

令和二年度
長岡技術科学大学大学院 工学研究科
修士課程 修士論文

定常発振制御に基づく二慣性系における 共振周波数の推定と制御系の安定性解析

Estimation of resonance frequency in a two-inertial system
based on steady-state oscillation control and stability analysis
of control system.

令和3年1月29日

所属 機械創造工学専攻
氏名 田上 和叡
学籍番号 17305285
指導教員 小林泰秀 准教授

Abstract

29th, January, 2021

Estimation of resonance frequency in a two-inertial system
based on steady-state oscillation control and stability analysis
of control system

No.17305285

TAGAMI Kazutoshi

Department of Mechanical Engineering
Nagaoka University of Technology

General-purpose servo motors are widely used as drives for industrial machines. In recent years, resonance phenomenon is happened at a low frequency within the control band due to the decrease in rigidity of the mechanical coupling and the increase in the speed of positioning operations. Notch filters are commonly used as a countermeasure against resonance. However, in order to apply the filter, it is necessary to know the resonance frequency inherent to the mechanical system, and how to identify the resonance frequency is an issue.

Therefore, we focused on the steady-state oscillation control, which was proposed for the estimation of the critical temperature ratio in thermoacoustic systems. By using the steady-state oscillation control, the system continues to oscillate at the oscillation frequency automatically determined by the control system to keep the target value constant. By applying this steady-state oscillation control system to a two-inertial system, it is possible to make the system is performed at the natural frequency (resonance frequency) of torsion of the rotating shaft system.

In this study, we propose a method for estimating the resonance frequency of a two-inertial system by configuring a steady-state oscillation control system that oscillates the amplitude around the mean speed of the motor at a constant target value. As a result of the control experiment, it is shown that the motor oscillates at the set target amplitude by appropriately selecting the PI gain (proportional-integral gain) in the control system, and that the oscillation frequency at that time almost matches the measured resonance frequency obtained by frequency response measurement. Furthermore, the stability condition of the control system was experimentally verified, and it was shown that the boundary of the stability condition in the P gain-I gain plane was given by a straight line depending on the cutoff frequency of the LPF.

Next, the validity of the stability conditions obtained experimentally is verified by numerical simulations using the same physical model of the two-inertial system and the same control system as in the experiment, and the results show that the stability conditions are the same as in the experiment.

When the parallel connected rigid body mode is omitted the stability analysis using a simplified model without the rigid body mode (integrator), assuming that the average angular velocity of the control target is constant, showed that there is a time-varying gain that superimposes the Nyquist plot of the open-loop system at $(-1, 0)$. The numerical simulation also shows that the time-varying gain converges to that value and the system is performed steady-state oscillation at the resonance frequency of the control target.

The speed fluctuation of the synchronous rotation when the motor is driven (rotation irregularity) was suppressed by setting the cutoff frequency of the HPF to correspond to the rotation irregularity frequency component. Furthermore, the relationship between the cutoff frequency of the HPF and the difference between the estimated and true resonance frequencies in this method is shown.

目次

第1章 緒言	7
第2章 実験装置と定常発振制御系	9
2.1 実験装置	9
2.2 定常発振制御系	11
第3章 実験結果	13
3.1 手動制御の結果	13
3.2 共振周波数の推定	13
3.3 制御系の安定性	17
3.4 慣性負荷変更時における共振周波数の推定結果	19
3.4.1 システムが目標値一定とならず持続振動する原因の調査	21
3.4.2 HPFの導入による回転ムラへの対策	22
第4章 制御系の安定性解析	24
4.1 物理モデルの導出と問題設定	24
4.2 ナイキスト軌跡を用いた安定性解析	28
4.3 数値シミュレーション	31
第5章 共振周波数推定ツールとしての課題	40
5.1 推定する共振周波数が高くなる原因の解明	40
第6章 結言	42
参考文献	45

目 次

2.1	Experimental apparatus	10
2.2	Experimental system(top view)	10
2.3	Block diagram of feedback system	12
3.1	Time response of $K_P = 0.004, K_I = 0.003$	14
3.2	The result of FFT	15
3.3	Frequency response of feedback system	15
3.4	Time response of $K_P = 0.004, K_I = 0.005$	16
3.5	Closed-loop stability with experiment	18
3.6	Frequency response of feedback system when changing disk	19
3.7	Time response when changing disk	20
3.8	Enlarged view of Fig. 3.7	21
3.9	Time response after changing settings	22
3.10	The result of FFT	23
4.1	Model of two-inertia system	25
4.2	Block diagram of feedback system at Case2 and Case3	27
4.3	Nyquist plot in Case 1	29
4.4	Nyquist plot in Case 2	29
4.5	Nyquist plot in Case 3	30
4.6	Simulation result with $\frac{1}{s}$	31
4.7	Time response by simulation(Case1)	34
4.8	Time response by simulation(Case2)	35
4.9	Time response by simulation(Case3)	36

4.10	Closed-loop stability by simulation(Case1)	37
4.11	Closed-loop stability by simulation(Case3)	38
4.12	Bode plot in HPF	39
5.1	Frequency response in simulation	41

表 目 次

2.1	Experimental equipments	10
3.1	Inertial load parameters	19
3.2	Experimental conditions	20
4.1	Comparison of G	39

第1章 緒言

汎用サーボモータを駆動源とした産業用機械が様々な所で利用されている。その中には装置の機械構造に起因した共振を生じることがあり、軸振動等が問題とされている。近年では位置決め動作の高速化に伴い機械系の軽量化・小型化が進んでいる。それにより機械系の剛性が低い機構が増え、制御帯域内の低い周波数帯域で共振が発生しやすくなっており対策が必要である。一般的な機械共振の対策として制御系内にノッチフィルタを追加して、共振周波数成分を減衰させ、振動を抑制させる手法が用いられる [1]。しかし、フィルタを使用するには機械系固有の共振周波数を設定する必要があり、どのようにして機械系の共振周波数を推定するかが問題となっている。

共振周波数の推定法として、システムの周波数特性を計測する方法がある。この手法では共振周波数の値を、取得したボード線図上で直読することができ、掃引する周波数の刻みを小さく設定すれば、高精度な値を推定できる。しかし、掃引する周波数の刻みが必要以上に小さい場合や周波数範囲が広すぎる場合は計測に時間を要する。一方、制御系のコントローラのゲインを高く設定し、システムを発振させて得た速度フィードバック信号から高速フーリエ変換 (FFT) を使用し、共振周波数を特定する研究が行われている [2, 4, 5]。これらの研究では制御系内に適応ノッチフィルタを用いることでノッチ周波数および帯域幅を設定して、共振を抑制する。上記とは異なり計算コストを簡略化するために、FFTの代わりにバンドパスフィルタ (BPF) を用いてノッチ周波数を推定する研究 [3] も行われている。いずれの手法も周波数の掃引・加振がなく短時間での推定が可能となるが、発振時の振動がシステムへ過大な負荷を与える恐れがある。

そこで、熱音響システムにおける臨界温度比の推定 [6, 7, 8, 10] や振動発電機を用いた振動体の振幅制御 [9] といった研究で提案された定常発振制御系に着目した。熱音響システムの場合では定常発振制御を用いることで、システムは圧力の振幅が目標値一定となるように、制御系によって自動的に決定された発振周波数で振動する。他にも定常発振制御系は振動発電機に対して、振動体の振幅を一定に維持する、負荷の動的な制御にも利用される [9]。この定常発振制御系を二慣性系に用いることで、システムを回転軸系のねじりの固有振動数 (共振周波数) で発振させることが考えられる。本研究では定常発振制

御に基づく二慣性系における共振周波数の推定法を提案する。二慣性系に定常発振制御系を構成して制御実験を行った。制御実験の結果、PIゲイン (K_P, K_I) などを適切に選択することで、モータはある特定の周波数で発振し、設定した振幅の目標値で定常発振する。その際の発振周波数を計測することにより、二慣性系の共振周波数を定量的に推定することが期待できる。しかし K_P に対し K_I が比較的大きい場合には振幅は平均速度まわりで振動し、閉ループ系は不安定となる。そこでPIゲインおよびローパスフィルタ (LPF) のカットオフ周波数 ω_f を変更して実験を行い、制御系の安定性について調査を行う。調査した結果、本制御系の安定性は概ね $K_I = \omega_f K_P$ で与えられることが実験より確認される。実験で得た制御系の安定条件の妥当性を検証するために、物理モデルに基づく安定性解析を行う。二慣性系の物理モデルで数値シミュレーションを行い、制御系の安定性は実験時と同様に $K_I = \omega_f K_P$ で与えられる。二次振動モデルに関する定常発振制御系の安定条件は従来研究 [6, 8] にて理論的に証明がなされている。二慣性系の場合でも定常時の応答は平均速度回りで振動が生じており、その挙動は二次振動モデルを用いて簡易的に議論することが可能だと考えられる。そこで二慣性系の物理モデルから剛体モード (積分器) を除き、二次振動モデルに近似したモデルで安定性解析を行う。

