

# 動的システムの解析と制御レポート#11(2019.12.6出題)

学籍番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

提出〆切:12月11日(水)17:00(厳守) 提出場所:機械建設2号棟405室(小林居室)のドアポスト  
注意:この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題 6  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $Q = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $r = 1$  とする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

に対して、 $u = -Fx$  なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ x^T(t)Qx(t) + ru^2(t) \right\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような  $F$  を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような  $F$  は、リカッチ代数方程式

$$A^T P + PA + Q - PBr^{-1}B^T P = 0 \quad (2)$$

の正定解  $P > 0$  を用いて、

$$F = r^{-1}B^T P \quad (3)$$

と与えられる。

以下の(1)~(3)の間に答えよ。

(1)  $P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix}$  とおく。リカッチ方程式の解  $P$  を求めよ。ただし、 $p_2 = 2$  である。(3点)

(2) (1)の解  $P$  が正定であることを示せ。(1点)

(3)  $F$  を求め、そのときの閉ループ系が安定となることを示せ。(2点)