

平成20年度
長岡技術科学大学 大学院
工学研究科 修士論文

二慣性系の外乱抑制問題における 物理パラメータに陽に依存する補償器の設計

A Disturbance Attenuation Controller Design which Explicitly
Dependent on Physical Parameters of Two Inertia Systems

長岡技術科学大学 大学院
機械創造工学専攻 07504688

著者氏名 菅野優太

指導教員 小林泰秀

平成21年2月12日

要旨

近年、様々な制御対象に対して、できるだけ簡便な調整で良い制御性能を達成しようとする、汎用のサーボモータが市販されている。これらのサーボモータでは、補償器の構造として、従来経験的に広く用いられているノッチフィルタやPID制御則が採用されており、慣性や摩擦の推定機構を組合せ、推定された物理パラメータから、ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整し、ユーザの調整がほとんど必要のないチューニングレス制御の機能を持つサーボモータも市販されている(安川電機, 三菱電機等)。しかし、補償器の単純な構造は、制御対象が変更された場合の調整を容易にする一方で、達成可能な性能を制限することになり、その結果、十分な性能が得られるとは限らない。また、従来経験的に採用されている補償器の構造に限定する必要もない。一方、 H_∞ 制御等のロバスト制御系設計を行えば、与えられた制御対象に対して、 H_∞ ノルム等の意味で最適な補償器を得ることができる。しかし、得られる補償器の動特性と、制御対象の物理パラメータの関連は、単純な二慣性系の場合でさえ明らかではないため、制御対象が変更される度に補償器の再設計を行わなければならない。本論文では、二慣性系の外乱抑制問題に対して、上記二つの問題を考慮した補償器設計法を提案する。そのためにまず、実際の制御対象に対して、従来サーボパックで採用されている単純な構造の補償器(比例制御)と、自由度の高い複雑な構造の補償器(H_∞ 補償器)を用いて達成可能な性能を実験的に検証し、補償器の構造が制御性能に制約を与えることを示す。次に、この結果に対する理論的保証を与えるために、安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいて補償器の解析解を構成し、補償器の構造が制約を受けない場合には外乱を完全に除去する補償器(仮想的補償器)が存在すること、補償器の構造が制約を受ける場合には外乱を完全に除去できなくなることを示す。最後に、安定化補償器のパラメトリゼーションと仮想的補償器の構造を用いて、制御対象の物理パラメータを陽に含む補償器を提案し、シミュレーションにより有効性を示す。本論文で提案する補償器は、次の特徴を持つ：

- 制御対象の物理パラメータを陽に含むため、物理パラメータが変化した場合に補償器の再設計を行う必要がない。調整パラメータの数は比例積分(PID)制御の場合と同等(2つ)であり、同程度の手間で調整を行うことができる。
- 提案手法は H_∞ 補償器に似た動特性を有しており、従来の比例制御、比例積分制御等よりも構造に関する制約が少なく、不安定な補償器を表現することもできる。その結果、高い制御性能が得られる。

以上より本論文では二慣性系の外乱抑制問題において提案手法が有用であると結論付けている。

Abstract

12th, February, 2009

A Disturbance Attenuation Controller Design which Explicitly
Dependent on Physical Parameters of Two Inertia Systems

No.07504688

YUTA sugano

Department of Mechanical Engineering
Nagaoka University of Technology

In recent years, commercial products of servo motors have been improved in order to achieve better control performance by automatic tuning of controller to adapt various types of controlled object without user tuning, where conventional notch filters and/or PID controllers are chosen as the basic structure of controllers, and their parameters are set by estimating physical parameters of the system e.g. inertiamoment of loads, frictional torque, and so on. Such simple structure of controllers make it easy to tuning process when physical parameters of controlled object is changed, however, it also poses limitation to achievable performance. Nevertheless, such simple structures are widely implemented in commercial products of servo motors. Moreover, there is no need to utilize such simple structure of controllers. On the other hand, it is possible to design optimal controllers by robust control design such as H_∞ control design in the sense that H_∞ norm. However, the relationship between dynamic characteristics of resultant controllers and physical parameter of controlled object, is not clear, which leads that controllers have to be redesigned when controlled object is changed. In this paper, we verify the achievable performance of simply architecture controller (P,PI controller) employed on traditional servo system and flexibility complex architecture controller(H_∞) by way of experiment For actual control object. Next, for the solution of above problems, we proposed a controller that explicitly - contained physics parameter of control object based on stabilizing controller, and conduct simulation and controlled experiment. In the result, shown the controller architecture set a limit on the achievable performance. This controller based on virtually-architecture of H_∞ controller that make closed loop transfer function to zero, and promising good performance than traditional approach The followings are shown:

- If physics parameter is clearly, controller architecture is decided loosely, thus we can easily redesigned in case of parameters changed.
- The proposed method have less restrictions in architecture of controller than traditional approach and which make unstable controller by tuning two parameters thus this controller have a lot of flexibility.

We there fore conclude that the proposed method is practically useful in disturbance attenuation problems.

目次

第1章 諸言	13
第2章 実験装置概要	15
2.1 実験装置構成	15
2.2 サーボパックの設定	15
第3章 外乱抑制制御実験	19
3.1 比例補償器による外乱抑制実験	19
3.2 H_∞ 制御による外乱抑制実験	19
3.2.1 周波数応答実験	20
3.2.2 H_∞ 制御による外乱抑制実験	20
3.3 補償器の比較	20
第4章 物理パラメータに陽に依存する補償器の提案	25
4.1 物理モデルに対する外乱抑制制御系設計	25
4.2 問題設定	25
4.3 数値例と動機付け	28
4.3.1 補償器の構造と達成可能な性能の関係	30
4.3.2 物理パラメータに陽に依存する補償器	34
第5章 外乱抑制制御シミュレーション	37
5.1 数値例を用いた検証	37
第6章 結言	39

目 次

2.1	実験装置概要	15
2.2	各種カップリング	16
3.1	速度制御系	19
3.2	各 K_P での ω_L の時間応答	20
3.3	周波数応答実験時の閉ループ系	21
3.4	周波数応答結果	22
3.5	P 補償器と H_∞ の時間応答	23
3.6	K_P, K_*, H_∞ 補償器のボード線図	23
4.1	二慣性系モデル	25
4.2	閉ループ系	27
4.3	補償器の周波数特性	28
4.4	極零配置	30
4.5	P 制御での閉ループゲイン特性	31
5.1	パラメータの最適値探索	37
5.2	ω_L の時間応答	38

表 目 次

2.1	実験装置諸言	16
2.2	サーボモータの仕様	17
2.3	実験装置の物理パラメータ	17
5.1	各補償器のパラメータ	37

第1章 諸言

近年、様々な制御対象に対して、できるだけ簡便な調整で良い制御性能を達成しようとする、汎用のサーボモータが市販されている。これらのサーボモータでは、補償器の構造として、従来経験的に広く用いられているノッチフィルタやPID制御則が採用されており、慣性や摩擦の推定機構を組合せ、推定された物理パラメータから、ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整し、ユーザの調整がほとんど必要のないチューニングレス制御の機能を持つサーボモータも市販されている(安川電機, 三菱電機等)。しかし、補償器の単純な構造は、制御対象が変更された場合の調整を容易にする一方で、達成可能な性能を制限することになり、その結果、十分な性能が得られるとは限らない。また、従来経験的に採用されている補償器の構造に限定する必要性もない。

一方、 \mathcal{H}_∞ 制御等のロバスト制御系設計を行えば、与えられた制御対象に対して、 \mathcal{H}_∞ ノルム等の意味で最適な補償器を得ることができる。しかし、得られる補償器の動特性と、制御対象の物理パラメータの関連は明らかではないため、制御対象が変更される度に補償器の再設計を行わなければならない。この補償器の設計には、行列方程式の解法等の演算が含まれるため、汎用のサーボパック内で行うことは現実的ではない。

そこで本論文では、まず、実際の制御対象に対して、従来サーボパックで採用されている単純な構造の補償器(比例制御, 比例・積分制御)と、自由度の高い複雑な構造の補償器(\mathcal{H}_∞ 補償器)を用いて達成可能な性能を実験的に検証する。その結果、補償器の構造が達成可能な制御性能に制約を与えることを示す。

次に、上記の問題を解決するために、安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいて、制御対象の物理パラメータを陽に含む補償器を提案する。この補償器は、閉ループ伝達関数を0とする、仮想的な補償器の構造に基づいており、従来の単純な構造の補償器よりも良い性能が期待できる。実際にシミュレーションおよび制御実験を行い、提案手法の有効性を検証する。

なお本論文では簡単のため、サーボモータに負荷慣性が一つ接続された二慣性系を考える。また、現実のサーボ系の制御目的には目標値追従と外乱抑制があるが、本論文では外乱抑制を行う場合を考える。また、速度フィードバックかつ、速度制御を行う場合を考える。

本論文の構成は次の通りである。まず、第2章で実験装置の概要を示す。第3章で種々の補償器を用いて外乱抑制制御実験を行い、補償器の構造と達成可能な性能の関係を検証する。第4章で閉ループ伝達関数を0とする仮想的補償器の構造を示し、安定化パラメトリゼーションに基づいて、物理パラメータに陽に依存する補償器を提案する。第5章でシミュレーションを行い、提案法の有効性を検証する。第6章でまとめる。

本論文中に記載する記号は標準的なものである。 \mathbf{RH}_∞ はプロバかつ安定な有理伝達関数を表す。 $G(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ の \mathcal{H}_∞ ノルムを $\|G\|_\infty$ で表す。伝達関数行列 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ の状態空間実現を、Doyle の表記を用いて $G(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ と記載する。適当なサイズの伝達関数行列 $\Delta(s)$ と $M(s)$ の線形分数変換(LFT)をつぎのように表す。

$$M \star \Delta := M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21} \quad (1.1)$$

$$\Delta \star M := M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (1.2)$$

ただし, M_{ij} は M を適当に分割したブロック行列である¹.

