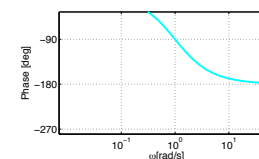
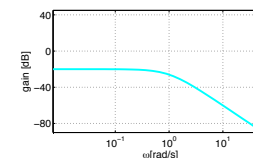


演習 3 解答

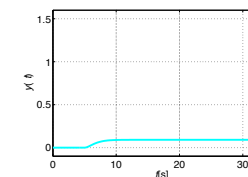
問題 1.

問 1. 開ループ特性は $L_0(s) = P(s)$.

- (1) $L_0(s)$ の Bode 線図から,
 $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_0(j\omega)| = -20$ [dB] と読み取れる.
- (2) $y_0(t)$ の図から, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_0(t) \approx 0.1$ と読み取れる.



開ループ特性 $L_0(s)$



ステップ応答 $y_0(t)$

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

問題 1.

問 1. 開ループ特性は $L_0(s) = P(s)$.

- (1) $L_0(s)$ の Bode 線図から,
 $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_0(j\omega)| = -20$ [dB] と読み取れる.
- (2) $y_0(t)$ の図から, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_0(t) \approx 0.1$ と読み取れる.

(2) 別解

閉ループ伝達関数 $G(s) = \frac{L_0(s)}{1 + L_0(s)} = \frac{1}{10(s+1)^2 + 1}$ を求め,

ステップ応答のラプラス変換 $y_0(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{10(s+1)^2 + 1}$ に対して,
 最終値の定理を用いることにより

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y_0(s) = \frac{1}{11} \approx 0.091$$

と求めることもできる.

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

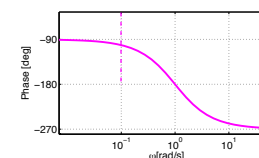
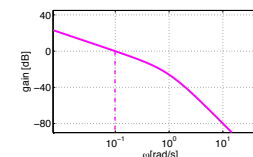
問題 1.

問 2. $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

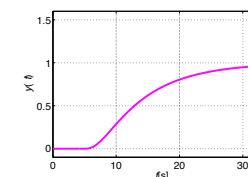
- (1) $L_1(s)$ の Bode 線図から, それぞれ次のように読み取れる.

ゲイン交差角周波数
 位相余裕
 低周波数ゲイン

$\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s] 程度
 PM = 80 [deg] 程度
 $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_1(j\omega)| = \infty$



開ループ特性 $L_1(s)$



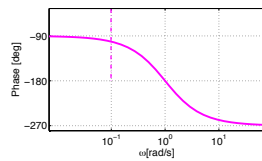
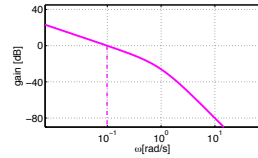
ステップ応答 $y_1(t)$

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

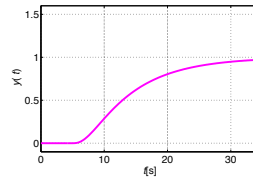
問題 1.

問 2. $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

(2) $y_1(t)$ の図から, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = 1$ と読み取れる.



開ループ特性 $L_1(s)$



ステップ応答 $y_1(t)$



問題 1.

問 2. $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

(2) $y_1(t)$ の図から, $\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = 1$ と読み取れる.

(2) 別解

閉ループ伝達関数 $G(s) = \frac{L_1(s)}{1 + L_1(s)} = \frac{1}{10s(s+1)^2 + 1}$ を求め,

ステップ応答のラプラス変換 $y_1(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{10s(s+1)^2 + 1}$ に対して, 最終値の定理を用いることにより

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_1(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot y_1(s) = 1$$

と求めることもできる.



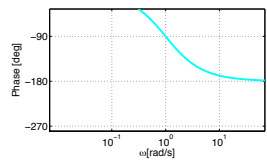
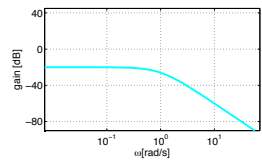
問題 1.

