

動的システムの解析と制御レポート #12(2021.12.10 出題)

学籍番号: _____

氏名: 解答例

提出/切: 12月15日(水)17:00(厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題 7 次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0]$$

に対して、状態観測器を設計したい。以下の(1)~(3)の間に答えよ。

- (1) (C, A) が可観測かどうか判定せよ。(2点)
- (2) 状態観測器の一つは次式で与えられる。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(\hat{y} - y), \quad \hat{y} = C\hat{x}$$

誤差システムを $\dot{\xi} = \tilde{A}\xi$ と表すとき、行列 A, B, C, L を用いて \tilde{A} を表せ。ただし、 ξ は誤差ベクトルで、 $\xi(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ と定義する。(1点)

- (3) 行列 $A - LC$ の固有値が $-4 + 4j, -4 - 4j$ となるような L を求めよ。(3点)

(1) $U_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad |U_0| = 1 \neq 0 \quad \therefore (C, A): \text{可観測} //$

(2) $\dot{\xi} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - A\hat{x} - Bu + LC(x - \hat{x})$
 $= A(x - \hat{x}) - LC(x - \hat{x}) = (A - LC)(x - \hat{x}) = (A - LC)\xi$
 $\therefore \tilde{A} = A - LC //$

(3) $(\lambda + 4 - 4j)(\lambda + 4 + 4j) = (\lambda + 4)^2 + 16 = \lambda^2 + 8\lambda + 32 = 0 \quad \text{①}$

$A - LC \stackrel{L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}}{=} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ 1 - l_2 & 2 \end{bmatrix}$

$|\lambda I - (A - LC)| = \begin{vmatrix} \lambda + l_1 & -1 \\ l_2 - 1 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = (\lambda + l_1)(\lambda - 2) + l_2 - 1 = \lambda^2 + \underbrace{(l_1 - 2)}_8 \lambda + \underbrace{-2l_1 + l_2 - 1}_{32} = 0$

$l_1 = 10, \quad -20 + l_2 - 1 = 32, \quad l_2 = 53.$

$\therefore L = \begin{bmatrix} 10 \\ 53 \end{bmatrix} //$