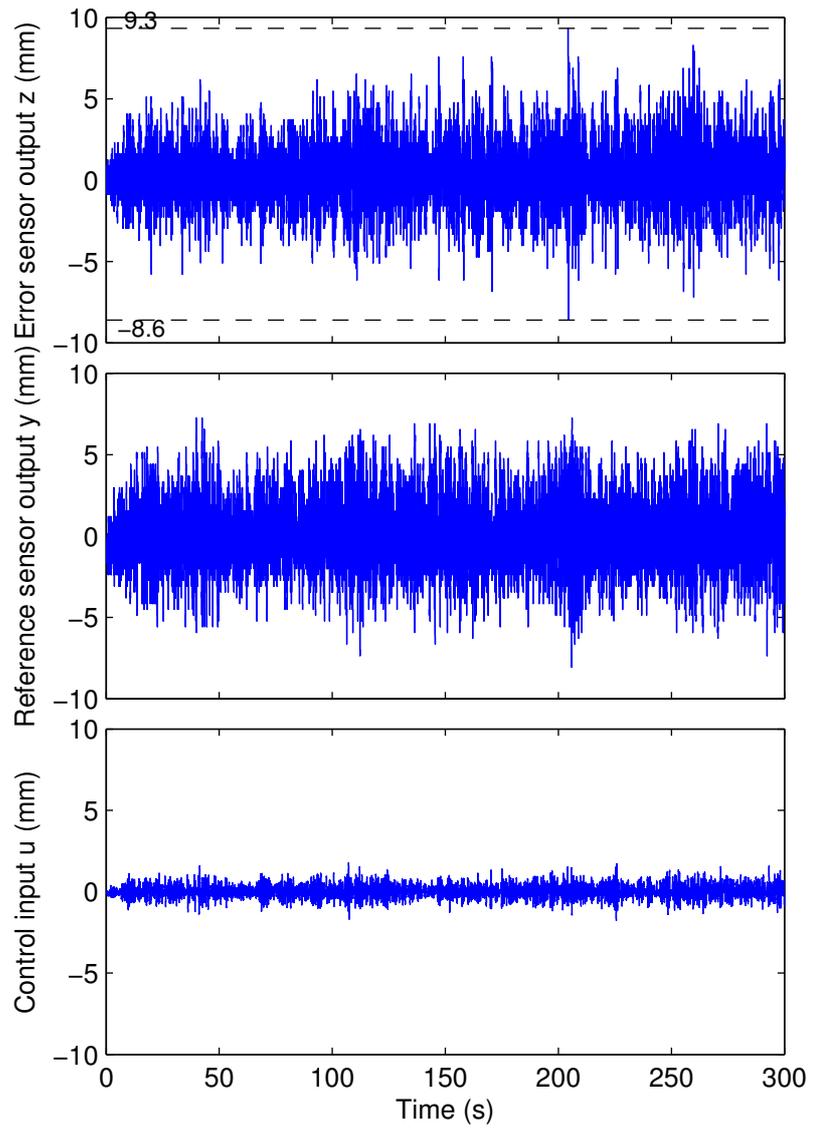


Fig. 4.22: Time response for wide range excitation with control(case1)

