

動的システムの解析と制御レポート #10(2021.11.26 出題)

学籍番号: _____

氏名: 解 培 例

提出マ切: 12月1日(水)17:00(厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題 5 a, b, q, r は与えられた実数で、 $q > 0, r > 0$ であるとする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = ax + bu$$

に対して、 $u = -fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{qx^2(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような f を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような f は、リカッチ代数方程式

$$ap + pa + q - pbr^{-1}bp = 0 \quad (2)$$

の解 $p > 0$ を用いて、

$$f = r^{-1}bp \quad (3)$$

と与えられる。

または直接、 $\frac{\partial J}{\partial f} = 0$ より、 f に関する二次方程式

$$2rf(bf - a) - (q + rf^2)b = 0 \quad (4)$$

の二つの解のうち、閉ループ系が安定となる方の解として与えられる。

$a = -2, b = -2, r = 2$ とする。以下の(1)~(3)の間に答えよ。

(1) $q = 1$ のとき、 f および $a - bf$ を求めよ。(2点)

(2) $q = 3$ のとき、 f および $a - bf$ を求めよ。(2点)

(3) (1), (2) より、 q が大きいほど $|f|$ と $|a - bf|$ はそれぞれどうなるか答えよ。(2点)

$\cancel{2brf^2} - 2arf - b\cancel{q} - \cancel{brf^2} = 0$

$$f = \frac{ar \pm \sqrt{a^2r^2 + b^2r\cancel{q}}}{br} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2\frac{\cancel{q}}{r}}}{b}, \quad a - bf = \cancel{A} - \cancel{A} \mp \sqrt{a^2 + b^2\frac{\cancel{q}}{r}} < 0$$

上を選ぶ。

$$\therefore f = \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2\frac{\cancel{q}}{r}}}{b}, \quad a - bf = -\sqrt{a^2 + b^2\frac{\cancel{q}}{r}}$$

(1) $f = \frac{-2 + \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{1}{2}}}{-2} = 1 - \sqrt{\frac{3}{2}}, \quad a - bf = -\sqrt{4 + 4 \cdot \frac{1}{2}} = -2\sqrt{\frac{3}{2}}$

(2) $f = \frac{-2 + \sqrt{4 + 4 \cdot \frac{3}{2}}}{-2} = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}, \quad a - bf = -\sqrt{4 + 4 \cdot \frac{3}{2}} = -2\sqrt{\frac{5}{2}}$

(3)

	$ f $	$ a - bf $
$q = 1$	$ 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ \sqrt{3} - \sqrt{2} }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	$2\sqrt{\frac{3}{2}}$
$q = 3$	$ 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{ \sqrt{5} - \sqrt{2} }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	$2\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\therefore q$ が大きいほど $|f|$ と $|a - bf|$ は大きくなる