¹ \star が具体的に (1.1), (1.2) 式のどちらの LFT を意味するかは, 行列のサイズから判断可能であるので, 本文中では特に明示しない.

第2章 実験装置概要

2.1 実験装置構成

実験装置のブロック線図と諸元をそれぞれ図 2.1, 表 2.1 に示す．実験装置は駆動用と外乱トルク発生用の二つのサーボモータと，回転軸，負荷慣性ディスクから構成される．[1] 駆動用モータは図 2.2.a に示すカップリングを介して負荷慣性部にトルクを伝達し，外乱発生用モータと回転軸は図 2.2.b に示すリジッドカップリングによって結合されている．リジッドカップリングとは偏心を許容しないタイプのカップリングで，通常のカップリングのように取り付け誤差を許容するためのばね成分がない．2つのモータのエンコーダから出力されるパルスはカウンタで取得し，PC 内で時間差分をとることで速度情報を得ている．エンコーダの分解能は三菱電機製サーボモータ *HF-MP23* が 25000pulse/rev, 安川電機製サーボモータ *SGMAV-02A* が 65536pulse/rev である．実験装置の物理パラメータを表 2.3 に，サーボモータの仕様を表 2.2 示す．

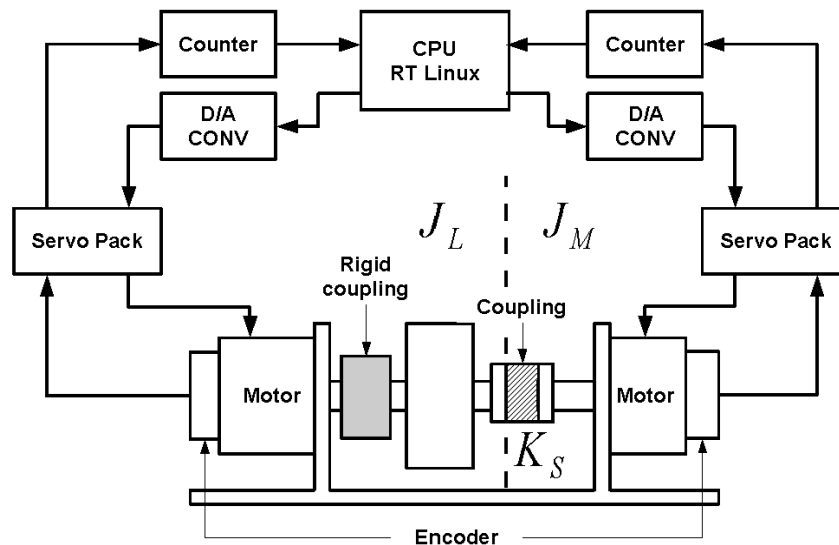


Fig. 2.1: 実験装置概要

2.2 サーボパックの設定

実験装置に使用している2つのサーボモータは，どちらも位置制御，速度制御，トルク制御の3つの制御モードから制御方式を選択可能である．本実験ではPCで補償器を構成するため，入力する電圧に比例したトルクを発生させるトルク制御モードに設定した．しかし，初期設定では安川電機製サーボと



(a) カップリング



(b) リジッドカップリング

Fig. 2.2: 各種カップリング

Table. 2.1: 実験装置諸言

駆動用サーボモータ	三菱電機 J-3 シリーズ HF-MP23
駆動用サーボパック	三菱電機 J-3 シリーズ MR-J3-20A
外乱トルク発生用サーボモータ	安川電機 $\Sigma-V$ シリーズ SGMAV-02A
外乱トルク発生用サーボパック	安川電機 $\Sigma-V$ シリーズ SGDV-1R6A
PC	DELL Dimension 2100 (Celeron 1000 MHz)
OS	RT-Linux 3.1 on Red Hat Linux 8.0 kernel 2.4.18
D/A	Interface PCI-360116 (2ch, 16bit, 10 μ sec)
counter	CONTEC CNT24-4(PCI)H (4ch, 24bit, 1MHz)

三菱電機製サーボの単位電圧あたりの発生トルクが異なるため、これが等しくなるようにサーボパックのパラメータを設定しなければならない。[3],[4]

安川電機製サーボモータの発生トルク t_y は、サーボパックへの入力電圧 $V_y(\pm 10V)$ に対して次式で与えられる

$$t_y = \frac{10T_y V_y}{x_y} \quad (2.1)$$

ここで、 T_y は定格トルク ($0.637N \cdot m^2$)、 x_y はトルク指令入力ゲインと呼ばれる調整可能なパラメータである。

三菱電機製サーボモータの発生トルク t_m は、サーボパックへの入力電圧 $V_m(\pm 8V)$ に対して次式で与えられる。

$$t_m = \frac{T_m V_m x_m}{800} \quad (2.2)$$

ここで、 T_m は最大トルク ($1.90N \cdot m^2$)、 x_m はアナログトルク指令最大出力と呼ばれる調整可能なパラ

Table. 2.2: サーボモータの仕様

型番	回転子慣性モーメント $kg \cdot m^2$	定格出力 W	定格トルク $N \cdot m$	最大瞬間トルク $N \cdot m$
HF-MP23	0.116×10^{-4}	200	0.64	1.9
SGMAV-02A	0.088×10^{-4}	200	0.637	1.91

Table. 2.3: 実験装置の物理パラメータ

Items	Values	Description
J_M	$0.17 \times 10^{-4} kgm^2$	Motor inertia
J_L	$2.04 \times 10^{-4} kgm^2$	Load inertia
K_S	$523 N \cdot m/rad$	Stiffness of shaft
R	11.7	Inertia ratio

メータである．本実験では，4V で定格トルク T_y が発生するように $x_y = 40$ と設定し，これに従って $x_m = 33.5$ と設定することで，両サーボモータの単位電圧あたりの発生トルクを等しくした．

第3章 外乱抑制制御実験

本章では二慣性系の制御対象に対して種々の補償器を用いて速度制御系を構成し、外乱抑制実験によって補償器の構造と達成可能な性能の関係を検証する．外乱抑制性能は二慣性系の負荷側に外乱トルクを与え、そのときの速度変動の最大振幅で評価した．

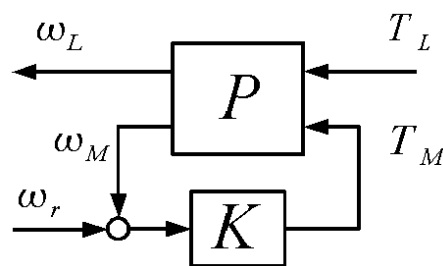


Fig. 3.1: 速度制御系

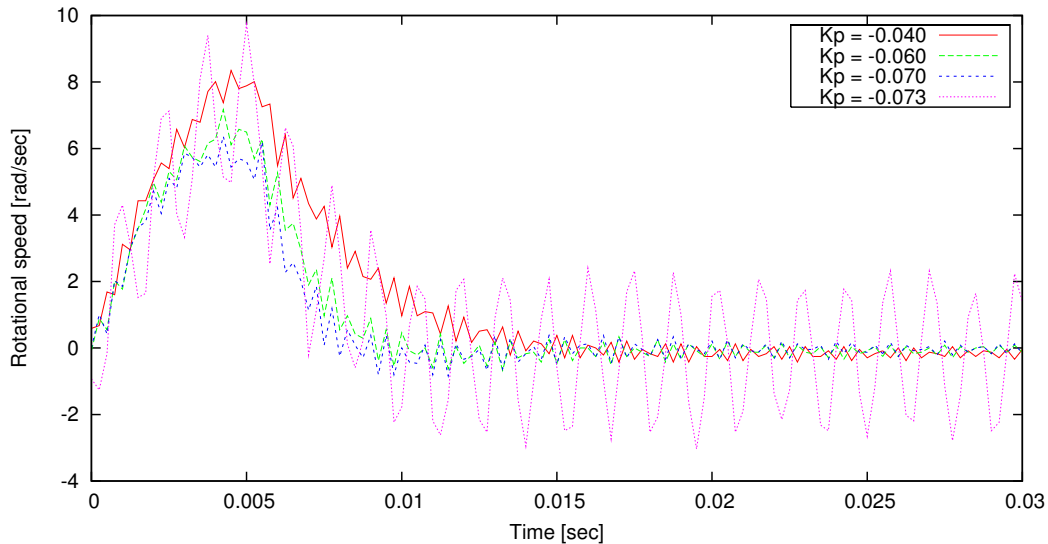
3.1 比例補償器による外乱抑制実験

図 3.1 に示す閉ループ系において、 $K = K_P < 0$ の比例補償器を用いたときの外乱抑制性能の評価実験を行った．ここで ω_r が目標速度、 ω_M, T_M は駆動側の回転速度とトルク、 ω_L, T_L は負荷側の回転速度とトルクである．外乱抑制実験は制御周期は $250\mu\text{sec}$ 、 $\omega_r = 0\text{rad/sec}$ の速度指令を与えた状態で、外乱トルク発生用モータで $0.637\text{N}\cdot\text{m}$ 、時間幅 5msec のインパルス状の外乱トルクを与え、その際の速度変動の最大振幅で外乱抑制性能を評価した．各 K_P での時間応答を図 3.2 に示す