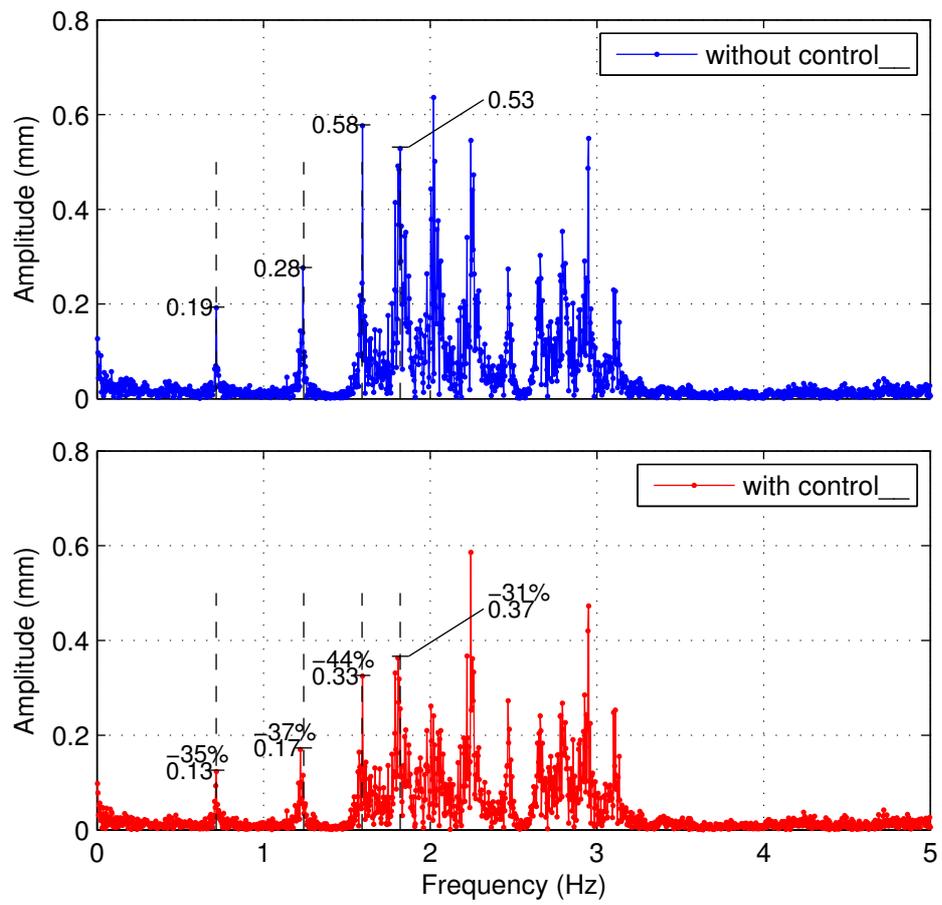


Fig. 4.23: FFT analysis of z (case1)

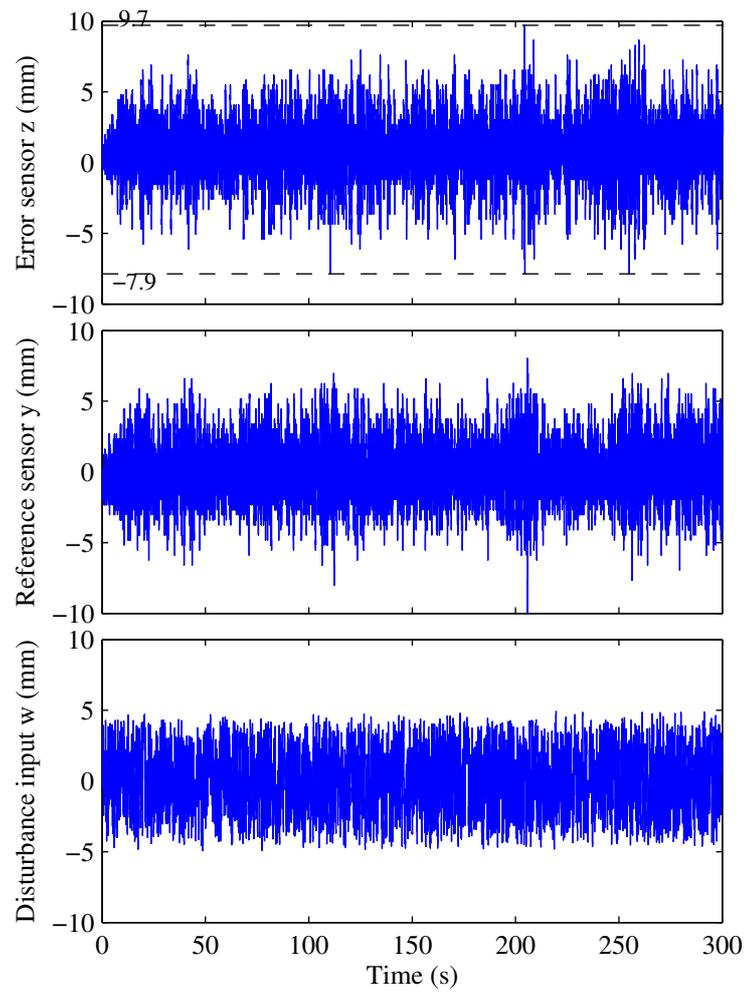


Fig. 4.24: Time response for wide range excitation without control(case3)