問 2. $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

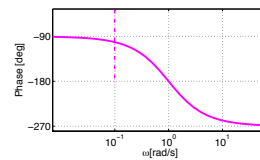
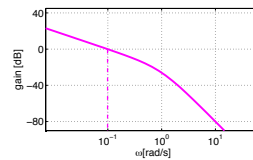
(3) $L_0(s)$ では, 低周波数ゲインが -20 [dB].

$L_1(s)$ では, 低周波数ゲインが ∞ .

低周波数帯域で, ゲインを十分に高く設定できているため, 定常偏差が除去された.



開ループ特性 $L_0(s)$



開ループ特性 $L_1(s)$



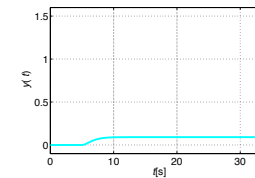
問題 1.

問 2. $C_1(s) = \frac{1}{s}$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

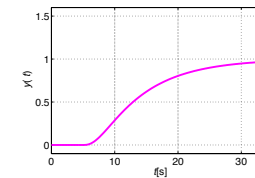
(3) $L_0(s)$ では, 低周波数ゲインが -20 [dB].

$L_1(s)$ では, 低周波数ゲインが ∞ .

低周波数帯域で, ゲインを十分に高く設定できているため, 定常偏差が除去された.



ステップ応答 $y_0(t)$



ステップ応答 $y_1(t)$



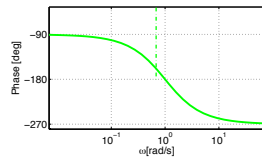
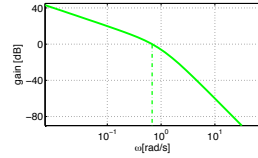
問題 1.

問 3. $C_2(s) = 10 \times C_1(s)$ を適用し、開ループ特性は $L_2(s) = P(s)C_2(s)$.

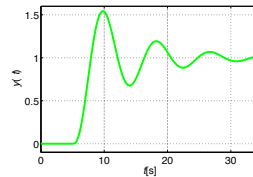
(1) $L_2(s)$ の Bode 線図から、それぞれ次のように読み取れる.

ゲイン交差角周波数
位相余裕
低周波数ゲイン

$\omega_{gc} = 0.7$ [rad/s] 程度
PM = 20 [deg] 程度
 $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_2(j\omega)| = \infty$



開ループ特性 $L_2(s)$



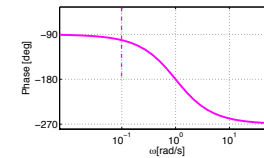
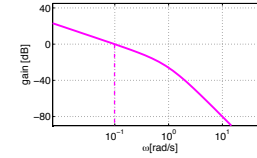
ステップ応答 $y_2(t)$

Navigation icons: back, forward, search, etc.

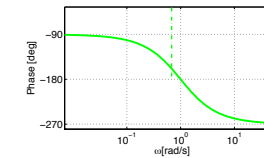
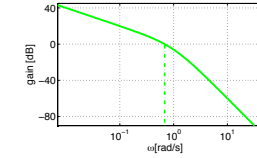
問題 1.

問 3. $C_2(s) = 10 \times C_1(s)$ を適用し、開ループ特性は $L_2(s) = P(s)C_2(s)$.

(2) $L_1(s)$ では、ゲイン交差角周波数が $\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s].
 $L_2(s)$ では、ゲイン交差角周波数が $\omega_{gc} = 0.7$ [rad/s].
ゲイン交差角周波数を高く設定できたことにより、
制御系の速応性が向上し、応答の立ち上がりが早くなった.