K_P の絶対値を大きくしていくのに従って、外乱に対しての抑制が強くなっていくと同時に、応答が振動的になっている．速度変動が最も小さいのは $K_P = -0.070$ のときで、最大振幅が 6.4rad/sec となり、 K_P の値をさらに大きくしていくと、 $K_P = -0.073$ で持続振動が起きた．持続振動の周波数は約 720Hz ．以上の結果から、二慣性系の外乱抑制問題において P 補償器を用いた場合、 k_P に最適値が存在することがわかる．

3.2 H_∞ 制御による外乱抑制実験

ノミナルプラントを求めるために周波数応答実験を行い、Matlab Hinfsvn を用いて H_∞ 補償器を設計した．

Fig. 3.2: 各 K_P での ω_L の時間応答

3.2.1 周波数応答実験

周波数応答実験は静止摩擦力の影響を避けるために図 3.3 に示す速度制御系を構成し、目標速度 ω_r を一定速度周りで正弦波状に変化させ、そのときの指令トルク T_M, T_L に対する速度 ω_M, ω_L の応答を測定した。 K_M, K_L はあらかじめ限界感度法によって設計した PI 補償器である。サンプリング周期 $125\mu\text{sec}$, 10Hz, 3000Hz までの範囲で周波数応答実験を行った。実験結果を図 3.4 に示す。

1kHz でのピークは駆動用モータと回転軸をつなぐカップリングによるもだが、2kHz 付近で計算モデルには見られないピークが確認できる。このピークは負荷トルク発生用モータと回転軸を繋ぐリジッドカップリングに起因するものと思われる。この周波数応答結果から、制御対象が厳密に 2 慣性系ではないことがわかるが、本論文ではこの制御対象を二慣性系として取り扱う。

3.2.2 H_∞ 制御による外乱抑制実験

周波数応答結果から 24 次近似のノミナルプラントを求め、matlab の hinfsyn を使って補償器を求めた。モデル化誤差を乗法的摂動モデルとして扱っている。P 補償器と比較した H_∞ 制御の時間応答を図 3.5 に示す。

3.3 補償器の比較

実験を行った各補償器のボード線図を 3.6 に示す。 H_∞ 補償器の特性が最も複雑であり、ノッチの特性があることがわかる。比例制御時にゲインを上げていくと $\omega = \sqrt{\frac{K_S}{J_L}}$ で閉ループ伝達関数がピークゲイ

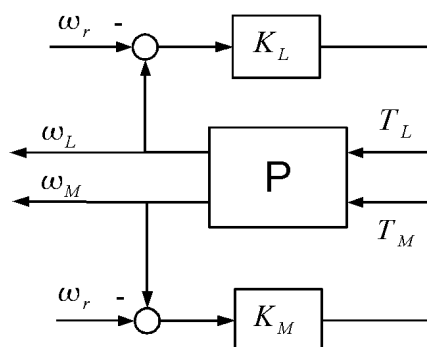


Fig. 3.3: 周波数応答実験時の閉ループ系

ンを持つ．これを回避するために，同じ周波数にノッチを持たせ，補償器のゲインを下げていると考えられる．また，時間応答からも H_∞ 制御の外乱抑制効果が最も良いことがわかる．

以上のことから， H_∞ 補償器に見られるように，構造に制約が少ないほど，良い性能が得られることが実験的に確認できた．ただし，慣性や剛性が変わった場合に，常に同様の結果が成り立つとは限らない．以降では，二慣性系の物理モデルに対する外乱抑制制御系の設計問題を考え，補償器の構造と性能の関係について，理論解析を行う．