本論文の構成は以下の通りである。まず、第2章では本研究に用いる実験装置および定常発振制御系について述べる。第3章では二慣性系を用いた実験により、PIゲインを適切に選ぶことで、システムはある周波数で定常発振し、その時の発振周波数が二慣性系の共振周波数にほぼ一致することを示す。さらにPIゲインおよびLPFのカットオフ周波数に関する制御系の安定条件について詳細に調査した結果を示す。さらに負荷側慣性を変更した場合でも共振周波数の推定が行えることを示す。第4章では、実験で得た制御系の安定条件を検証するために、二慣性系および二次振動モデルを定義し、安定性解析を行う。第5章では回転ムラ (回転同期の速度変動) 除去用のハイパスフィルタ (HPF) のカットオフ周波数により推定する周波数が変動することについて述べる。最後に第7章にまとめる。

第2章 実験装置と定常発振制御系

2.1 実験装置

共振周波数を推定する実験装置の概要を Fig. 2.1, 実際の外観を Fig. 2.2, 使用機器の詳細を Table 2.1 に示す. 実験装置は, 両端に同じ仕様の AC サーボモータが設置されており, 向かって右端が駆動側, 左端が従動側である. サーボアンプは, 制御モードとして, 位置制御・速度制御・トルク制御を有するが本研究ではトルク制御モードに設定し, 実験時はパソコンから D/A 変換器を介して各サーボアンプへアナログ電圧指令 T_M, T_L を送り, その指令に従い各サーボアンプが各モータを駆動トルク T_M および負荷トルク T_L で駆動させる. モータに取り付けられたロータリーエンコーダの信号は 1 回転あたり最大 65536 パルス を 4 通倍して使用される (仕様上の最大は 1 回転あたり 16777216 パルスである). そのカウント値をサンプリング周期 0.25ms で擬似微分して各モータの回転速度 ω_M, ω_L を得る. サーボモータは軸バネを用いた柔軟カップリングを介し接続されている. 本装置で使用する軸バネは制御帯域内の低い周波数で共振が発生するように, 細く長い軸バネを採用している. 従動側サーボモータの隣にある慣性ディスクを調節することで, 装置の共振周波数を変更することができる. 本研究で使用する実験装置は従来研究で使用されたものを流用している. そのため, 本研究では利用しないが, 軸トルクを検出するためのトルクセンサが駆動側サーボモータと軸バネの間に接続されている.

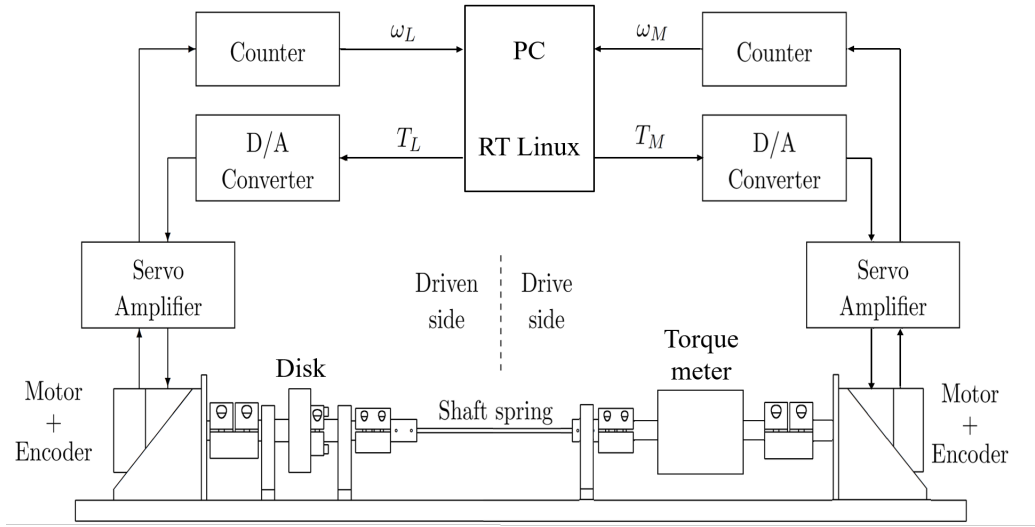


Fig. 2.1: Experimental apparatus



Fig. 2.2: Experimental system(top view)

Table 2.1: Experimental equipments

PC	Dell Dimension 2100 / Fedora Core 1(RTLinux 3.2-pre3, Linux kernel 2.4.22)
D/A	CONTEC DA12-4(PCI) (12bit, $10\mu s$)
Counter	CONTEC CNT24-4(PCI)H (24bit, 1MHz)
PIO	Contec PIO-32/32T(PCI) (Parallel input output, 32bit 200ns)
A/D	CONTEC AD12-16(PCI) (12bit, $\pm 5V$ $10\mu s$)
Servo motor	YASKAWA ELECTRIC CORPORATION SGD7S-1R6A00A, SGM7J-02AFA21 (rated pow. 200 W, rated torque 0.637 Nm(max 2.23 Nm), rotor inertia moment $0.263 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$) speed/position detector: 24-bit encoder
Shaft spring	ϕ 3 mm \times L 230 mm (The shaft is 250 mm long.) material: SUS304
Disk	ϕ 60 mm \times t 13 mm, ϕ 80 mm \times t 20 mm material: SS400

2.2 定常発振制御系

定常発振制御系は熱音響システムの臨界温度比を実験的に推定するために提案された制御系で、圧力振幅が目標値一定となるよう圧力センサの出力信号を音源の駆動信号としてフィードバックさせることでシステムを発振させる [6, 7, 8, 10]. 具体的には、圧力振幅の推定値と目標値との偏差で駆動される PI 補償器の出力信号そのものを、圧力センサの出力信号から音源の駆動信号を生成する際の時変係数として用いる制御系であり、その際の発振周波数は制御系により自動的に決定される. 定常発振制御系は熱音響システムの他に、振動発電機に対して振動体の振幅を一定に維持しつつ発電を行うために負荷の動的な制御にも応用されている [9]. よって定常発振制御を二慣性系に用いれば、システムを回転軸系のねじりの固有振動数 (共振周波数) で発振させることが考えられる.

本研究では定常発振制御系を二慣性系に応用し、システムの共振周波数を推定する手法を提案する. 二慣性系を共振させる定常発振制御系のブロック線図を Fig. 2.3 に示す. 黒破線で囲まれた P が制御対象の二慣性系, 赤破線で囲まれた箇所が定常発振制御系を表す. HPF は平均速度除去およびモータの回転ムラ (回転同期の速度変動) 成分を抑制する目的で挿入している. 平均速度まわりの信号 $\omega_M - \overline{\omega_M}$ をゲイン G 倍したものを平均駆動トルクまわりの振動信号として使用する. その後目標値 A_ω^* と平均速度まわりの振動信号の推定値 \hat{A}_ω との差分を PI 補償器に入力し、その出力を時変ゲイン G として用いる. 振幅の推定値 \hat{A}_ω は平均速度まわりの信号 $\omega_M - \overline{\omega_M}$ の絶対値信号を 1 次の LPF (カットオフ周波数 ω_f) に通し平滑化して、係数 $\frac{\pi}{2}$ を乗じて得る. ゲイン G が負の方向に増加する¹ことでトルクは増加し、やがて閉ループ系は発振状態となる. その際モータ角速度 ω_M の平均値まわりの振幅が目標値 A_ω^* で発振するように制御系によって G が自動調節される. 本制御系ではシステムを発振させるために、正弦波状の目標値信号は不要であり、発振周波数は制御系により自動的に決定されることに注意されたい.

なお本制御系とは別に、駆動側モータの角速度を所望の回転角速度 $\overline{\omega_M}$ にするように駆動側トルクの平均値 $\overline{T_M}$ を PI 制御している.

¹ゲイン G が負である理由としては実際のシステムには減衰があり、エネルギーは散逸する. この散逸したエネルギーをゲイン G で回収を行っている. この時の散逸を正とし、回収を負と置いていることから G は負の方向に増加する.