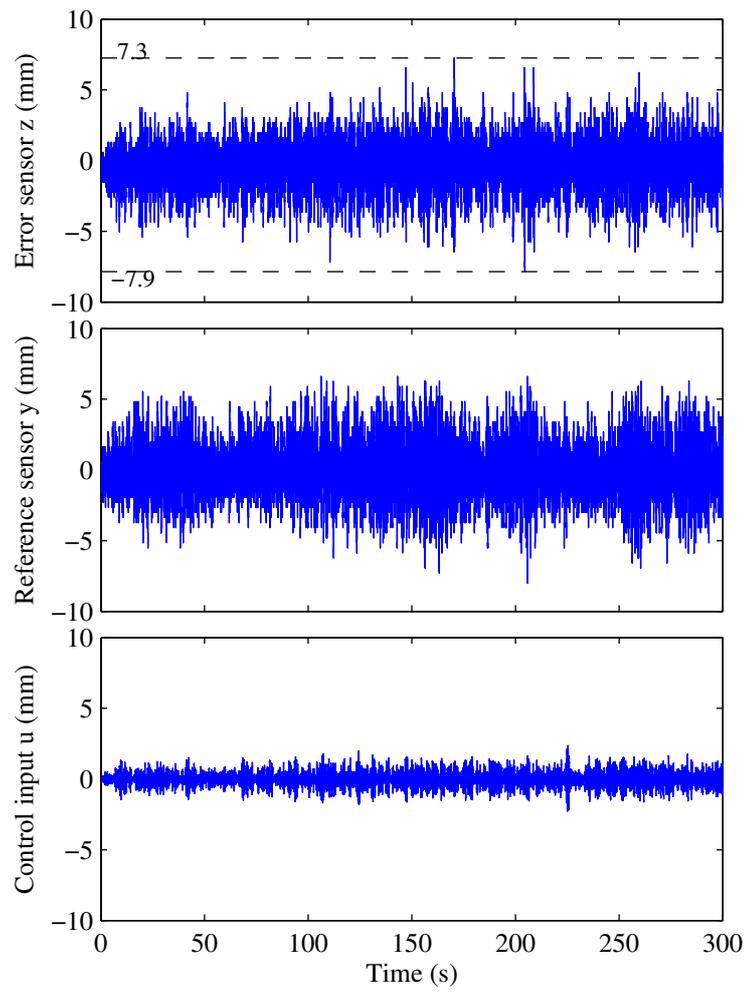


Fig. 4.25: Time response for wide range excitation with control(case3)

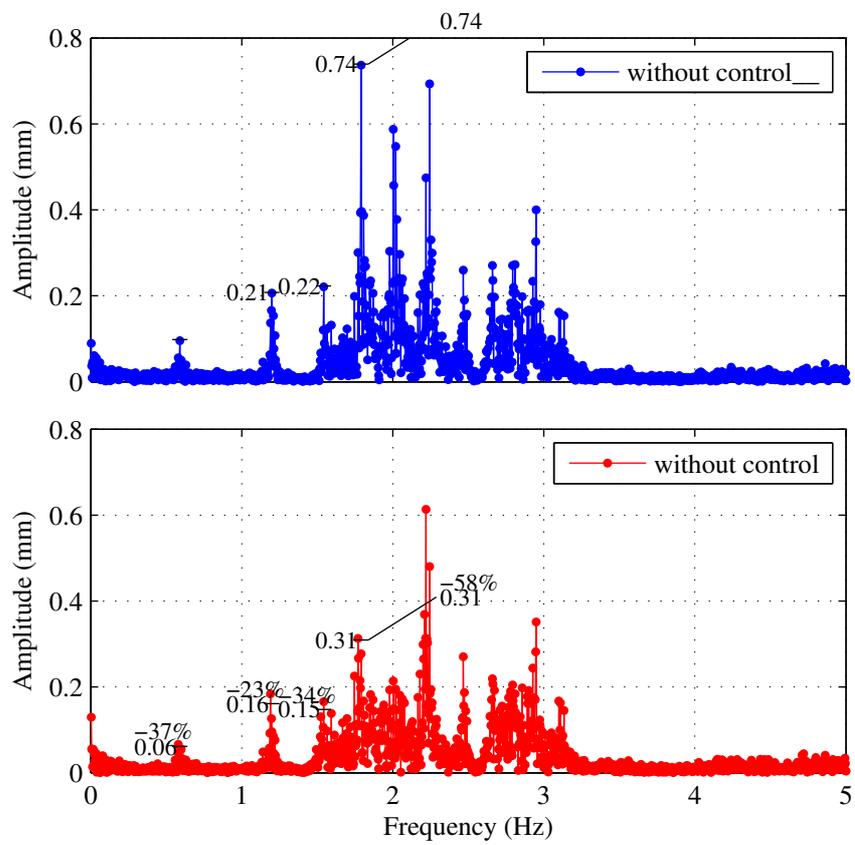


Fig. 4.26: FFT analysis of z(case3)

