

動的システムの解析と制御レポート #9 (2020.11.13 出題)

学籍番号: _____

氏名: 解答例

提出切: 11月18日(水)17:00 (厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)] のドアポスト (過去のレポート原本もあれば一緒に提出) 注意: この用紙に直接記入すること (別紙に記入しないこと)

課題 4 次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

に対して、 $u = -Fx$, $F = [f_1 \ f_2 \ f_3]$ なる状態フィードバックを施し、行列 $A - BF$ の固有値を $-2, -1+j, -1-j$ としたい。すなわち、そのような行列 F を求めたい。以下の (1)~(3) の間に答えよ。

(1) (A, B) が可制御かどうか判定せよ。(2点)

(2) 3次の特性方程式 $s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0$ が、解 $-2, -1+j, -1-j$ を持つように、実数 a_0, a_1, a_2 を定めよ。(2点)

(3) 行列 F を求めよ。(2点)

$$(1) \quad U_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad |U_c| = -1 \neq 0 \quad \therefore (A, B): \text{可制御} //$$

$$(2) \quad (s+2)(s+1-j)(s+1+j) = (s+2)((s+1)^2+1) = (s+2)(s^2+2s+2) \\ = s^3 + 2s^2 + 2s + 2s^2 + 4s + 4 = s^3 + \underbrace{4}_{a_2}s^2 + \underbrace{6}_{a_1}s + \underbrace{4}_{a_0} = 0 \\ \therefore a_0 = 4, a_1 = 6, a_2 = 4 //$$

$$(3) \quad A - BF = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6+f_1 & 1-f_2 & -f_3 \end{bmatrix}$$

$$|\lambda I - (A - BF)| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ f_1+6 & f_2-1 & \lambda+f_3 \end{vmatrix} = \lambda^3 + \underbrace{f_3}_{4}\lambda^2 + \underbrace{(f_1+6)}_{4}\lambda + \underbrace{(f_2-1)}_{6} = 0 \\ \therefore f_1 = -2, f_2 = 7, f_3 = 4.$$

$$\therefore F = [-2 \quad 7 \quad 4] //$$