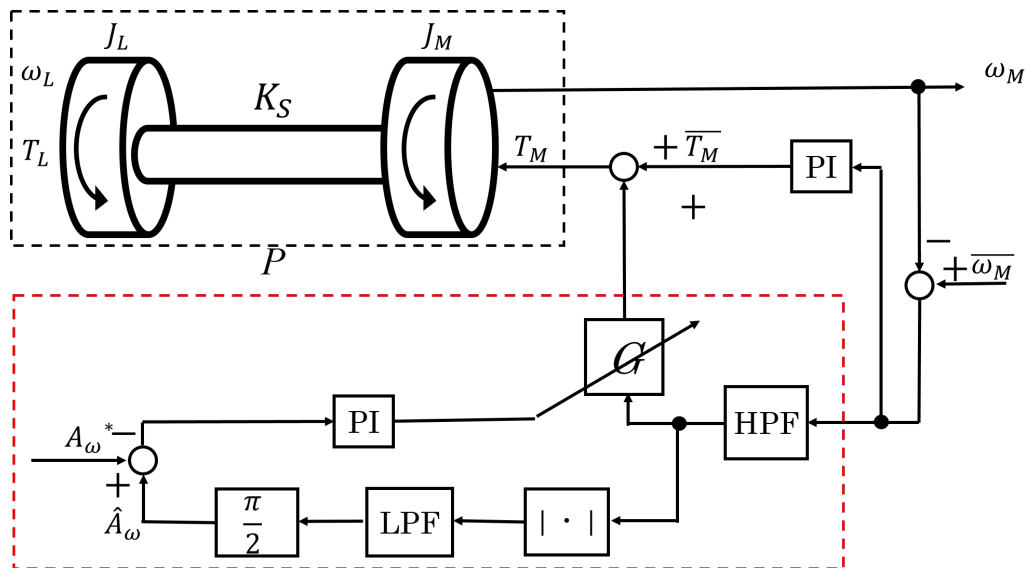


Fig. 2.3: Block diagram of feedback system

第3章 実験結果

前章で提案した Fig. 2.3 の定常発振制御系を用いることで、平均速度まわりの振幅を目標値 A_ω^* でシステムを発振させることができると考える。そこで本章では予備実験として時変ゲイン G の手動調整を行い、実際にシステムが定常発振するか調査する。その結果に基づいて次に定常発振制御系の PI 補償器のパラメータ (PI ゲイン) を設定し、時変ゲイン G を自動調整する定常発振制御実験を行う。その結果、モータの平均速度まわりの振幅が目標値 A_ω^* に収束すること、その際の発振周波数がシステムの共振周波数と定量的にほぼ一致することを示す。PI ゲインに関する制御系の安定条件、負荷側慣性を変更した場合の共振周波数推定結果についても述べる。

3.1 手動制御の結果

はじめにモータの平均速度を PI 制御により目標値 20rad/s 一定で回転させた。Fig. 2.3 における G を手動で時変ゲイン G を負の方向に 0.001 ずつ増加させ、モータの平均速度まわりの振幅の応答を調査した。時変ゲイン G の増加に伴い、モータの振動は徐々に大きくなっていった。調査した結果、時変ゲイン G が約-0.02 付近において、モータは発振を開始した。

3.2 共振周波数の推定

手動制御の結果、システムが発振する時変ゲイン G が存在することを確認した。Fig. 2.3 に示した定常発振制御系を構成し、モータの平均速度まわりの振幅を目標値一定になるように時変ゲイン G を自動調整する制御実験を行った。Fig. 3.1 に定常発振制御系による安定な結果が得られた際の時間応答結果の一例を示す。モータの平均角速度 $\overline{\omega}_M$ は 20rad/s、振幅の目標値 A_ω^* を 5rad/s、LPF のカットオフ周波数 ω_f を 1rad/s とした。PI ゲインは $K_P=0.004$, $K_I=0.003$ とした。モータの運転開始後 10 秒間平均角速度 $\overline{\omega}_M$ の定常状態になるのを待ってから定常発振制御を開始する。赤線はモータの角速度 ω_M 、黒線は速度振幅の推定値 \hat{A}_ω である。図において、PI ゲインを適切に選択することで制御開始後、ゲイン

G (青線)は約25秒後にほぼ目標振幅である5rad/sになるように自動調節されている様子が確認できる。その際のゲイン G の収束値は約-0.02であり、手動制御で得られた結果と同一である。

Fig. 3.1における定常状態での発振周波数について調査するために、 ω_M をFFT解析した結果をFig. 3.2に示す。この図より最大ピークの周波数は約26Hzであることから、本制御対象は定常発振制御により約26Hzで発振していることがわかる。両者の誤差は約3%であった。推定結果の妥当性を検証するために、 T_M から ω_M までの周波数応答計測の結果をFig. 3.3に示す。この図より本制御対象の共振周波数は約26Hzであることがわかる。両者の結果より、定常発振制御系を用いることで制御対象の共振周波数でシステムを一定振幅で発振させ、その際の発振周波数はシステムの共振周波数と定量的にほぼ一致することを示した。

Fig. 3.4に不安定な結果が得られた際の代表的な時間応答を示す。 K_P に対し K_I が比較的大きいとき、図のように振幅は平均速度まわりで振動し、閉ループ系は不安定となる。