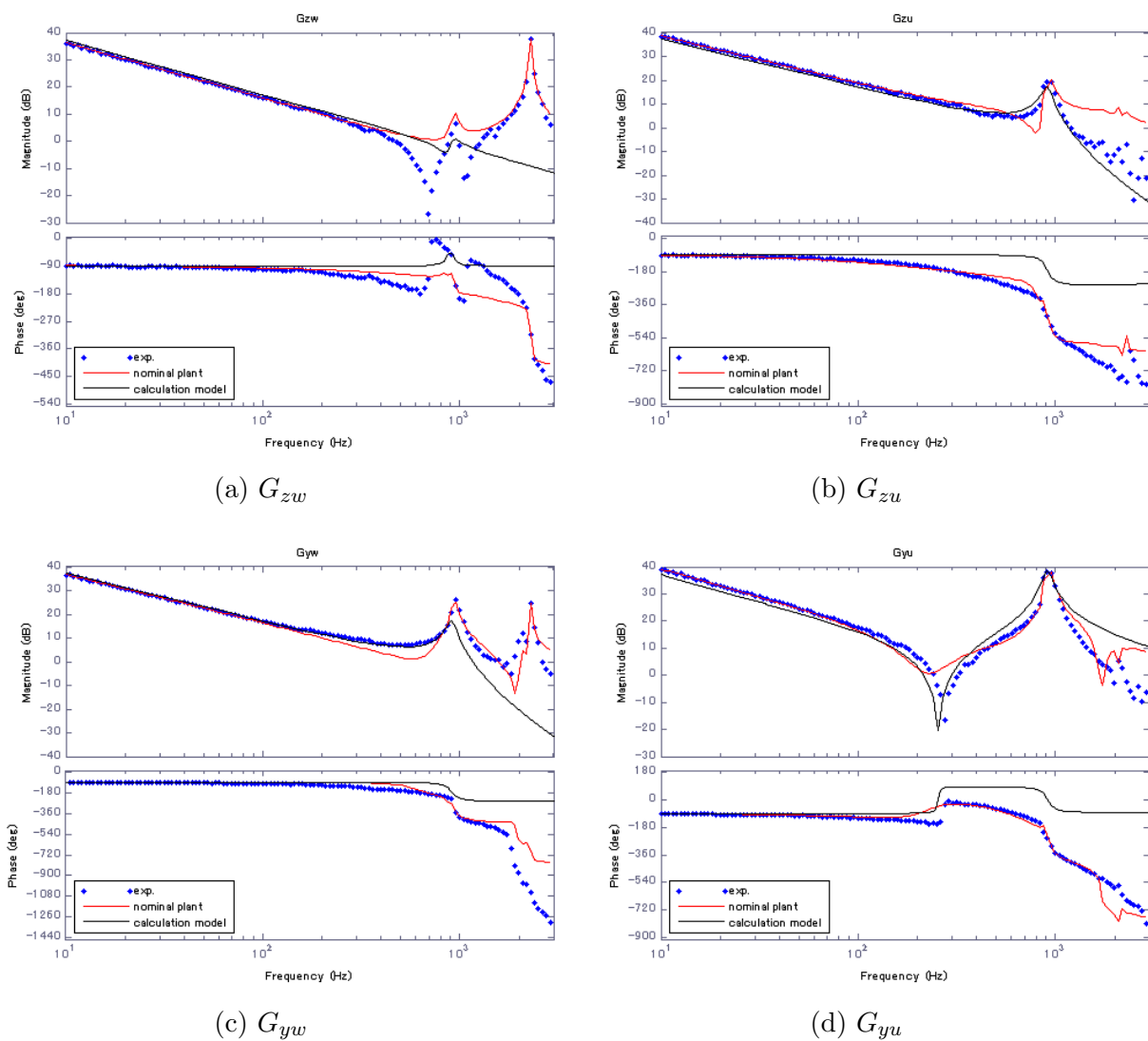


Fig. 3.4: 周波数応答結果

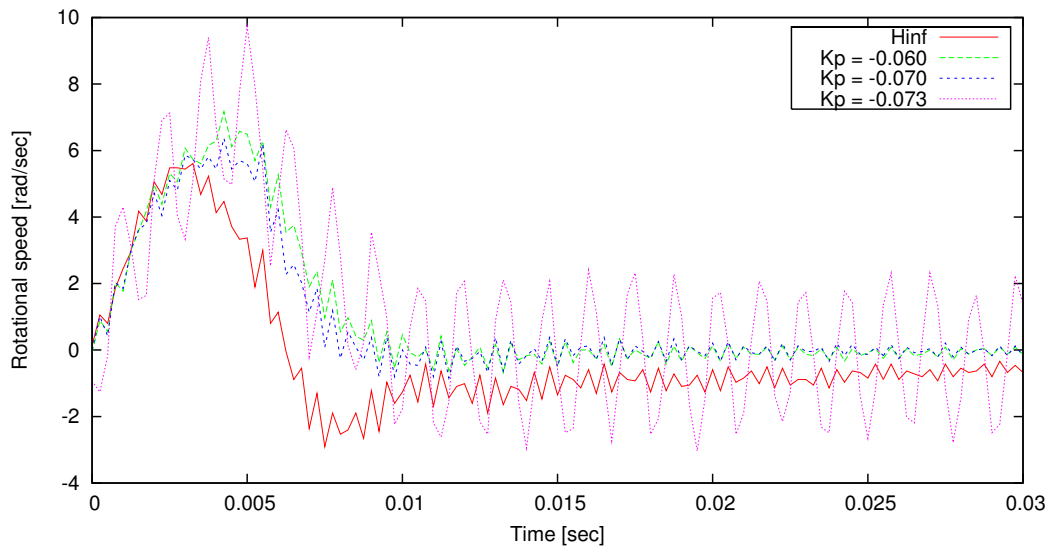


Fig. 3.5: P 補償器と H_∞ の時間応答

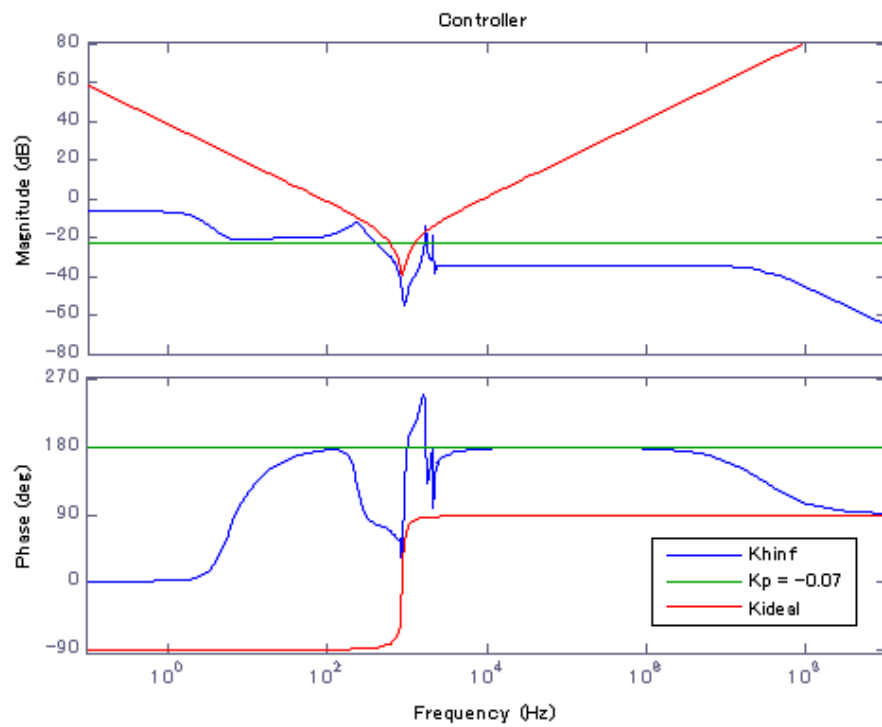


Fig. 3.6: K_P, K_*, H_∞ 補償器のボード線図

第4章 物理パラメータに陽に依存する補償器の提案

4.1 物理モデルに対する外乱抑制制御系設計

本章ではまず，二慣性系の物理モデルに対する外乱抑制制御系の設計問題を考え，補償器の構造と性能の関係について理論解析を行う．その結果を踏まえて次に，安定化パラメトリゼーションに基づいて，物理パラメータに陽に依存する補償器を提案する．

4.2 問題設定

サーボモータにディスクがシャフトで結合された二慣性系を考える (図 4.1). (** $\theta_M, \theta_L, T_M, T_L$ は全

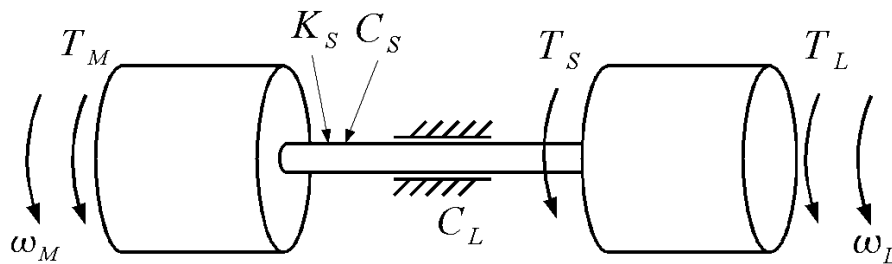


Fig. 4.1: 二慣性系モデル

て，系全体を同じ回転方向に回転させるように正方向を選ぶ．**)

パラメータを次のようにおく．

- θ_M : モータの回転角度 [rad]
- ω_M : モータの回転角速度 [rad/sec]
- J_M : モータの慣性モーメント [Kg m^2]
- T_M : モータ内部の発生トルク [Nm]
- θ_L : ディスクの回転角度 [rad]
- ω_L : ディスクの回転角速度 [rad/sec]
- J_L : ディスクの慣性モーメント [Kg m^2]
- T_L : ディスクにかかる負荷トルク [Nm]
- C_L : ディスクの回転に伴う減衰係数
- K_S : シャフトのねじりばね定数 [Nm / rad]
- C_S : シャフトの減衰係数
- T_S : シャフトにかかるねじりトルク [Nm]

モータと負荷の相対各変位を $\theta_r := \theta_M - \theta_L$ とおくと、二慣性系の運動方程式は次のようになる。

$$J_M \dot{\omega}_M = T_M - T_S \quad (4.1)$$

$$T_S = K_S \theta_r + C_S (\omega_M - \omega_L) \quad (4.2)$$

$$J_L \dot{\omega}_L = T_L + T_S - C_L \omega_L \quad (4.3)$$

ここで、状態ベクトル x を

$$x := \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

とおくと、 $\begin{bmatrix} T_L \\ T_M \end{bmatrix}$ から $\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_M \end{bmatrix}$ までのシステムの状態空間実現が次式のように得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{K_S}{J_M} & -\frac{C_S}{J_M} & \frac{C_S}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_S+C_L}{J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_M} \\ \frac{1}{J_L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_L \\ T_M \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

A 行列が 0 固有値のブロック対角構造を持つように相似変換すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{K_S}{J_M} & -\frac{C_S}{J_M} & \frac{C_S}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_S+C_L}{J_L} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_M} \\ \frac{1}{J_L} & 0 \end{bmatrix} \\ \hline & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & & 0 \end{array} \right] \quad (4.7) \\ & = \left[\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_S \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right) & -C_S \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right) & \frac{C_L}{J_L} & -\frac{1}{J_L} & \frac{1}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_L}{J_L} & \frac{1}{J_L} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (4.8) \end{aligned}$$

上の状態空間実現よりこのシステムの伝達関数を求めると、次式が得られる。

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)} \begin{bmatrix} f(J_M, s) & f(0, s) \\ f(0, s) & f(J_L, s) + C_L s \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

ただし、

$$f(J_M, s) := J_M s^2 + C_S s + K_S, \quad f(J_L, s) := J_L s^2 + C_S s + K_S, \quad f(0, s) := C_S s + K_S, \quad (4.10)$$

$$\bar{J} := \frac{J_M J_L}{J}, \quad J := J_M + J_L \quad (4.11)$$

である。

注意 4.1 ここで, $P(s)$ が安定であることに注意する. 二慣性系に対する補償器設計問題ではしばしば, ディスクの回転に伴う減衰を無視し, $C_L = 0$ と設定される. その結果, 制御対象は積分器を持つ不安定系となる. しかし, これは現実的な状況に矛盾する. すなわち, 制御対象が積分器を持つことは, 外から加わるトルクが 0 の場合, 慣性系は初速を維持したまま回転しつづけることを意味する. 現実的には, 回転に伴う空気抵抗, 軸受の摩擦抵抗等があるため, 十分時間が経過した後, 慣性系は静止する. 以上のことから本研究では, $C_L \neq 0$ と仮定する. なお, モータ側の減衰については, 負荷側よりも小さい場合が多いため, 無視することとした.

このプラントに対して, 速度フィードバック補償器 $K(s)$

$$T_M = K(s)\omega_M \quad (4.12)$$

の設計問題を考える. すなわち, 次の問題である.

問題 4.1 図 4.2 の閉ループ系を考える. ここで $P(s)$ は (4.9) 式で与えられる. また, $W(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ は与えられた重み関数であるとする. このとき, 次の条件を満足し, かつ, γ を最小化する補償器 $K(s)$ を求めよ.

(i) 閉ループ系が内部安定

(ii) $\|WT\|_\infty < 1$ が成り立つ

(iii) $\|G_{cl}\|_\infty < \gamma$ が成り立つ

ただし, $T(s)$ は相補感度関数, $G_{cl}(s)$ は閉ループ伝達関数で, それぞれ次式で与えられる.

$$T(s) = \frac{P_{22}(s)K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)}, \quad G_{cl}(s) = P_{11}(s) + \frac{P_{12}(s)K(s)P_{21}(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} = \frac{P_{11}(s) - (P_{11}(s)P_{21}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s))K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \quad (4.13)$$

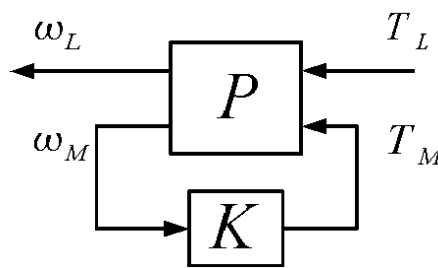


Fig. 4.2: 閉ループ系

上の条件 (i) はノミナル閉ループ系の内部安定性を保証する. 条件 (ii) は, $P_{22}(s)$ が乗法的摂動を持つ場合のロバスト安定性を保証する. 条件 (iii) は, ノミナル閉ループ系の外乱抑制性能を保証する.

