

動的システムの解析と制御レポート #12 (2020.12.4 出題)

学籍番号: _____

氏名: 解答例

提出切: 12月9日(水)17:00 (厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト (過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること (別紙に記入しないこと)

課題 7 次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1]$$

に対して、状態観測器を設計したい。以下の(1)~(3)の間に答えよ。

(1) (C, A) が可観測かどうか判定せよ。(2点)

(2) 状態観測器の一つは次式で与えられる。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(\hat{y} - y), \quad \hat{y} = C\hat{x}$$

誤差システムを $\dot{\xi} = \tilde{A}\xi$ と表すとき、行列 A, B, C, L を用いて \tilde{A} を表せ。ただし、 ξ は誤差ベクトルで、 $\xi(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ と定義する。(1点)

(3) 行列 $A - LC$ の固有値が $-3 + 3j, -3 - 3j$ となるような L を求めよ。(3点)

(1) $V_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad |V_0| = -2 \neq 0 \quad \therefore (C, A) = \text{可観測}$

(2) $\dot{\xi} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} = A\hat{x} + Bu - LC(\hat{x} - x) - (Ax + Bu)$
 $= A(\hat{x} - x) - LC(\hat{x} - x) = (A - LC)(\hat{x} - x) = (A - LC)\xi$
 $\therefore \tilde{A} = A - LC$

(3) $L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \Rightarrow A - LC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & l_1 \\ 0 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -l_1 \\ 2 & 1-l_2 \end{bmatrix}$

$$|\lambda I - (A - LC)| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & l_1 \\ -2 & \lambda + l_2 - 1 \end{vmatrix} = (\lambda - 1)(\lambda + l_2 - 1) + 2l_1 = \lambda^2 + \underbrace{(l_2 - 2)}_6 \lambda + \underbrace{1 - l_2 + 2l_1}_{18} = 0$$

$$(\lambda + 3 - 3j)(\lambda + 3 + 3j) = (\lambda + 3)^2 + 9 = \lambda^2 + 6\lambda + 18 = 0$$

$$\therefore l_2 = 8, \quad 1 - 8 + 2l_1 = 18, \quad 2l_1 = 25, \quad l_1 = \frac{25}{2}$$

$$\therefore L = \begin{bmatrix} \frac{25}{2} \\ 8 \end{bmatrix}$$