動的システムの解析と制御レポート#8(2021.11.12出題)

学籍番号: 　　　　　　　氏名: 解答例

提出〆切:11月17日(水)17:00（厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室（小林居室）のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)]　注意：この用紙に直接記入すること（別紙に記入しないこと）

課題 3 次のシステムに対して、以下の (1)〜(3) の問に答えよ。

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r} \lambda^2-2\lambda+2 \\ \lambda+3\,\overline{)\lambda^3+\lambda^2-4\lambda+6} \\ \underline{\lambda^3+3\lambda^2} \\ -2\lambda^2-4\lambda \\ \underline{-2\lambda^2-6\lambda} \\ 2\lambda+6 \\ \underline{2\lambda+6} \\ 0 \end{array}$$

(1) 行列 A の固有値の一つは -3 である。残りの二つを求めよ。(2点)

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ 6 & -4 & \lambda+1 \end{vmatrix} = \lambda^3+\lambda^2+6-4\lambda = 0$$
$$= (\lambda+3)(\lambda^2-2\lambda+2) = 0$$

$\lambda^2-2\lambda+2=0$, $\lambda = \dfrac{1\pm\sqrt{1-2}}{1} = 1\pm j$. 残りの二つは $1+j$ と $1-j$ //

(2) $u=0$ としたシステムが安定かどうか判定せよ。(2点)

Aの固有値の実部に非負のもの $(1\pm j)$ が含まれるので不安定 //

(3) 行列 A の固有ベクトルとして以下の v_1, v_2, v_3 を選ぶことができる。それぞれに対応する固有値を答えよ。(2点)

$$v_1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1-j \\ -2j \end{bmatrix}, \quad v_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 1+j \\ 2j \end{bmatrix}, \quad v_3 := \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix},$$

$(\lambda_i I - A)v_i = 0$

・$\lambda = -3$ のとき.

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 6 & -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0$$

a: 1とおく

第1行より $-3a-b=0$, $b=-3$.

第2行より $-3b-c=0$, $c=9$.

$$\therefore v = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix} = v_3 //$$

・$\lambda = 1+j$ のとき

$$\begin{bmatrix} 1+j & -1 & 0 \\ 0 & 1+j & -1 \\ 6 & -4 & 2+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0$$

a: 1とおく.

第1行より $(1+j)a-b=0$,

$b=1+j$.

第2行より $(1+j)b-c=0$.

$c=(1+j)^2=1+2j-1$

$=2j$

$$\therefore v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1+j \\ 2j \end{bmatrix} = v_2 //$$

・$\lambda = 1-j$ のとき.

$$\begin{bmatrix} 1-j & -1 & 0 \\ 0 & 1-j & -1 \\ 6 & -4 & 2-j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = 0$$

a: 1とおく.

第1行より $(1-j)a-b=0$

$b=1-j$

第2行より $(1-j)b-c=0$

$c=(1-j)^2=1-2j-1=-2j$

$$\therefore v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1-j \\ -2j \end{bmatrix} = v_1 //$$