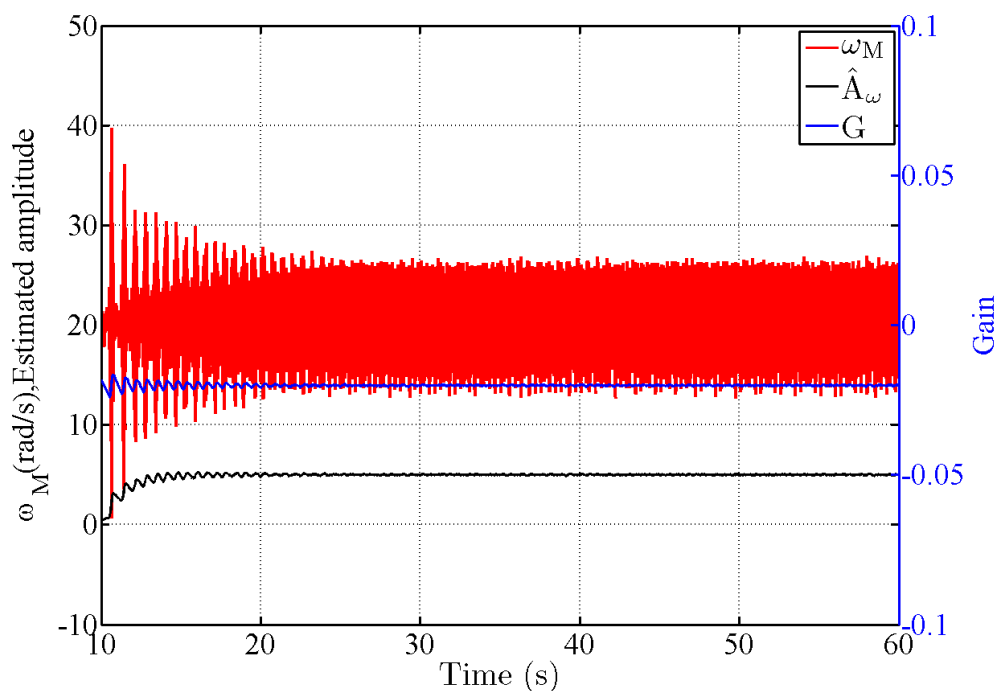


Fig. 3.1: Time response of $K_P = 0.004$, $K_I = 0.003$

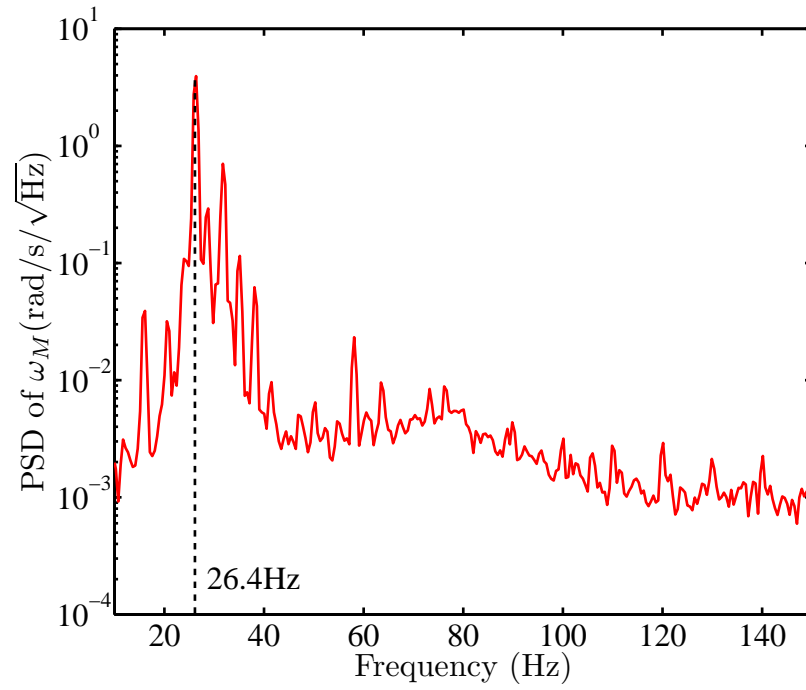


Fig. 3.2: The result of FFT

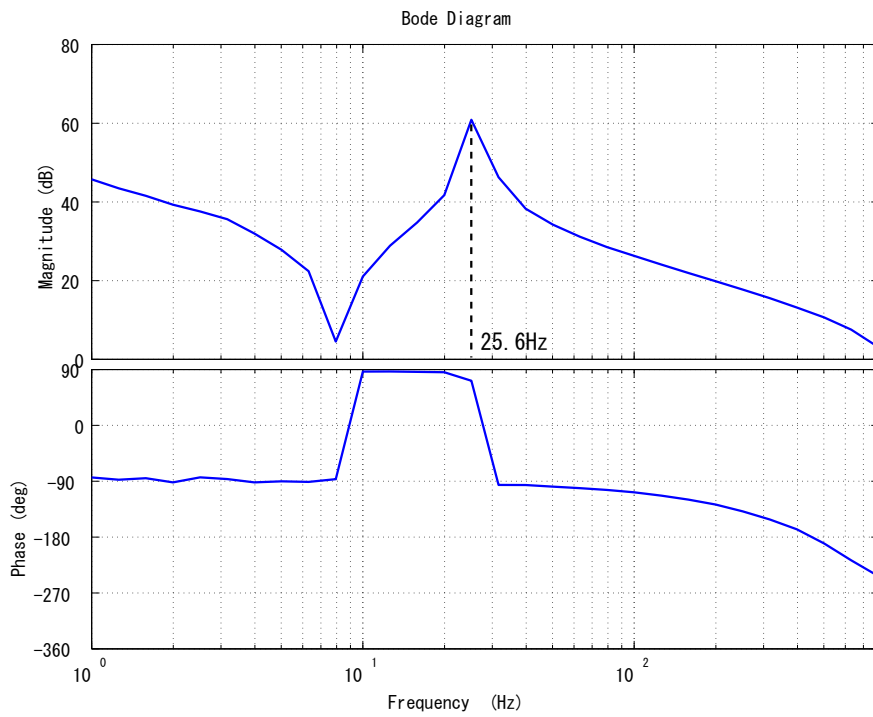


Fig. 3.3: Frequency response of feedback system

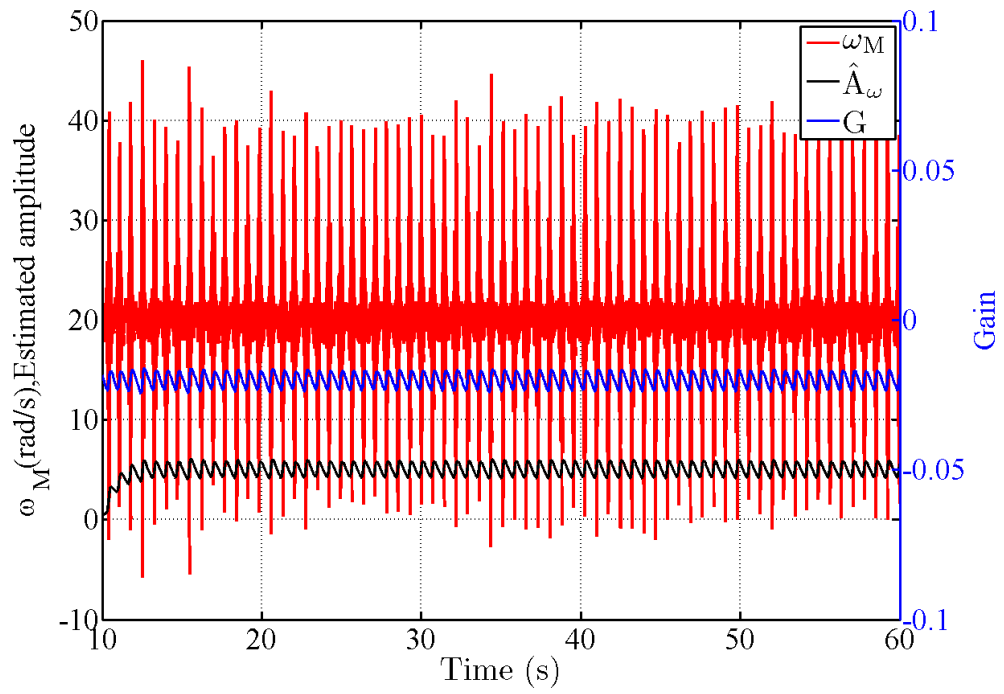


Fig. 3.4: Time response of $K_P = 0.004$, $K_I = 0.005$

3.3 制御系の安定性

前節 3.1 にて見られた PI ゲインの K_P に対し K_I が比較的大きいとき、閉ループ系が不安定になる現象は従来研究 [6, 7, 10] の場合でも確認されている。従来研究 [6, 7, 10] では実験で得た制御系の安定条件について、物理モデルに基づく安定性解析が行われている。その結果、熱音響システムに対しては制御系が安定となるための十分条件が次のように示されている。

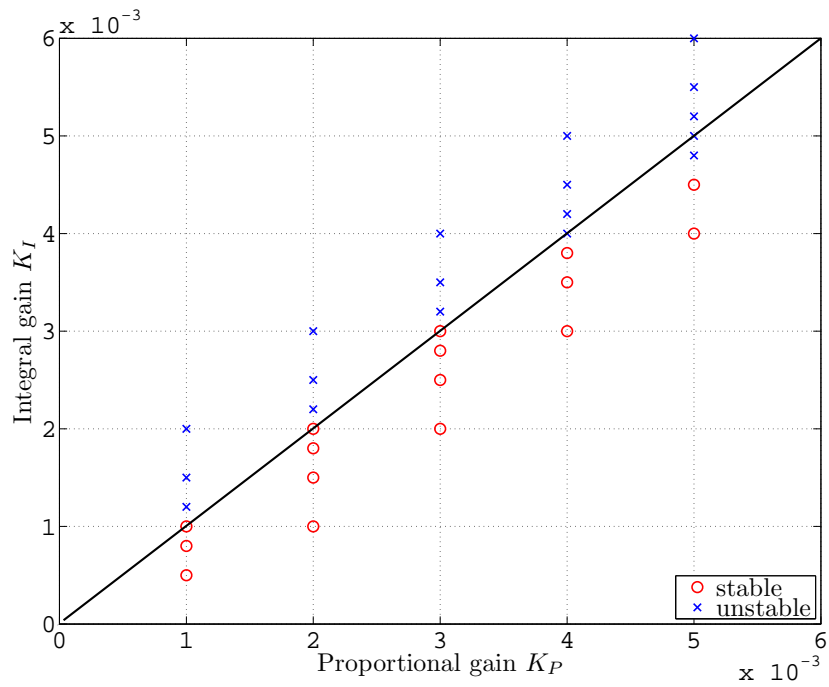
$$\alpha K_I < 0, \quad \alpha(K_I - \omega_f K_P) > 0 \quad (3.1)$$

ただし α は与えられた実数で、この正負で入出力信号間の位相関係を定める。ここでは正の G で自励振動が抑制されていることに対応させ $\alpha < 0$ と仮定する。(3.1) 式より制御系の安定条件は PI ゲインや LPF のカットオフ周波数 ω_f に依存し、安定/不安定の境界は $K_I = \omega_f K_P$ の直線で定まる。従来研究 [6, 7, 10] では (3.1) 式と整合する実験結果および数値シミュレーション結果が得られている。

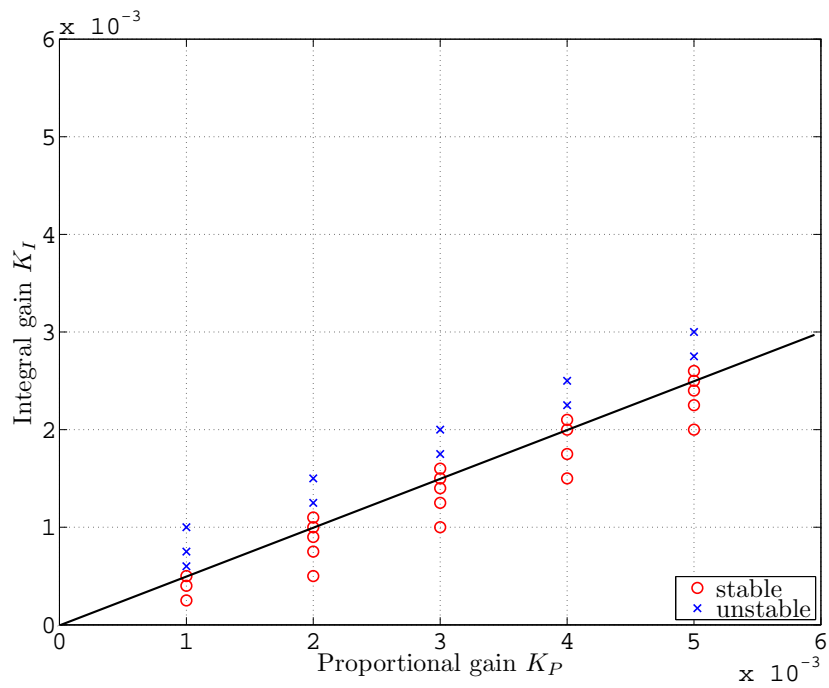
しかし本研究 (二慣性系) と従来研究 [6, 7, 10] (二次振動モデル) は制御対象が異なる。二慣性系の場合には剛体モードに対応する積分器を含む三次系となる。この違いにより本研究の制御系においても (3.1) 式の関係が成り立つとは限らない。そこで本制御系でも K_P , K_I および LPF のカットオフ周波数 ω_f を変えて実験を行い、制御系の安定性について詳細に調査した。その結果を Fig. 3.5 に示す。実験で取得した時間応答から数値的に安定判別を行うために、時間応答の 50 秒から 60 秒における追従誤差 $A_\omega^*(t) - \hat{A}_\omega$ を L_2 ノルムとして以下のように定義した。

$$L_2 = \sqrt{(A_\omega^*(50) - \hat{A}_\omega)^2 + \dots + (A_\omega^*(60) - \hat{A}_\omega)^2} \quad (3.2)$$