第5章 結言

水槽内の定在波抑制制御系において、ブロックにより底面の条件を変化させることが開・閉ループ特性に与える効果を数値解析的、及び実験的に検討した。具体的にはまず、ブロックの幅、高さ、設置位置を2～3通りに変更した場合について実験および境界要素法により開ループ系の周波数応答を取得し、両者がゲイン・位相特性共に低周波数域でほぼ一致した。以下にブロックが開ループ系に与える影響を示す。

- 平らな底形状のときの本実験装置の周波数応答は計算式と近似する。
- 水位を低くすると共振周波数は低くなる。
- 境界要素法による数値計算と比較し、1～4次の共振周波数が3%以内で一致することを示す。
- 高周波域ではギャップが見られるものの、低周波域において周波数応答の実験値と境界要素法による数値計算の値はゲイン・位相とも近似する。
- ブロックを設置すると設置しない水槽と比較して共振周波数が低くなる。
- ブロックを高く、横幅を広くすると共振周波数とゲインが低くなる傾向がある。
- ブロック形状の変化と比較して設置位置による変化は少ないが1次共振周波数がブロックを中心に近づけると低くなる傾向がある。

次に、底面が平坦な場合に対して従来行われている H_∞ 制御系設計を応用し、底面形状を考慮した定在波抑制制御系を設計した。底面が平らな時の制御系と凸部を設けた時の制御系を設計し、制御性能の予想、および抑制制御実験により比較を行った。正弦波および広帯域外乱の抑制実験を行った結果、底面が平坦でない場合でも、低周波数域において約1～3割に定在波を抑制する性能が得られた。

以上より、境界要素法により解析した開ループ系の周波数応答に基づいて港湾内の定在波抑制制御系を設計・運用することが期待できる。

第6章 今後の課題

今後の課題として以下のことが挙げられる.

- 本制御を3次元モデルへ適用すること,もしくは,適用への方法を検討する.
- 周波数応答実験を用いずに境界要素法を用いたとき,どの程度の制御性能が得られるか検証する.
- レイノルズ数などの適用を行い現実の条件に沿ったモデルを検討する.

参考文献

- [1] 椎木博美, ”流体力学ノート 9. 紙風船と港と寺田寅彦”, ながれ, Vol.13, No.6(1994), pp479-482
- [2] V.Cossalter, G.Liberatore, F.Toffolo, ON THE POSSIBILITY OF EXTRACTING POWER FROM RESONANT HARBOUR OSCILLATIONS, 17(1982)
- [3] Giorgio Bellotti, Transient response of harbours to long waves under resonance conditions, Coastal Engineering, 23 March (2007)
- [4] 廣田貴士, 小林泰秀, 垂直振動板を用いた消波機構のロバスと制御, 音響学会 2015 春
- [5] 豊田幸宏, 田中伸和, ”平成 19 年新潟県中越沖地震時に発生した使用済燃料 貯蔵プールの溢流を伴うスロッシング挙動評価”, 電力中央研究所 2008 年研究年報 pp94-95, 2009.6
- [6] Ameen Aboel-Hassan, Mustafa Arafa, Ashraf Nassef, Design and optimization of input shapers for liquid slosh suppression, Journal of Sound and Vibration ,320 (2009) ,p1-15
- [7] Ken'ichi Yano, Kazuhiko Terashima, Robust Liquid Container Transfer Control for Complete Sloshing Suppression, IEEE TRANSACTION CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL.9, NO.3, MAY(2001)
- [8] Young-Sun Chount, Chung-Bang Yun, SLOSHING CHARACTERISTICS IN RECTANGULAR TANKS WITH A SUBMERGED BLOCK, Computers & Structure, Vol.61(1996), pp401-413
- [9] De-Zhi Ning, Wei-Hua Song, Yu-Long Liu, Bin Teng, A Boundary Element Investigation of Liquid Sloshing in Coupled Horizontal and Vertical Excitation, Hindawi Publishing Corporation Journal of Applied M
- [10] 岩壺卓三, 向山勝善, ”流体中に置かれた構造物の地震応答解析”, 日本機械学会 Dynamics and Design conference 2001 CD-ROM 論文集, 2001.8.6-9

- [11] 中部電力, 浜岡原子力発電所について, <http://hamaoka.chuden.jp/spentfuel/qa02.html>, 2016年2月14日参照
- [12] 土屋義人, 藤木繁男, 容量式波高計の改良と現地観測への適用, 京都大学防災研究所年報, VolB-2, No.28(1985), p549-564
- [13] T.L Yip, T Chwang et al, Water wave control by a pitching plate, Journal of engineering mechanics, August, (1997), p800-807