

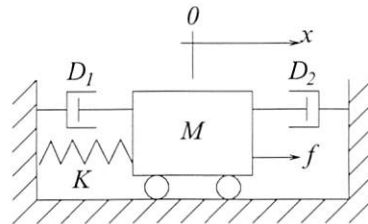
# 動的システムの解析と制御レポート #7 <sup>2021</sup> (2020=11.5 出題)

学籍番号: \_\_\_\_\_

氏名: 解答例

提出月切: 11月10日(水)17:00(厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

課題1 図に示すように、ばねとダンパでつながれた台車からなる振動系を考える。



ただし、ばねの弾性係数を  $K$ 、ダンパの粘性摩擦係数を  $D_1$ 、 $D_2$ 、台車の質量を  $M$  とし、台車は摩擦なく床を動くものとする。また、 $f$  は図の方向に加わる外力とする。台車の平衡点からのずれを  $x$  とする。この振動系の運動方程式を求めよ。(2点)

$$M\ddot{x} = -(D_1 + D_2)\dot{x} - Kx + f$$

課題2 微分方程式  $m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = f$  で表されるシステムを考える。ここで、 $m, c, k$  は与えられた定数であるとする。システムの入力を  $f$ 、出力を  $z$  とする。以下の(1)~(2)の間に答えよ。

(1) システムの状態変数を  $x = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix}$  とする。このシステムの状態空間表現を求めよ。(2点)

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} f \\ z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\ddot{z} = -\frac{c}{m}\dot{z} - \frac{k}{m}z + \frac{f}{m}$$

(2) このシステムの伝達関数を求めよ。(2点)

$$(ms^2 + cs + k)Z(s) = F(s)$$

$$\frac{Z(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

(別解)  $C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{c}{m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + \frac{c}{m} & 1 \\ \frac{k}{m} & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \frac{1}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$