以下ではまず, 問題 1 に対して \mathcal{H}_∞ 制御系設計を適用すると, 閉ループ系の \mathcal{H}_∞ ノルムをほぼ 0 とし, かつ, 物理パラメータを陽に含むシステムに近い補償器が得られることを, 数値例により示す.

なお, 以降では簡単のため, (ii) のロバスト安定性を考慮しない場合を考える.

4.3 数値例と動機付け

第3章で実験的に示した補償器の構造と性能の関係を明らかにするために、物理モデルに基づいて補償器を設計を行い、達成される性能を比較する。

現有の実験装置を参考にして、各パラメータを以下のようにおく。

$$J_M = 0.17 \times 10^{-4}, \quad J_L = 2.04 \times 10^{-4}, \quad K_S = 523, \quad C_S = 0.01, \quad C_L = 0.01 \quad (4.14)$$

このとき、開ループ系の共振周波数 f_a は、

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_S \left(\frac{1}{J_L} + \frac{1}{J_M} \right)} = 911[\text{Hz}] \quad (4.15)$$

となる。

補償器の構造を制約しない場合

補償器の構造を制約しない場合には、問題1は、 $P(s)$ を一般化プラントとする \mathcal{H}_∞ 制御問題となる。そこで、Matlab hinfsyn を用いて補償器設計を行った。結果を図4.3の赤い実線に示す。共振周波数において（緑の破線）、ノッチ特性を有することがわかる。また、このとき閉ループ系の \mathcal{H}_∞ ノルム

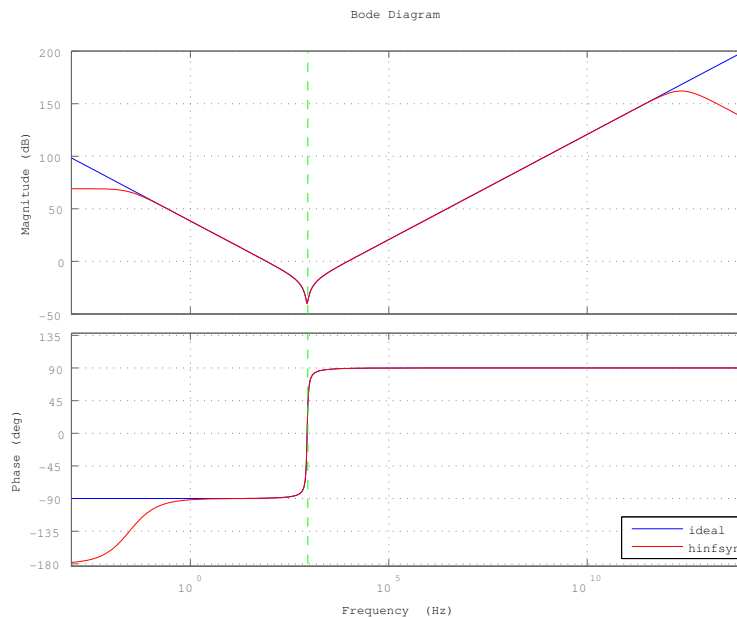


Fig. 4.3: 補償器の周波数特性

は 3.1×10^{-4} となった。この値は、hinfsyn のオプション TOLGAM を小さくすることにより、さらに小さくなることから、 \mathcal{H}_∞ ノルムを限りなく 0 に近付ける安定化補償器が存在すると考えられる。しかし、物理パラメータが変化するたびに、 \mathcal{H}_∞ 制御問題を解く必要がある。また、物理パラメータと得られる補償器の関係も明らかではない。

一方、図4.3の青線は、閉ループ伝達関数を 0 とする $K(s)$ を表している。これを仮想的補償器とよび、 $K_*(s)$ と記載することとする。 $K_*(s)$ は次のように定まる。

命題 4.1 (4.13) 式において, $G_{cl}(s) = 0$ となるための必要十分条件は, $K(s) = K_*(s)$ が成り立つことである. ただし, $K_*(s)$ は次式で与えられる.

$$K_*(s) = \frac{f(J_M, s)}{s} = J_M s + C_S + \frac{K_S}{s} \quad (4.16)$$

証明 (4.13) 式より明らかに次式が成り立つ.

$$K_*(s) = \frac{P_{11}(s)}{P_{11}(s)P_{22}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s)} \quad (4.17)$$

上式に (4.9) 式を代入すると,

$$\begin{aligned} K_*(s) &= \frac{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}}{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}^2 - \frac{f^2(0, s)}{(f(J_L, s) + C_L)^2} P_{22}^2} = \frac{f(J_M, s)}{f(J_M, s) - \frac{f^2(0, s)}{f(J_L, s) + C_L}} \frac{s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} \quad (4.18) \\ &= \frac{f(J_M, s) (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f(J_M, s) (f(J_L, s) + C_L s) - f^2(0, s)} = \frac{f(J_M, s) (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{s (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))} = \frac{f(J_M, s)}{s} \quad (4.19) \end{aligned}$$

ただし,

$$f(J_M, s) f(J_L, s) = s^2 J f(\bar{J}, s) + f^2(0, s) \quad (4.20)$$

が成り立つことを用いた. □ □

$K_*(s)$ は物理パラメータに陽に依存しており, 物理パラメータが変更された場合でも, 容易に構成することが可能である. しかし, $K_*(s)$ はインプロパであり, そのまま実装することはできない. プロパとするために, 微分要素 s を不完全微分で近似することも考えられる. しかし, 近似した結果が内部安定化補償器となる保証はない.

さらに, そのような近似された補償器は原点極を除く右半平面に不安定極をもたないが, 上記 hinfsyn を用いて得られた補償器は不安定極を持つ. 補償器の極と零の配置を図 4.4 に示す. 実軸上の, 虚軸にほぼ対称な位置に, 二個の不安定極を持つことがわかる. このような補償器は, $K_*(s)$ を単純に近似することによっては得られない.

不安定な補償器は制御ループが切れた場合の安全性の観点から敬遠される場合も多いが, \mathcal{H}_∞ 制御系設計のように, 積極的に性能を最適化した場合にしばしば不安定な補償器が得られることがある. すなわち, 性能改善が重要視される場合には, 不安定な補償器を表現できるような, 自由度が高い補償器構造が望ましい場合がある. このような不安定な補償器は, 従来の比例制御, 比例・積分制御では表現できない.

比例制御の場合

補償器を $K(s) = K_P$ (定数) とおくと, 閉ループ系が内部安定となるための必要十分条件は $K_P < 0$ となる (以降に示す補題 4.2 を参照のこと).

種々の K_P に対して閉ループ系のゲイン特性をプロットした結果を図 4.5 に示す. K_P の絶対値が小さくなるにつれて, 低周波数域のゲインが高くなっている. 特に K_P が 0, すなわち開ループの場合には, T_L から ω_L の伝達関数が原点に近い極を持つため, 低周波数域で高いゲインを示す. 一方, K_P の絶対値が大きくなるにつれて, 緑の破線で示した周波数 f_L

$$f_L := \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_S}{J_L}} \quad (4.21)$$

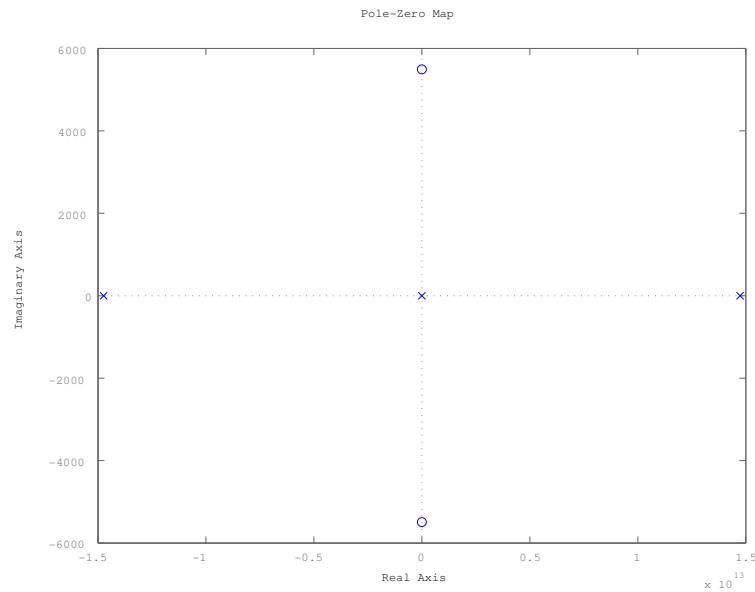


Fig. 4.4: 極零配置

で高いピークゲインを持つ．これは，次のように解釈できる: $K_P \rightarrow -\infty$ とした制御系では，高いフィードバックゲインのために，駆動側モータは外乱によらずほぼ静止し，等価的に， $J_M \rightarrow \infty$ の制御系と同じ振舞をする．よって，比例制御の場合には，閉ループ系の H_∞ ノルムを 0 に限りなく近付けることはできない．