この L_2 ノルムが 0.6 未満となった場合を安定 (丸印)、それ以外を不安定 (バツ印) とする。また、図中の黒線は $K_I = \omega_f K_P$ の直線を表している。図より、概ね黒い実線の下側の領域でシステムが安定、上側で不安定となっている。よって本研究の場合でも、 $\omega_f K_P$ が K_I より大きい場合において概ね安定となる結果が得られた。本制御系の安定性は PI ゲインおよび LPF のカットオフ周波数 ω_f より定まることが実験より確認された。



(a) $\omega_f=1.0$ [rad/s]



(b) $\omega_f=0.5$ [rad/s]

Fig. 3.5: Closed-loop stability with experiment

3.4 慣性負荷変更時における共振周波数の推定結果

ここでは、装置に取り付ける慣性負荷を変更した状態で共振周波数を推定し、慣性負荷の変更に応じた共振周波数の推定が可能か検証する。変更前後での慣性負荷のパラメータを Table 3.1 に示す。 ϕ は慣性負荷の直径で t は厚さである。慣性負荷変更後に再度周波数応答計測を行った。結果は Fig. 3.6 の通りである。青破線が慣性負荷変更前の結果、赤線が変更後の結果を示している。図より制御対象の共振周波数が先程の約 26Hz から 32Hz へと変化している。この状態で 3.1 節と同様に定常発振制御を用いて、共振周波数の推定を行う。定常発振制御実験の時間応答を Fig. 3.7 に、実験条件を Table 3.2 に示す。図より平均速度まわりの振幅が目標値一定で収束せずに持続振動していることがわかる。次節にてこの原因について調査を行う。

Table 3.1: Inertial load parameters

	慣性負荷	共振周波数
変更前	ϕ 60 mm \times t 13 mm, ϕ 80 mm \times t 20 mm, material: SS400	26.4Hz
変更後	ϕ 60 mm \times t 13 mm, material: SS400	31.6Hz

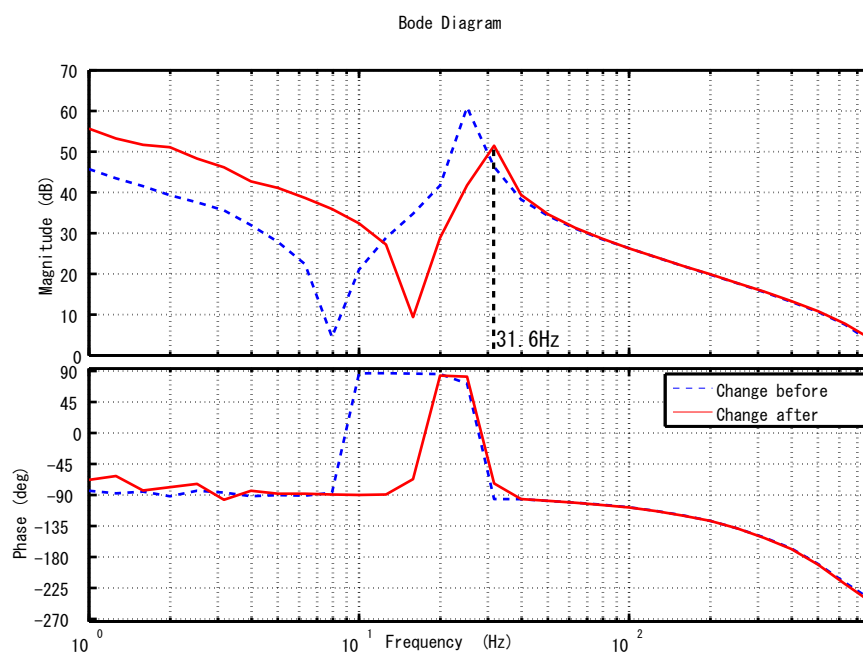


Fig. 3.6: Frequency response of feedback system when changing disk

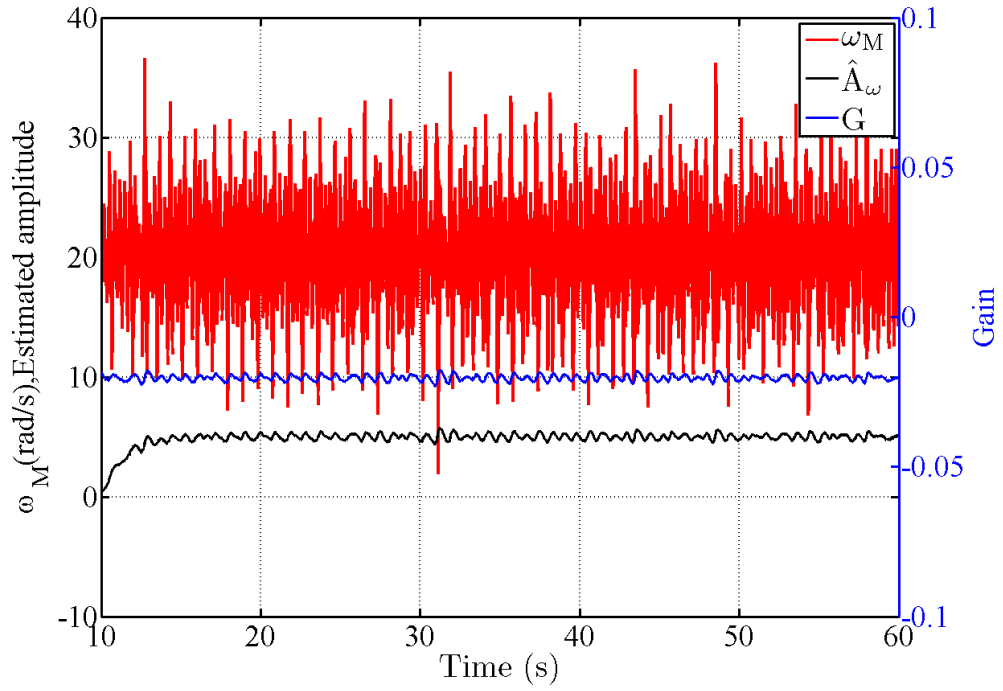


Fig. 3.7: Time response when changing disk

Table 3.2: Experimental conditions

平均角速度 $\overline{\omega_M}$	20 rad/s
目標振幅 A_ω^*	5 rad/s
LPF のカットオフ周波数 ω_f	1 rad/s
比例ゲイン K_P	0.004
積分ゲイン K_I	0.003

3.4.1 システムが目標値一定とならず持続振動する原因の調査

Fig. 3.7における平均速度まわりの振幅が持続振動する原因を調査するため、まずシステムが何Hzで振動しているかを調査した。そこでFig. 3.7の拡大図を確認した。拡大した結果をFig. 3.8に示す。図から1秒間に約3周期含まれることから、おおよそ約3Hzで振動していることがわかる。この約3Hzの振動はモータの回転ムラ（回転同期の速度変動）に起因したものと考えられる。実験条件のモータの平均角速度 $\bar{\omega}_M$ より回転周波数を算出すると $\frac{20}{2\pi}=3.183\cdots\text{Hz}$ となる。計算結果からシステムは回転ムラの影響により約3Hzで振動する。算出した振動とFig. 3.8で見られる振動は同一であることから、システムは回転ムラの影響を受け約3Hzという低周波数の持続振動を起こしたと考えられる。また高い周波数での振動は定常発振制御により引き起こされた振動だと予想される。理由としては、約30Hzで振動しており、これはFig. 3.6で示したシステムの共振周波数と定量的に一致しているためである。

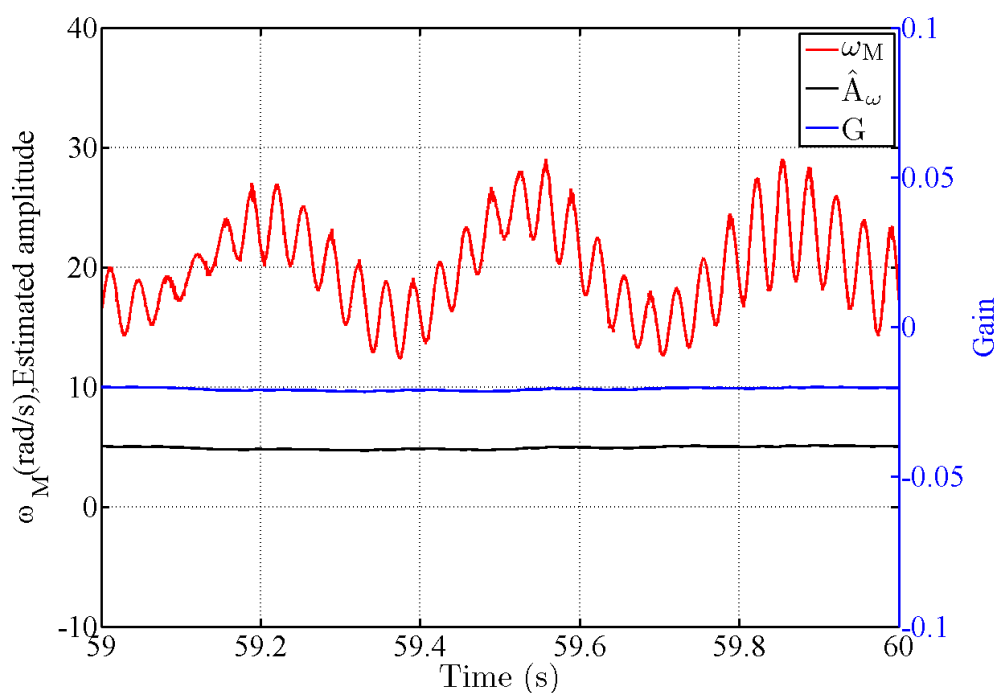


Fig. 3.8: Enlarged view of Fig. 3.7

3.4.2 HPF の導入による回転ムラへの対策

回転ムラの対策として HPF のカットオフ周波数を変更した。3.1 節までは、直流成分をカットするために 0.3Hz に設定していた。3Hz の周波数成分を除去するように、HPF のカットオフ周波数を 3.3Hz と設定した。