開ループ特性 $L_1(s)$



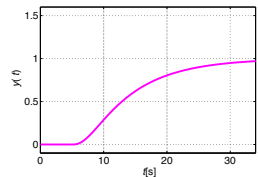
開ループ特性 $L_2(s)$

Navigation icons: back, forward, search, etc.

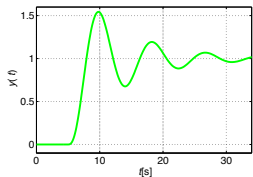
問題 1.

問 3. $C_2(s) = 10 \times C_1(s)$ を適用し、開ループ特性は $L_2(s) = P(s)C_2(s)$.

(2) $L_1(s)$ では、ゲイン交差角周波数が $\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s].
 $L_2(s)$ では、ゲイン交差角周波数が $\omega_{gc} = 0.7$ [rad/s].
ゲイン交差角周波数を高く設定できたことにより、
制御系の速応性が向上し、応答の立ち上がりが早くなった.



ステップ応答 $y_1(t)$



ステップ応答 $y_2(t)$

Navigation icons: back, forward, search, etc.

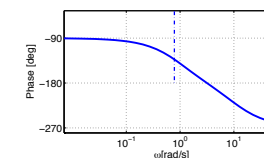
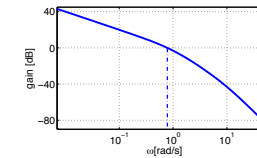
問題 1.

問 4. $C_3(s) = \frac{\omega_3 s + \omega_4}{\omega_4 s + \omega_3} \times C_2(s)$, $\omega_3 = 10$, $\omega_4 = 1$ を適用し、
開ループ特性は $L_3(s) = P(s)C_3(s)$.

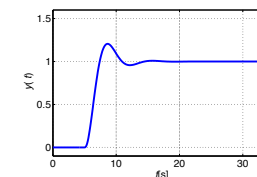
(1) $L_3(s)$ の Bode 線図から、それぞれ次のように読み取れる.

ゲイン交差角周波数
位相余裕
低周波数ゲイン

$\omega_{gc} = 0.8$ [rad/s] 程度
PM = 45 [deg] 程度
 $\lim_{\omega \rightarrow 0} |L_3(j\omega)| = \infty$



開ループ特性 $L_3(s)$



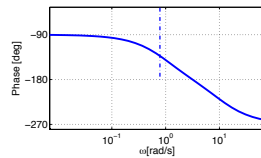
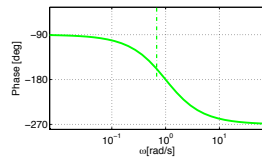
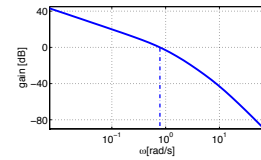
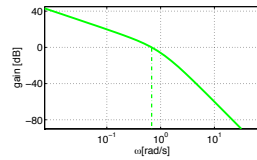
ステップ応答 $y_3(t)$

Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 1.

問 4. $C_3(s) = \frac{\omega_3 s + \omega_4}{\omega_4 s + \omega_3} \times C_2(s)$, $\omega_3 = 10$, $\omega_4 = 1$ を適用し、開ループ特性は $L_3(s) = P(s)C_3(s)$.

- (2) $L_2(s)$ では、位相余裕が $PM = 20$ [deg] まで減少。
 $L_3(s)$ では、位相余裕が $PM = 45$ [deg] まで増加。
 位相進み補償器の効果により、制御系の余裕が向上し、応答の振動的な振る舞いが抑制された。



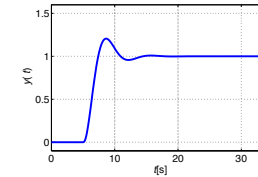
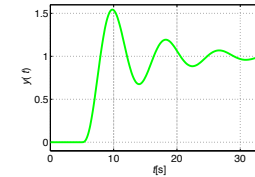
開ループ特性 $L_2(s)$

開ループ特性 $L_3(s)$

問題 1.

