

動的システムの解析と制御レポート#10(2020.11.20 出題)

学籍番号: _____

氏名: 解答例

提出切: 11月25日(水)17:00(厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題5 a, b, q, r は与えられた実数で、 $q > 0, r > 0$ であるとする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = ax + bu$$

に対して、 $u = -fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{qx^2(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような f を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような f は、リカッチ代数方程式

$$ap + pa + q - pbr^{-1}bp = 0 \quad (2)$$

の解 $p > 0$ を用いて、

$$f = r^{-1}bp \quad (3)$$

と与えられる。

または直接、 $\frac{\partial J}{\partial f} = 0$ より、 f に関する二次方程式

$$2rf(bf - a) - (q + rf^2)b = 0 \quad (4)$$

の二つの解のうち、閉ループ系が安定となる方の解として与えられる。

$a = 2, b = -2, q = 2$ とする。以下の(1)~(3)の間に答えよ。

(1) $r = 2$ のとき、 f および $a - bf$ を求めよ。

(2) $r = 4$ のとき、 f および $a - bf$ を求めよ。

(3) (1), (2) より、 r が大きいほど $|f|$ と $|a - bf|$ はそれぞれどうなるか答えよ。

(4)式 $\Leftrightarrow brf^2 - 2arf - qb = 0, f = \frac{ar \pm \sqrt{a^2r^2 + b^2rq}}{br} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2 \frac{q}{r}}}{b}$
 $a - bf = a - a \mp \sqrt{a^2 + b^2 \frac{q}{r}} < 0$ より、 $f = \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2 \frac{q}{r}}}{b}$ を選ぶ。

(1) $f = \frac{2 + \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{2}{2}}}{-2} = -1 - \sqrt{2}, a - bf = 2 + 2(-1 - \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$

(2) $f = \frac{2 + \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{2}{4}}}{-2} = -1 - \sqrt{1 + \frac{1}{2}} = -1 - \sqrt{\frac{3}{2}}, a - bf = 2 + 2(-1 - \sqrt{\frac{3}{2}}) = -2\sqrt{\frac{3}{2}}$

(3)

	$ f $	$ a - bf $
(1) $r = 2$	$1 + \sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$
(2) $r = 4$	$1 + \sqrt{\frac{3}{2}}$ (小)	$2\sqrt{\frac{3}{2}}$ (小)

r が大きいほど $|f|$ と $|a - bf|$ は小さくなる。
 (収束性を犠牲にしてエネルギー消費を抑える)