HPF の設定変更後の時間応答結果を Fig. 3.9 に示す。図より回転ムラの成分が抑制され 3.1 節と同様に、モータの平均速度まわりの振幅が目標値一定となるように発振している。その際の発振周波数を FFT 解析により推定した結果を Fig. 3.10 に示す。図中でのピークの周波数は約 32Hz であり、この結果は Fig. 3.6 で得た結果と定量的に一致している。よって慣性負荷の大きさに応じた共振周波数の推定を行うことができた。

今回は回転ムラの周波数成分が約 3Hz であり、その成分 (3Hz) を除去するように HPF のカットオフ周波数を変更したことで共振周波数の推定が行えたと考えられる。以上の結果より、共振周波数の推定が可能である条件として以下のことがわかった。回転ムラ成分よりもシステムの共振周波数が高ければ HPF を設定することで共振周波数の推定が可能となる。しかし、システムの共振周波数が回転ムラ成分に近い場合は HPF で両者を分離できないため、共振周波数を推定することができない。

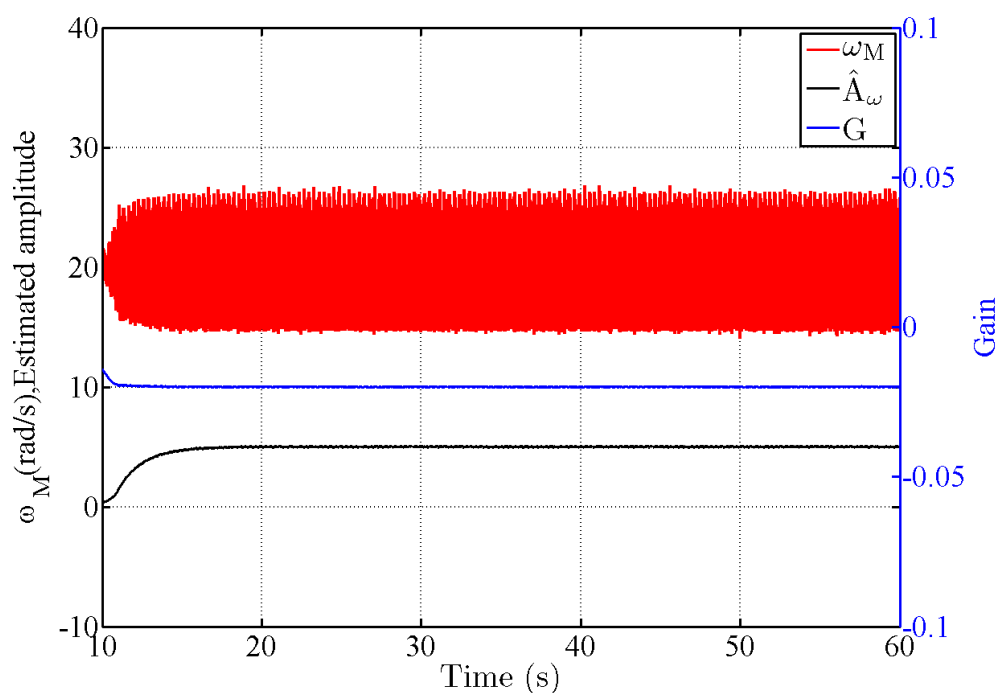


Fig. 3.9: Time response after changing settings

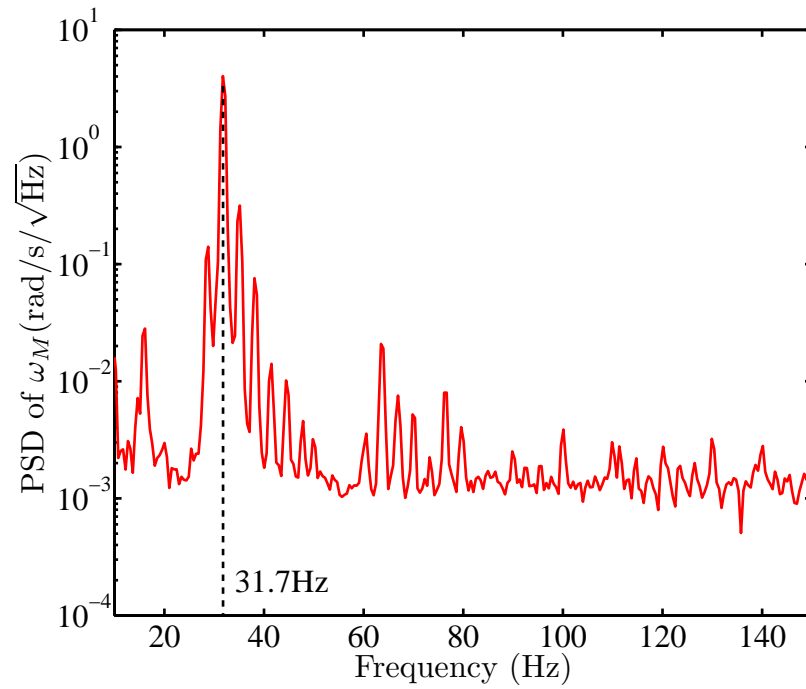


Fig. 3.10: The result of FFT

第4章 制御系の安定性解析

本章では、第3章で得られた定常発振制御系の安定条件の妥当性を理論的に検証する。なお、二慣性系の物理モデルは、軸系がねじれずに回転し続ける剛体モードを有しており、従来研究で示された二次振動モデルに基づく安定条件がそのまま成り立つかどうかは明らかではないことに注意されたい。

5.1節にて二慣性の物理モデルが剛体モード（積分器）と二次振動モデルの積で表されることを示す。定常状態に至った二慣性系は平均速度が不変で、その速度振動は平均速度まわりに生じるため、振動の挙動は平均速度を無視して二次振動モデルを用いて簡易的に議論することが考えられる。そこで剛体モードを除去して二次振動モデルに近似した二通りの物理モデルを定義し、元の二慣性系の物理モデルと合わせて計三つの問題を設定する。5.2節において定義する三つのモデルを用いて、それぞれ開ループ系のナイキスト軌跡を描画することで、システムが定常発振する時変ゲインの有無を検証する。5.3節において数値シミュレーションを行い、設定した二慣性系の物理モデルが実験と同様に定常発振するか、二次振動モデルで近似したモデルの応答が二慣性系の結果を十分に再現するかを調査する。

4.1 物理モデルの導出と問題設定

本節ではまず二慣性系の物理モデルが剛体モード（積分器）と二次振動モデルの積で成り立つことを示す。その後、安定性解析を二次振動モデルに基づき簡易的に行うため剛体モードを省略し、二慣性系を二次振動モデルに近似した二通りのモデルを定義する。

Fig. 4.1 に示す二慣性系モデルを考える。二慣性系の運動方程式は次式で与えられる。

$$J_M \dot{\omega}_M = T_M - T_S \quad (4.1)$$

$$T_S = K_S \theta_r + C_S (\omega_M - \omega_L) \quad (4.2)$$

$$J_L \dot{\omega}_L = T_L + T_S \quad (4.3)$$

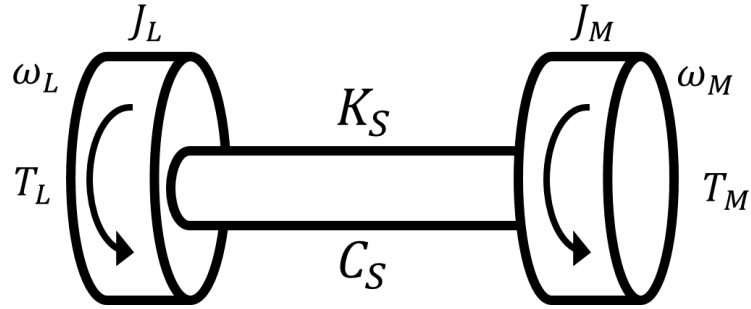


Fig. 4.1: Model of two-inertia system

ただし, T_S は軸のねじりトルク, θ_r は両慣性の相対角度 (軸のねじれ角), J_M は駆動側慣性モーメント, J_L は従動側慣性モーメント, K_S は軸のねじりばね定数, C_S は軸の減衰係数である.