以上のことから，二慣性系の外乱抑制問題において，補償器の構造が，達成可能な性能に制約を与えていることを，数値例により示した．次節では，このことを理論的に示す．

4.3.1 補償器の構造と達成可能な性能の関係

本節では，安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいて問題 1 に対する解析解を構成し，それに基づいて補償器の構造と達成可能な性能の関係について検討する．

安定化補償器のパラメトリゼーション

安定化補償器のパラメトリゼーションを用いて，問題 4.1 の解 $K(s)$ を解析的に構成することを考える．安定化補償器のパラメトリゼーションに関して，次の定理が知られている [2]

定理 4.1 (安定化補償器のパラメトリゼーション) $P(s)$ が安定であるとする．このとき，図 4.2 の制御系を内部安定化する，すべての安定化補償器は次式で与えられる．

$$K(s) = \frac{-Q(s)}{1 - P_{22}(s)Q(s)} \quad (4.22)$$

ただし， $Q(s)$ は任意の安定伝達関数である．

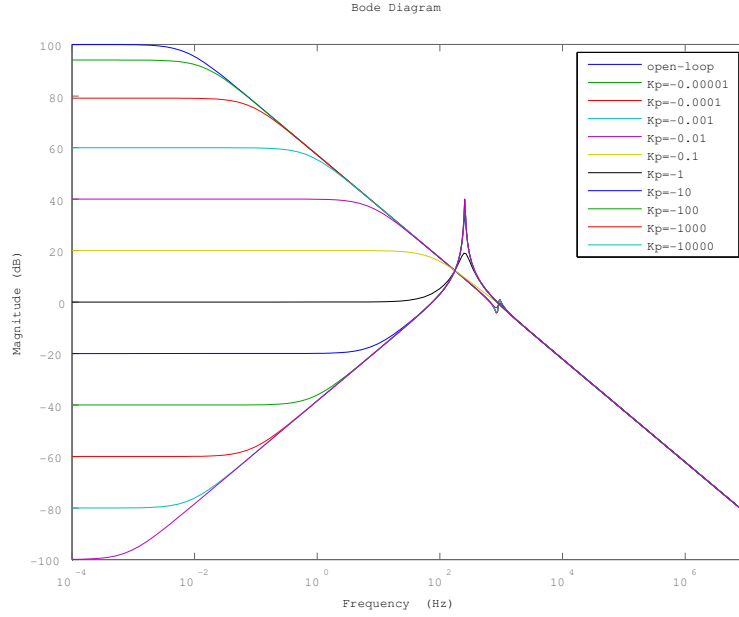


Fig. 4.5: P 制御での閉ループゲイン特性

(4.22) 式を用いて, $T(s)$, $G_{cl}(s)$ のパラメトリゼーションを与える．まず, (4.9) 式より, 次式が成り立つ．

$$P_{11}(s) = \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(s), \quad P_{12}(s) = P_{21}(s) = \frac{f(0, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(s) \quad (4.23)$$

$T(s)$, $G_{cl}(s)$ のパラメトリゼーションは次のように与えられる．

$$T(s) = \frac{P_{22}(s)K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} = \frac{-\frac{P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}}{1 + \frac{P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}} = -P_{22}Q \quad (4.24)$$

$$G_{cl}(s) = \frac{P_{11}(s) - (P_{11}(s)P_{22}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s))K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \quad (4.25)$$

$$= \frac{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} + \left(\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}^2 - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 \right) \frac{Q}{1 - P_{22}Q}}{1 + \frac{P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}} \quad (4.26)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(1 - P_{22}Q) + \left(\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} \right) P_{22}^2 Q \quad (4.27)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 Q \quad (4.28)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)} - \frac{f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))^2} Q \quad (4.29)$$

以上より, 問題 1 は次の問題に変換される．

問題 4.2 プラント $P(s)$ を (4.9) 式で与える． $W(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ は与えられた重み関数であるとする．このとき, 次式を満足し, かつ, γ を最小化する $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ を求めよ．

(i) 次式が成り立つ．

$$\|WP_{22}Q\|_\infty < 1 \quad (4.30)$$

(ii) 次式が成り立つ．

$$\left\| \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 Q \right\|_\infty < \gamma \quad (4.31)$$

本論文では，モデル化誤差が存在しない理想的な状況において，与えられた補償器の構造で達成可能な限界性能を明らかにするために，(i) の条件を考慮しない場合を考える．

補償器の構造が制約されない場合

安定化補償器のパラメトリゼーションにおいて， $G_{cl}(s) = 0$ を満足する $Q(s)$ を $Q_*(s)$ とおくと，(4.13) 式より，次式が成り立つ．

$$Q_*(s) = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)} \quad (4.32)$$

$Q_*(s)$ の分子多項式の次数が 5 次，分母多項式の次数が 2 次であることから， $Q_*(s)$ はインプロパであり，これに対応する実装可能な補償器は存在しないが，分母多項式に安定な 3 次多項式をかけ，全体として $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ となるようにすれば，対応する補償器は実装可能である．さらに，分母多項式にかける 3 次多項式が十分 1 に近くなるように調整すれば， $\|G_{cl}(s)\|_\infty$ はいくらでも 0 に近づく．すなわち，次の補題が成り立つ．

補題 4.1 問題 4.2 に対して， $\gamma \rightarrow 0$ とする $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ が存在する．

証明 $Q_*(s)$ を (4.32) 式で与える．正数 λ を用いて， $f_\lambda(s)$ を

$$f_\lambda(s) := (\lambda s + 1)^3 \quad (4.33)$$

とおくと，これは安定な 3 次多項式となり，

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_\lambda(s) = 1 \quad (4.34)$$

が成り立つ．このとき， $f^2(0, s) = (C_S s + K_S)^2$ も安定多項式であることから，次式の $Q_\lambda(s)$ は \mathbf{RH}_∞ に属す．

$$Q_\lambda(s) = Q_*(s) \frac{1}{f_\lambda(s)} = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s) f_\lambda(s)} \quad (4.35)$$

さらに， $\lambda \rightarrow 0$ のとき， $Q_\lambda(s) \rightarrow Q_*(s)$ ， $\gamma \rightarrow 0$ が成り立つ．このとき， $K(s)$ は

$$\begin{aligned} K(s) &= \frac{-Q_\lambda(s)}{1 - P_{22}(s)Q_\lambda(s)} = \frac{-\frac{f(J_M, s)(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)f_\lambda(s)}}{1 - \frac{f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_L s)}{f^2(0, s)f_\lambda(s)}} = \frac{-f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)f_\lambda(s) - f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_L s)} \quad (4.36) \\ &= \frac{-f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)(f_\lambda(s) - 1) - s(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))} \quad (4.37) \end{aligned}$$

となり， $f_\lambda(s) \rightarrow 1$ のとき， $K(s) \rightarrow K_*(s)$ が成り立つ． □ □

すなわち，補償器の構造が制約されない場合， γ をいくらでも小さくする補償器が存在する．

比例制御の場合

補題 4.2

$$K(s) = K_P \quad (4.38)$$

とおく．ただし， K_P は定数である．このとき， $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は，

$$K_P < 0 \quad (4.39)$$

が成り立つことである．

証明 閉ループ系の特性多項式は， $1 - P_{22}(s)K_P = 0$ より，

$$1 - \frac{J_L s^2 + C_S s + K_S}{s(J_M J_L s^2 + J(C_S s + K_S))} K_P = 0 \quad (4.40)$$

$$J_M J_L s^3 + (J C_S - J_L K_P) s^2 + (J K_S - C_S K_P) s - K_S K_P = 0 \quad (4.41)$$

フルビッツの安定判別を行うために，

$$H_3 = \begin{bmatrix} J C_S - J_L K_P & -K_S K_P & 0 \\ J_M J_L & J K_S - C_S K_P & 0 \\ 0 & J C_S - J_L K_P & -K_S K_P \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

とおくと，閉ループ系が安定であるための必要十分条件は，

$$|H_1| = J C_S - J_L K_P > 0 \quad (4.43)$$

$$|H_2| = (J C_S - J_L K_P)(J K_S - C_S K_P) + K_S K_P J_M J_L \quad (4.44)$$

$$|H_3| = -K_S K_P |H_2| > 0 \quad (4.45)$$

である．最後の式より， $K_P < 0$ でなければならない．このとき， $|H_1| > 0$ が成り立つ．また，

$$|H_2| = J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L K_P J K_S + J_L C_S K_P^2 + K_S K_P J_M J_L \quad (4.46)$$

$$= J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L K_P J_M K_S - J_L^2 K_P K_S + J_L C_S K_P^2 + K_S K_P J_M J_L \quad (4.47)$$

$$= J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L^2 K_P K_S + J_L C_S K_P^2 > 0. \quad (4.48)$$