問 4. $C_3(s) = \frac{\omega_3 s + \omega_4}{\omega_4 s + \omega_3} \times C_2(s)$, $\omega_3 = 10$, $\omega_4 = 1$ を適用し、開ループ特性は $L_3(s) = P(s)C_3(s)$.

- (2) $L_2(s)$ では、位相余裕が $PM = 20$ [deg] まで減少。
 $L_3(s)$ では、位相余裕が $PM = 45$ [deg] まで増加。
 位相進み補償器の効果により、制御系の余裕が向上し、応答の振動的な振る舞いが抑制された。



ステップ応答 $y_2(t)$

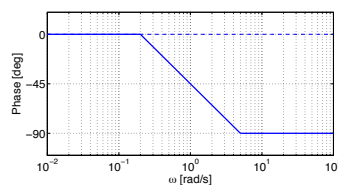
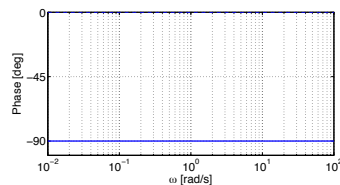
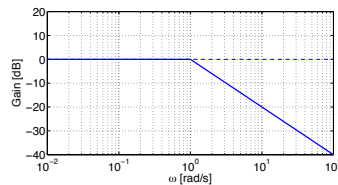
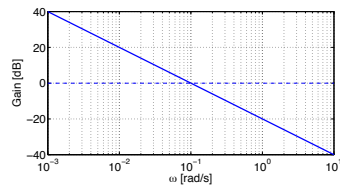
ステップ応答 $y_3(t)$

問題 2.

問 1. 周波数伝達関数:

$$P(j\omega) = \frac{1}{10j\omega(j\omega + 1)} = \frac{1}{10j\omega} \frac{1}{j\omega + 1} = P_1(j\omega)P_2(j\omega)$$

各要素 $P_1(s)$, $P_2(s)$ の Bode 線図:



$P_1(s)$

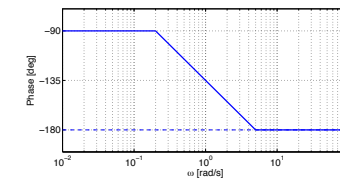
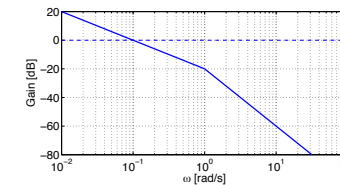
$P_2(s)$

問題 2.

問 1. 周波数伝達関数:

$$P(j\omega) = \frac{1}{10j\omega(j\omega + 1)} = \frac{1}{10j\omega} \frac{1}{j\omega + 1} = P_1(j\omega)P_2(j\omega)$$

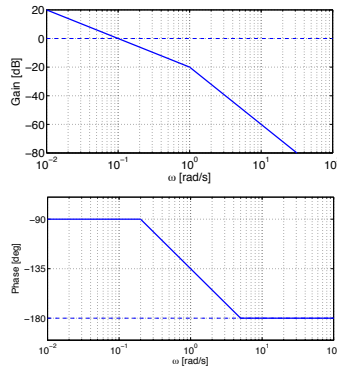
$P(s)$ の Bode 線図: $P_1(s)$, $P_2(s)$ の重ね合わせ



問題 2.

問 2. $P(s)$ の Bode 線図から、それぞれ次のように読み取れる。

ゲイン交差角周波数 $\omega_{gc} = 10^{-1}$ [rad/s]
位相余裕 PM = 90 [deg]

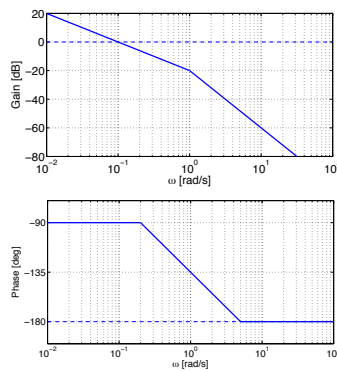


Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 3. $C_1(s) = K$ を適用し、開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

- $P(s)$ の Bode 線図から、 $|P(j10^0)| = -20$ [dB].