また T_M から ω_M の伝達関数 $P(s)$ は次式で与えられる.

$$P(s) = \frac{J_L s^2 + C_S s + K_S}{s(J_M + J_L) \left(\frac{J_M J_L}{J_M + J_L} s^2 + C_S s + K_S \right)} \quad (4.4)$$

ここで, ω_n , ζ , r をそれぞれ共振角周波数, 減衰比, 慣性比とすると次式が成り立つ.

$$P(s) = \frac{1}{(J_M + J_L)s} \cdot \frac{(1+r)s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.5)$$

$$r = \frac{J_L}{J_M}, \quad \bar{J} = \frac{J_M J_L}{J_M + J_L}, \quad 2\zeta\omega_n = \frac{C_S}{\bar{J}}, \quad \omega_n^2 = \frac{K_S}{\bar{J}}$$

(4.5) 式より, 二慣性系の物理モデルは剛体モード (積分器) と二次振動モデルの積から成り, それぞれが直列接続されていることがわかる.

また前述したとおり従来研究 [6, 7, 9, 10] にて二次振動モデルにおける定常発振制御系の安定性解析は既に行われている. 本研究においても定常状態での応答に関しては, 平均速度まわりで振動が生じているため, 二次振動モデルを用いて安定性解析を簡易的に議論することができると考えられる. そこで, 二次振動モデルに基づき安定性解析を議論するために (4.5) 式から剛体モードを省略したモデル $\tilde{P}(s)$

$$\tilde{P}(s) := \frac{(1+r)s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.6)$$

を定義する．しかし，後に 4.3 節で示すように (4.6) 式を用いて定常発振制御系の数値シミュレーションを実施したところ，発振が生じなかった．この原因を調査するために，従動側慣性を固定した剛体モードのないモデル (平均速度が 0 の $\bar{P}(s)P(s)$ の $J_L \rightarrow \infty$ の極限として得たモデル) を定義する．このモデルは，(4.5) 式の並列接続された剛体モードを省略する場合に相当する．すなわち (4.5) 式より

$$P(s) = \frac{1}{(J_M + J_L)s} \cdot \left(1 + \frac{rs^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \right) \quad (4.7)$$

$$= \frac{1}{(J_M + J_L)s} + \frac{r}{J_M + J_L} \cdot \frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.8)$$

と表したときの第二項

$$\bar{P}(s) := \frac{r}{J_M + J_L} \cdot \frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.9)$$

である¹．

このモデル (4.9) 式は従来研究の安定性解析で用いられているモデル (二次振動系) と，係数部分である $\frac{r}{J_M + J_L}$ を $2\alpha\omega_n$ と置き換えたなら同一のモデルとなる． α は与えられた実数で，この正負で入出力信号間の位相関係を定める．ここでは正の G で自励振動が抑制されていることに対応させ $\alpha < 0$ と仮定する．以上のことを明確にするために，本研究では定義した三通りのモデルについて定常発振制御系を構成した問題を設定し，それぞれの場合において 4.2 節でナイキスト軌跡による定常発振制御系の安定性解析，4.3 節で数値シミュレーションを行った結果を示す．ただし，二次振動モデルへ近似した \tilde{P} ， \bar{P} の制御系に関しては，平均速度まわりの振動のみを議論するために Fig. 4.2 のように設定した．二慣性系の制御系 (Fig. 2.3) との違いはモータ角速度を $\overline{\omega_M}$ にする PI 補償器および回転ムラ除去用の HPF を省略したことである．

Case 1. 元の問題 (実験と同一) : (4.5) 式の $P(s)$ に対する Fig. 2.3 の定常発振制御系．

Case 2. 直列接続された剛体モードを省略した問題 : (4.6) 式の $\tilde{P}(s)$ に対する Fig. 4.2 の制御系．

Case 3. 並列接続された剛体モードを省略した問題 : (4.9) 式の $\bar{P}(s)$ に対する Fig. 4.2 の制御系．

¹係数を除き $\lim_{J_L \rightarrow \infty} P(s) = \frac{1}{J_M} \cdot \frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ に一致する．

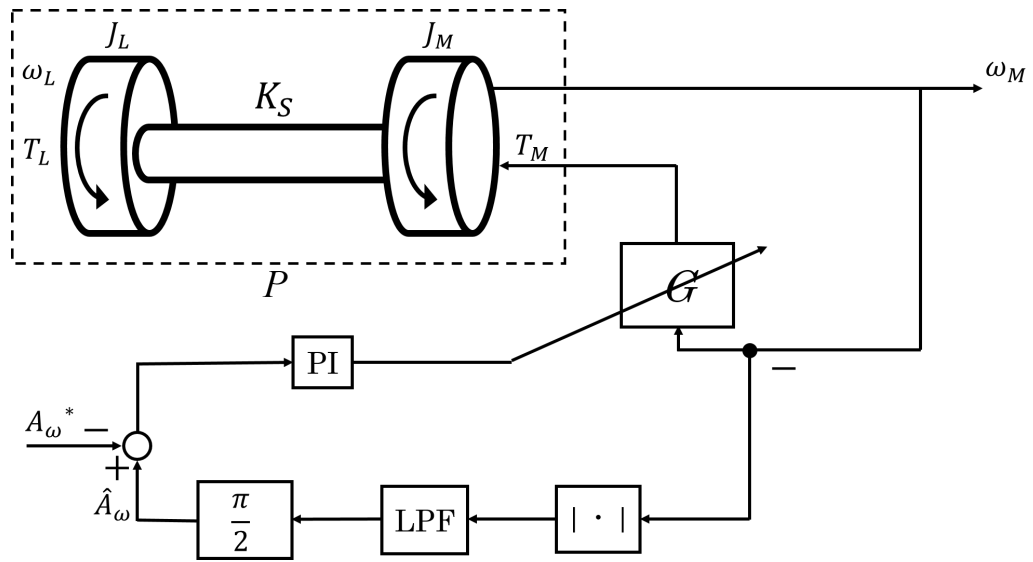


Fig. 4.2: Block diagram of feedback system at Case2 and Case3

4.2 ナイキスト軌跡を用いた安定性解析

従来研究では (3.1) 式の条件を満たす時、制御系は安定となり、PI 補償器の出力を時変ゲインとして含む開ループ系のナイキスト軌跡が $(-1, 0)$ に重なる。その際のシステムの応答は目標振幅で定常発振し、PI 補償器及び LPF の状態は対応する平衡点に収束することが証明されている [10]。

本論文での安定性解析では、従来研究とは異なり ((3.1) 式のような PI ゲインなどに関する安定条件を示すのではなく) 開ループ系のナイキスト軌跡を $(-1, 0)$ に重ねる時変ゲインの有無で制御系が発振するかを検討する。

前節 4.1 で示した Case1 から Case3 についてナイキスト軌跡を Fig. 4.3 から Fig. 4.5 に示す。青線が定義したモデルのナイキスト軌跡 $P(s)$, $\tilde{P}(s)$, $\bar{P}(s)$, 赤線が時変ゲイン G を乗じた開ループ系のナイキスト軌跡である。

Fig. 4.3 より実験と同一のモデル $P(s)$ (Case1) では、青線で示すナイキスト軌跡は実軸と交わる点が存在し、時変ゲインの収束値 (負の実数) を乗じたナイキスト軌跡が $(-1, 0)$ に重なる。しかし Fig. 4.4 に示す直列接続された剛体モードを省略した $\tilde{P}(s)$ (Case2) では、青線は原点を除き実軸と交わらず、ナイキスト軌跡が $(-1, 0)$ を通過する時変ゲインが存在しない。これに対して Fig. 4.5 に示す並列接続された剛体モードを省略した $\bar{P}(s)$ (Case3) では、Case1 と同様に、青線は実軸と交わることから、ナイキスト軌跡が $(-1, 0)$ を通過する時変ゲインの収束値が存在する。

従来研究 [6, 8] では、熱音響システムにおける管路長に応じて制御対象の入出力信号間の位相差をむだ時間で別途調整する必要がある。二慣性系の場合は両慣性によらず入出力信号間の位相関係は不変であるため、従動側慣性に変更される度に制御系のパラメータを設定することなく常に同一の定常発振制御系で共振周波数を推定できる。