以上より，閉ループ系が内部安定となるための必要十分条件は $K_P < 0$ が成り立つことである．□ □

次の補題は，比例制御で達成可能な γ を特徴付ける．

補題 4.3 プラント $P(s)$ を (4.9) 式で与える． $K(s) = K_P$: 負定数とする．このとき，次式が成り立つ．

$$\inf_{K_P} \gamma > 0 \quad (4.49)$$

証明 $\gamma \rightarrow 0$ が達成されたと仮定する．このとき，零周波数において $G_d(0) = 0$ が成り立たなければならない．ここで，(4.9) 式より，

$$P(0) = \begin{bmatrix} P_{11}(0) & P_{12}(0) \\ P_{21}(0) & P_{22}(0) \end{bmatrix} = \frac{1}{C_L K_S} \begin{bmatrix} K_S & K_S \\ K_S & K_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_L} & \frac{1}{C_L} \\ \frac{1}{C_L} & \frac{1}{C_L} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

が成り立つことから，次式が成り立つ．

$$G_d(0) = P_{11}(0) + \frac{P_{12}^2(0)K_P}{1 - P_{22}(0)K_P} = \frac{1}{C_L} + \frac{\frac{K_P}{C_L^2}}{1 - \frac{K_P}{C_L}} = \frac{1}{C_L - K_P} \quad (4.51)$$

よって， $K_P \rightarrow -\infty$ でなければならない．ところがこのとき，

$$\begin{aligned} G_d(j\omega) &= P_{11}(j\omega) + \frac{P_{12}^2(j\omega)K_P}{1 - P_{22}(j\omega)K_P} = P_{11}(j\omega) - \frac{P_{12}^2(j\omega)}{P_{22}(j\omega)} \\ &= \frac{f(J_M, s)}{sJf(\bar{J}, s) + C_Lf(J_M, s)} - \frac{f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_Lf(J_M, s))(f(J_L, s) + C_Ls)} \\ &= \frac{f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_Ls) - f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_Lf(J_M, s))(f(J_L, s) + C_Ls)} \\ &= \frac{s}{f(J_L, s) + C_Ls} \end{aligned}$$

が成り立ち，非零の周波数 $s = j\omega$, $\omega \neq 0$ において，

$$|G_d(j\omega)| > 0 \quad (4.52)$$

が成り立つ．特に， $\omega = \sqrt{\frac{K_S}{J_L}}$ のとき，

$$G_d(j\omega) = \frac{j\sqrt{\frac{K_S}{J_L}}}{(C_S + C_L)j\sqrt{\frac{K_S}{J_L}}} = \frac{1}{C_S + C_L} \quad (4.53)$$

となり，減衰係数 C_S, C_L が小さいとき， $|G_d(j\omega)|$ は大きなゲイン特性を示す．このことは $\gamma \rightarrow 0$ の仮定に反する．以上より，(4.49) 式が成り立つ． \square \square

以上より，外乱抑制制御系設計問題において，補償器の構造に制約がなければ $\gamma \rightarrow 0$ を達成する補償器が存在するが，補償器の構造が制約される場合には $\gamma \rightarrow 0$ とする補償器は存在しない．にもかかわらず，従来，比例制御や比例・積分制御等の簡単な構造の補償器が採用されている．次節では，補償器の構造が性能に与える制約を緩和するために，閉ループ伝達関数を 0 とする仮想的補償器の構造を含む補償器の設計法を示す．

4.3.2 物理パラメータに陽に依存する補償器

本節では，補償器の構造が性能に与える制約を緩和するために，(4.37) 式の $K(s)$ を用いた補償器の設計手法を提案する．

(4.37) 式の $K(s)$ はプラントのパラメータに陽に依存した補償器になっており，三次の安定多項式 $f_\lambda(s)$ を適切に設定すれば， $\gamma \rightarrow 0$ を達成することができる．ただし，この次数は 5 次であり， \mathcal{H}_∞ 補償器の次数 (プラントの次数と同一) の 3 次よりも大きい．その結果，従来の補償器に比べて実装は容易ではない．そこで，本節では低次の補償器を構成することを考える．その結果，得られる補償器は，(4.16) 式に示した仮想的補償器の分母多項式を変更した構造を持つことを示す．

補題 4.4

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s)}{\lambda f^2(0, s) - s} \quad (4.54)$$

とおく．ただし λ は正数であるとする．このとき， $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は，次式が成り立つことである．

$$\lambda > \frac{J_M J_L}{J C_S (J K_S + C_L C_S) + J_M^2 C_L K_S + J_M C_L^2 C_S} \quad (4.55)$$

(4.54) 式の補償器は，仮想的補償器 $K_*(s)$ の分母多項式を変更した構造を持つことがわかる．

(4.55) 式より， λ を十分大きく選べば閉ループ系は内部となる． $\lambda \rightarrow 0$ のとき $K(s) \rightarrow K_*(s)$ より，(4.55) 式が成り立つ範囲で λ をできるだけ小さく選べば，外乱抑制性能が向上することが期待できる．

証明 (4.37) 式において，

$$f_\lambda(s) = \lambda (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) + 1 \quad (4.56)$$

とおくと (4.54) 式が成り立つ．よって，(4.54) 式の $K(s)$ が内部安定化補償器となるための必要十分条件は，(4.56) 式の $f_\lambda(s)$ が安定多項式となることである． $f_\lambda(s)$ を整理すると，次式が成り立つ．

$$\frac{f_\lambda(s)}{\lambda} = J_M J_L s^3 + (J C_S + C_L J_M) s^2 + (J K_S + C_L C_S) s + C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \quad (4.57)$$

よって，フルビッツの安定定理より， $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は，次の条件が成り立つことと等価である．

$$|H_3| > 0, \quad H_3 := \begin{bmatrix} J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} & 0 \\ J_M J_L & J K_S + C_L C_S & 0 \\ 0 & J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$|H_2| > 0, \quad H_2 := \begin{bmatrix} J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \\ J_M J_L & J K_S + C_L C_S \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$|H_1| > 0, \quad H_1 := J C_S + C_L J_M \quad (4.60)$$

各物理パラメータが正数であることから， $|H_1| > 0$ が成り立つことは明らか．同様に， $|H_2| > 0$ と $|H_3| > 0$ は等価な条件である．よって， $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は， $|H_2| > 0$ すなわち

$$(J C_S + C_L J_M)(J K_S + C_L C_S) - J_M J_L \left(C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \right) > 0 \quad (4.61)$$

が成り立つことである．上式を整理すると，(4.55) 式と等価な条件となる． \square \square

補題 4.4 の補償器の次数は 2 次で，プラントの次数 (3 次) よりも低い．実装は容易だが，自由度が低く，望ましい性能が得られないことが考えられる．そこで，3 次の補償器の設計法を以下に示し，以降ではこの補償器を本論文で提案する補償器として用いる．

補題 4.5 (提案手法)

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s)}{(a_1 s + a_0) f^2(0, s) - s} \quad (4.62)$$

とおく．ただし a_0, a_1 は正数であるとする．このとき， $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は，次式が成り立つことである．

$$|H_3| > 0 \quad (4.63)$$

ただし， H_3 は，以下の行列

$$H_4 := \begin{bmatrix} a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M) & a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S & 0 & 0 \\ a_1 J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) & a_0 C_L K_S + 1 & 0 \\ 0 & a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M) & a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S & 0 \\ 0 & a_1 J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) & a_0 C_L K_S + 1 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

の、左上 3×3 の部分行列である。

(4.63) 式より、 a_0, a_1 を十分大きく選べば閉ループ系は内部安定となる。 $a_0, a_1 \rightarrow 0$ のとき $K(s) \rightarrow K_*(s)$ より、(4.63) 式が成り立つ範囲で a_0 と a_1 をできるだけ小さく選べば、外乱抑制性能が向上することが期待できる。

証明 (4.37) 式において、

$$f_\lambda(s) = (a_1s + a_0)(sJf(\bar{J}, s) + C_Lf(J_M, s)) + 1 \quad (4.65)$$

とおくと (4.62) 式が成り立つ。よって、(4.62) 式の $K(s)$ が内部安定化補償器となるための必要十分条件は、(4.65) 式の $f_\lambda(s)$ が安定多項式となることである。 $f_\lambda(s)$ を整理すると、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} f_\lambda(s) = & a_1J_MJ_Ls^4 + (a_0J_MJ_L + a_1(JC_S + C_LJ_M))s^3 + (a_0(JC_S + C_LJ_M) + a_1(JK_S + C_LC_S))s^2 \\ & + (a_0(JK_S + C_LC_S) + a_1C_LK_S)s + a_0C_LK_S + 1 \end{aligned} \quad (4.66)$$