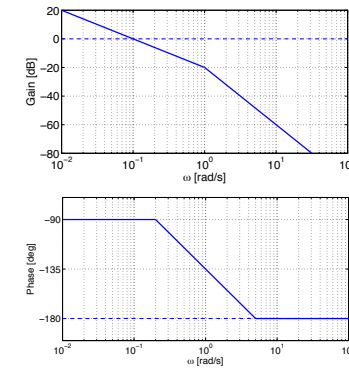
Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 3. $C_1(s) = K$ を適用し、開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

K の設計仕様: 開ループ $L_1(s) = P(s)C_1(s)$ について、以下を満たす。

ゲイン交差角周波数 $\omega_{gc} = 10^0$ [rad/s]
位相余裕 PM = 45 [deg]

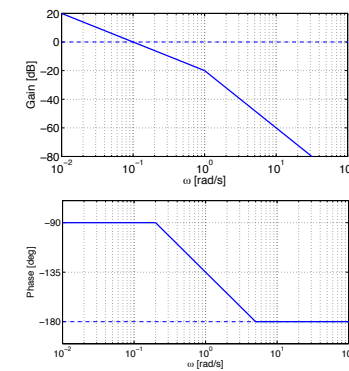


Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 3. $C_1(s) = K$ を適用し、開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

- $P(s)$ の Bode 線図から、 $|P(j10^0)| = -20$ [dB].
- $K = 10$ とすれば、 $\omega_{gc} = 10^0 (= 1)$ [rad/s] に設定できる。

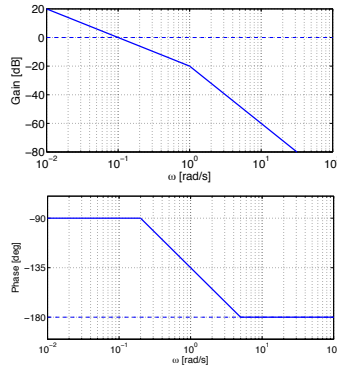


Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 3. $C_1(s) = K$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

- $P(s)$ の Bode 線図から, $|P(j10^0)| = -20$ [dB].
- $K = 10$ とすれば, $\omega_{gc} = 10^0 (= 1)$ [rad/s] に設定できる.
- このとき, $\angle 10P(j\omega_{gc}) = \angle P(j\omega_{gc}) = -135$ [deg] となるから, PM = 45 [deg] を確保できる.

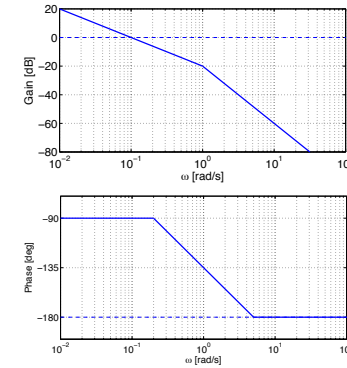


Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 3. $C_1(s) = K$ を適用し, 開ループ特性は $L_1(s) = P(s)C_1(s)$.

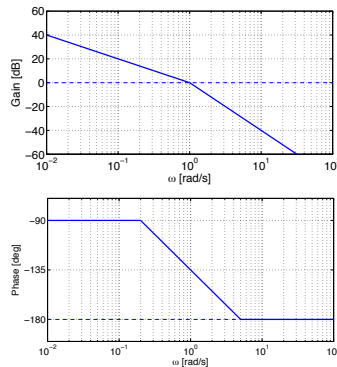
- $P(s)$ の Bode 線図から, $|P(j10^0)| = -20$ [dB].
- $K = 10$ とすれば, $\omega_{gc} = 10^0 (= 1)$ [rad/s] に設定できる.
- このとき, $\angle 10P(j\omega_{gc}) = \angle P(j\omega_{gc}) = -135$ [deg] となるから, PM = 45 [deg] を確保できる.
- 設計仕様を満たすことから, $K = 10$ とする.



Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 4. $L_1(s) = P(s)C_1(s)$, $C_1(s) = 10$ の Bode 線図:



注意 (比例補償)

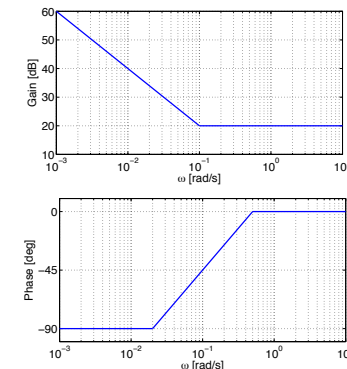
位相特性は変化しないので, $L_1(s)$ の位相線図は $\angle P(j\omega)$ と同じ曲線.

Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 5. $C_2(s) = \frac{Ts + 1}{Ts} \times C_1(s)$, $C_1(s) = 10$, $T = 10$ を適用し, 開ループ特性は $L_2(s) = P(s)C_2(s)$.

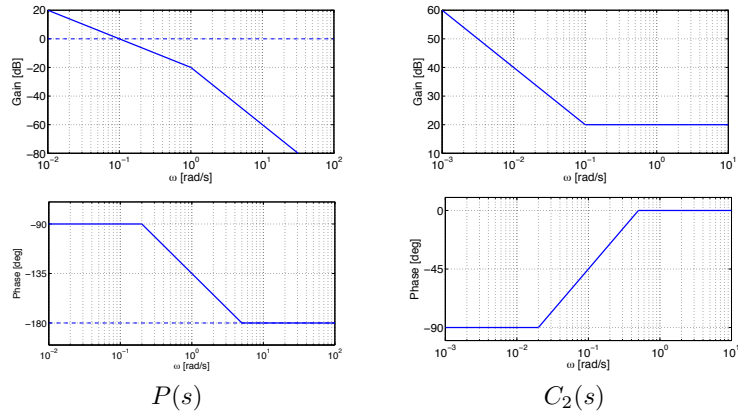
$C_2(s)$ の Bode 線図:



Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

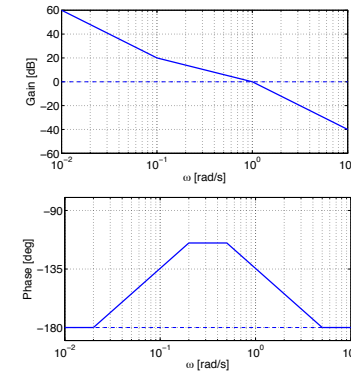
問 6. $L_2(s)$ の Bode 線図: $P(s)$, $C_2(s)$ の重ね合わせ



Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 6. $L_2(s)$ の Bode 線図: $P(s)$, $C_2(s)$ の重ね合わせ

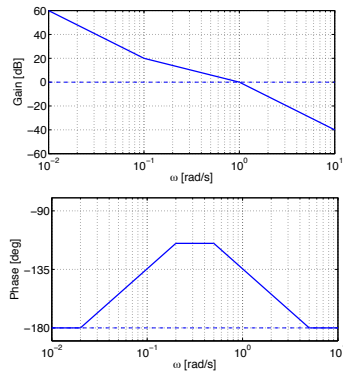


Navigation icons: back, forward, search, etc.

問題 2.

問 7. $L_2(s)$ の Bode 線図から, それぞれ次のように読み取れる.

ゲイン交差角周波数 $\omega_{gc} = 10^0$ [rad/s]
 位相余裕 $PM = 45$ [deg]



Navigation icons: back, forward, search, etc.