

動的システムの解析と制御 (現代制御) レポート #5 (2016.12.2 出題)

学籍番号: _____ 氏名: _____

提出切: 12月7日(水)17:00 (厳守) 提出場所: 機械建設2号棟405室 (小林居室) のドアポスト

課題 6 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $r = 9$ とする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

に対して、 $u = -Fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Qx(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような F を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような F は、リカッチ代数方程式

$$A^T P + PA + Q - PBr^{-1}B^T P = 0 \quad (2)$$

の正定解 $P > 0$ を用いて、

$$F = r^{-1}B^T P \quad (3)$$

と与えられる。

以下の (1) ~ (3) の問に答えよ。

(1) 行列 $P_1 = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -21 \end{bmatrix}$ がリカッチ方程式の解となることを示せ。(2点)

(2) P_1 と P_2 から、正定解を選べ。(2点)

(3) F を求め、そのときの閉ループ系が安定となることを示せ。(2点)