よって、フルビッツの安定定理より、 $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は、次の条件が成り立つことと等価である。

$$|H_i| > 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (4.67)$$

ここで、 H_1 は行列 H_4 の第1行第1列の要素、 H_2 は H_4 の左上 2×2 の部分行列である。

まず、明らかに $H_1 > 0$ が成り立つ。次に、 H_4 の第4行第4列の要素が正であることから、 $|H_4| > 0$ は $|H_3| > 0$ と等価となる。さらに、 $|H_2| > 0$ の条件は、

$$|H_2| = \left| \begin{bmatrix} a_0J_MJ_L + a_1(JC_S + C_LJ_M) & a_0(JK_S + C_LC_S) + a_1C_LK_S \\ a_1J_MJ_L & a_0(JC_S + C_LJ_M) + a_1(JK_S + C_LC_S) \end{bmatrix} \right| \quad (4.68)$$

$$= a_1 \left| \begin{bmatrix} a_1(JC_S + C_LJ_M) & -\frac{a_0^2}{a_1}(JC_S + C_LJ_M) + a_1C_LK_S \\ J_MJ_L & a_0(JC_S + C_LJ_M) + a_1(JK_S + C_LC_S) \end{bmatrix} \right| > 0. \quad (4.69)$$

これを整理すると、

$$a_0(JC_S + C_LJ_M)^2 + a_1 \left\{ JC_S(JK_S + C_LC_S) + C_LJ_M^2K_S + C_L^2J_MC_S \right\} + \frac{a_0^2}{a_1}J_MJ_L(JC_S + C_LJ_M) > 0 \quad (4.70)$$

と等価となる。各物理パラメータが正であることから、上式は常に成り立つ。

以上より、 $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は、 $|H_3| > 0$ が成り立つことである。□□

第5章 外乱抑制制御シミュレーション

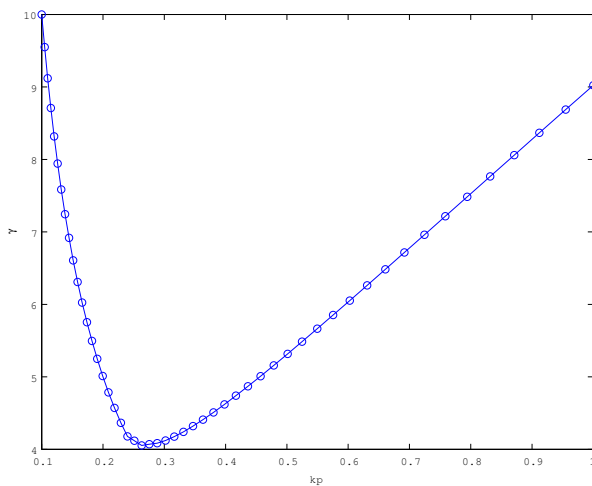
5.1 数値例を用いた検証

第4章の数値例を用いてシミュレーションを行い, 提案型補償器とP,PI補償器, H_∞ 補償器の外乱抑制性能を比較する. まず, 各補償器について γ が最小となるパラメータを??に示すように数値的に探索し, 表5.1の結果を得た. そのパラメータを使用して, simulinkでインパルス状の外乱に対する時間応答シミュレーションを行った. 外乱トルクは $0.637N \cdot m$ を $0.05msec$ の間与え, 第3章の実験と同じ条件とした. H_∞ 補償器は二慣性系の計算モデルでmatlabのhinfsynを用いて設計した.

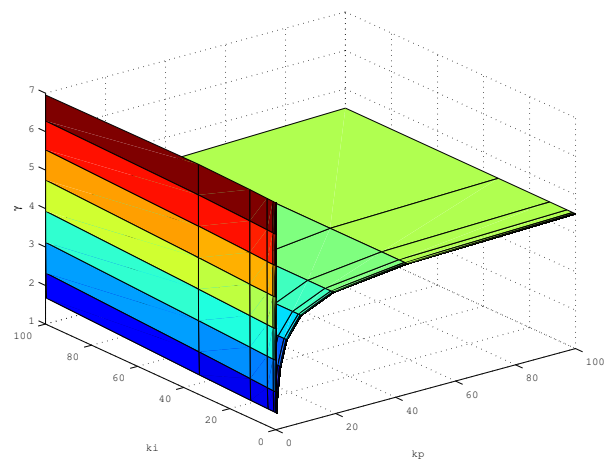
図5.2にシミュレーション結果を示す. 構造に制約が少ない H_∞ 補償器の場合が最も外乱抑制性能が良く γ が最も小さい. 続いてその構造を元に提案法がよい性能を見せている. PI制御と提案手法はどちらもある範囲から2つのパラメータの最適値を探索し, 補償器の設計を行っているが同じ時間で得られる性能という面から見ても, 提案手法は有用であることいえる.

Table. 5.1: 各補償器のパラメータ

Items	パラメータ	γ
提案法	$a_0 = 0.0055, a_1 = 2.0 \times 10^{-6}$	3.0629
P補償器	$k_P = -0.263$	4.0526
PI補償器	$k_P = -0.266, k_I = 1.0 \times 10^{-6}$	4.0343
H_∞ 補償器	二慣性系の計算モデルを用いて設計	3.5148×10^{-4}

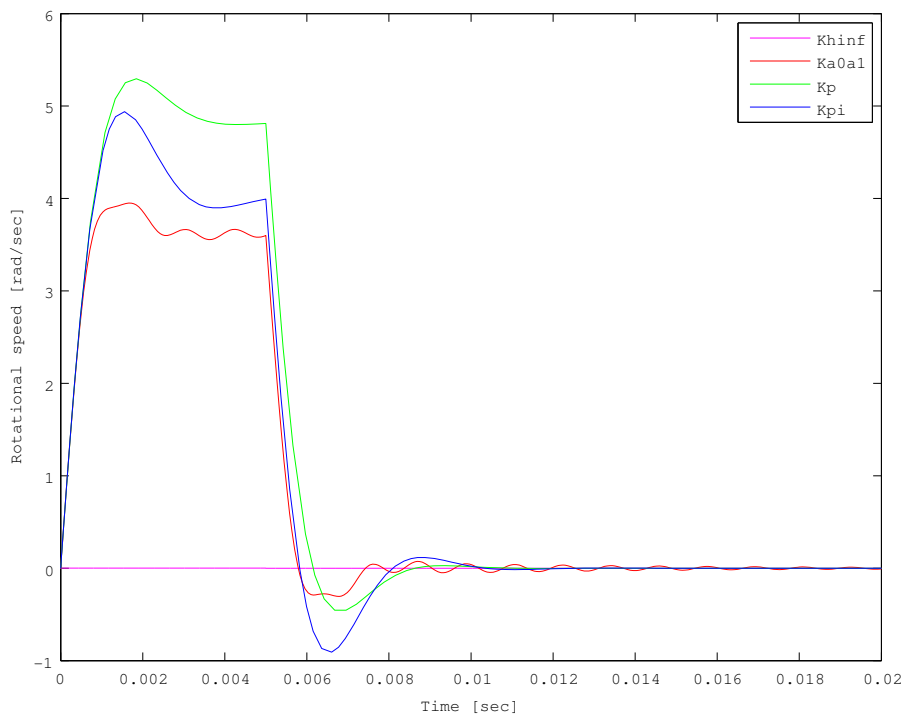


(a) P制御における K_P の最適値探索



(b) PI制御における K_P, K_I の最適値探索

Fig. 5.1: パラメータの最適値探索

Fig. 5.2: ω_L の時間応答

P制御,PI制御,提案手法, H_∞ 制御の順で外乱抑制性能が高いことがわかる。PI制御と提案手法はどちらも2つのパラメータから最適値を探索し,補償器設計を行っているが,同じ手間で得られる性能という面から見ても,提案手法は有用であることがわかる。

第6章 結言

本論文では二慣性系の外乱抑制問題に対して、物理パラメータに陽に依存する補償器の設計手法を提案した。まず、計算モデルを用いて提案手法と P,PI 補償器との外乱抑制性能を、閉ループ系の H_∞ ノルムによって評価し、比較した。その結果、提案手法を用いて設計した補償器は、2つの調整パラメータを適切に選ぶことで従来手法よりも高い外乱抑制性能を得られることを示した。

次に、提案補償器の有効性を検証するために、提案手法と P 補償器で外乱抑制性能を比較する実験を行った。実験は二慣性系の負荷側に外乱トルクを入力し、その際の速度変動の最大値で外乱抑制性能の評価を行った。その結果、実験においても提案手法は P 補償器よりも良い外乱抑制性能を得られた。以上の結果から、次のような見知を得た。

- 制御対象の物理パラメータを陽に含むため、物理パラメータが変化した場合に補償器の再設計を行う必要がない。調整パラメータの数は比例積分 (PI) 制御の場合と同等 (2つ) であり、同程度の手間で調整を行うことができる。
- 提案手法は H 補償器に似た動特性を有しており、従来の比例制御、比例積分制御等よりも構造に関する制約が少なく、不安定な補償器を表現することもできる。その結果、高い制御性能が得られる。

以上より本論文では二慣性系の外乱抑制問題において提案手法が有用であると考えられる。

本論文では速度制御と外乱抑制問題のみを扱ったが、位置制御、目標値追従問題に発展させていくのが今後の課題である。

参考文献

- [1] Guoguang Zhang,Junji Furusho:Speed Control of Two-Inertia System by PI/PID Control(2000)
- [2] 劉: 線形ロバスト制御, コロナ社 (2002)
- [3] 安川電機株式会社: $\Sigma - V$ シリーズユーザーマニュアル設計保守編 アナログ電圧・パルス列指令形
資料番号 SIJP S800000 45B
- [4] 三菱電機株式会社:三菱電機 MR-J3- A サーボアンプ技術資料集