

# 動的システムの解析と制御レポート #9(2021.11.19 出題)

学籍番号: \_\_\_\_\_

氏名: 解答例

提出時刻: 11月24日(水)17:00(厳守)、提出先: [ilias] または [機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト(過去のレポート原本もあれば一緒に提出)] 注意: この用紙に直接記入すること(別紙に記入しないこと)

## 課題 4 次のシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

に対して、 $u = -Fx$ ,  $F = [f_1 \ f_2 \ f_3]$  なる状態フィードバックを施し、行列  $A - BF$  の固有値を  $-2, -2+j, -2-j$  としたい。すなわち、そのような行列  $F$  を求めたい。以下の(1)~(3)の間に答えよ。

- (1)  $(A, B)$  が可制御かどうか判定せよ。(2点)
- (2) 3次の特性方程式  $s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 = 0$  が、解  $-2, -2+j, -2-j$  を持つように、実数  $a_0, a_1, a_2$  を定めよ。(2点)
- (3) 行列  $F$  を求めよ。(2点)

(1)  $U_c = [B \ AB \ A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad |U_c| = -1 \neq 0 \quad \therefore (A, B): \text{可制御}$

(2)  $(s+2)(s+2-j)(s+2+j) = (s+2)((s+2)^2+1) = (s+2)(s^2+4s+5)$   
 $= s^3 + 4s^2 + 5s + s^2 + 8s + 10 \rightarrow s^3 + 6s^2 + 13s + 10$   
 $\begin{matrix} & & a_2 & a_1 & a_0 \\ & & 6 & 13 & 10 \end{matrix} \quad \therefore \begin{matrix} a_0 = 10, \\ a_1 = 13, \\ a_2 = 6. \end{matrix}$

(3)  $A - BF = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ f_1 & f_2 & f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6-f_1 & 4-f_2 & -1-f_3 \end{bmatrix}$   
 $|\lambda I - (A - BF)| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ 6+f_1 & f_2-4 & \lambda+1+f_3 \end{vmatrix} = \lambda^3 + \underbrace{(1+f_3)}_6 \lambda^2 + \underbrace{6+f_1}_{10} \lambda + \underbrace{(f_2-4)}_{13} \lambda = 0$

$\therefore f_1 = 4, \quad f_2 = 17, \quad f_3 = 5$

$\therefore F = [4 \ 17 \ 5]$