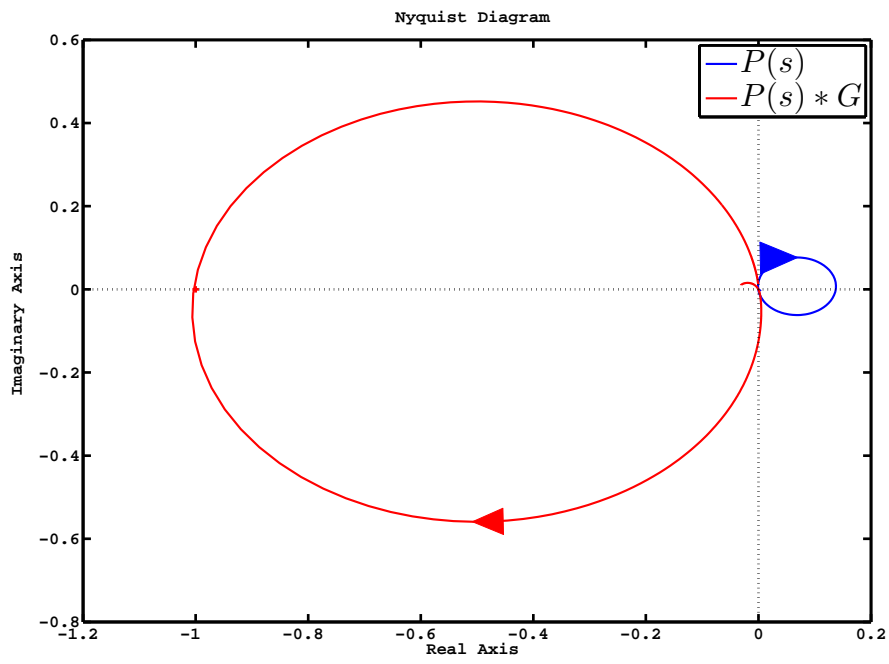


Fig. 4.3: Nyquist plot in Case 1

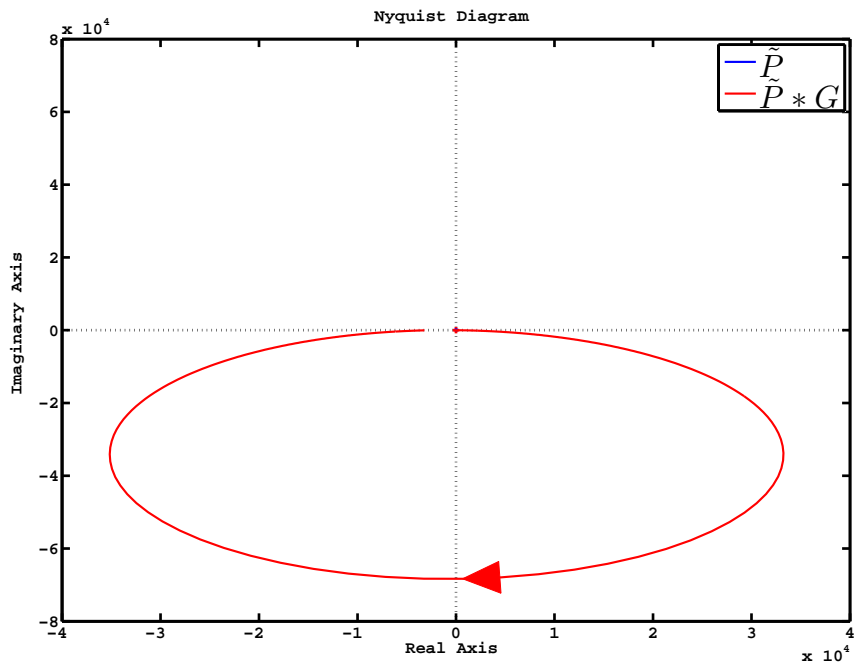


Fig. 4.4: Nyquist plot in Case 2

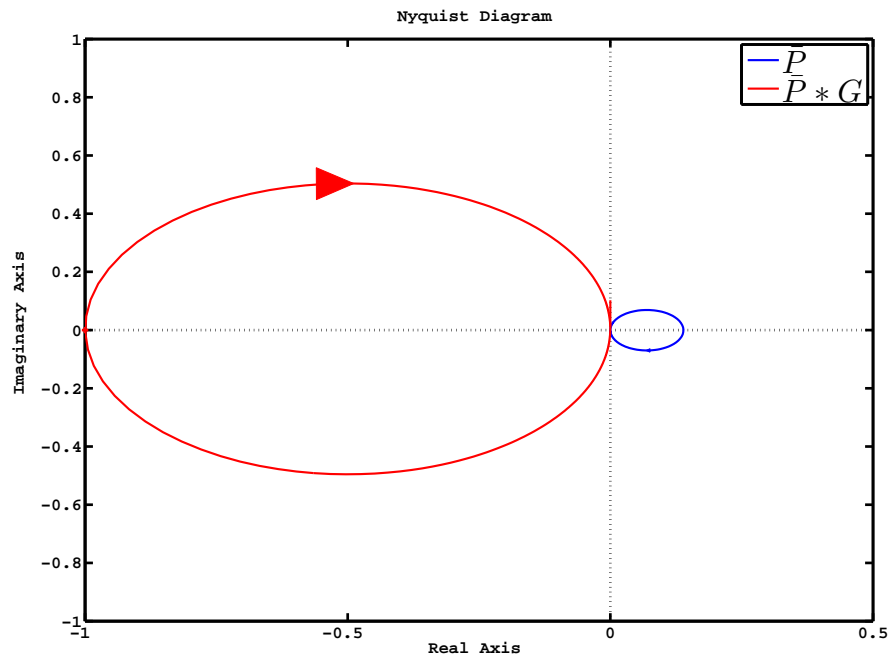


Fig. 4.5: Nyquist plot in Case 3

4.3 数値シミュレーション

4.1 節で示した Case1 から Case3 について MATLAB/Simulink を用いた数値シミュレーションを行った結果を以下に述べる。各図における赤線が出力信号 ω_M ，緑線は振幅の推定値 \hat{A}_ω ，青線がゲイン G を示している。数値シミュレーションに使用した各パラメータは $J_M=1$ ， $J_L=10$ ， $\omega_n=2\pi \times 26\text{Hz}$ ， $\zeta=0.02$ とした。PIゲインに関しては数値シミュレーションの応答の収束性を上げるために， $K_P = 0.4$ ， $K_I = 0.3$ および $K_P = 0.4$ ， $K_I = 0.5$ と設定した。

Case1 の数値シミュレーション結果を Fig. 4.6 に示す。図の \hat{A}_ω より目標値の 5rad/s は達成されているが， ω_M を見ると約 120 秒周期の低周波数で大きく変動している。これは $P(s)$ の剛体モードに減衰がなく，エネルギー散逸が起こらないことが原因として挙げられる。(約 120 秒の周期自体が何により決定されるかについては現時点では不明である)。そこで，剛体モードによる減衰 (ϵ とする) を考慮し (4.5) 式を以下のように修正した。

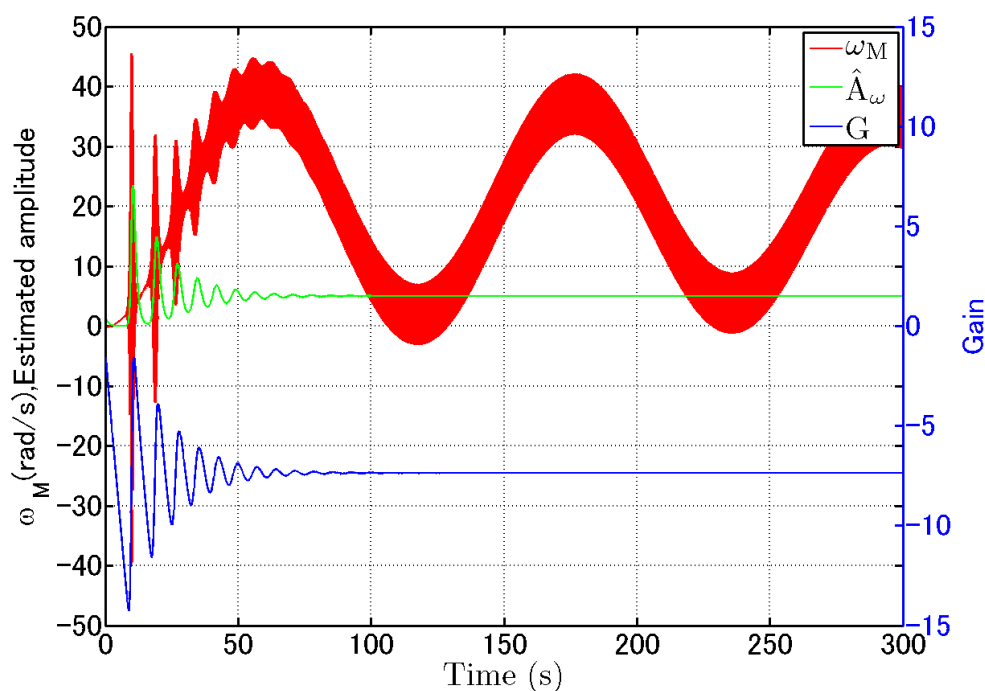


Fig. 4.6: Simulation result with $\frac{1}{s}$

$$P(s) = \frac{1}{(J_M + J_L)(s + \epsilon)} \cdot \frac{(1+r)s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.10)$$

修正後の数値シミュレーション結果を Fig. 4.7 に示す。剛体モードの減衰は $\epsilon=0.1$ と設定した。Fig. 4.7(a) の場合、ゲイン G (青線) が負の方向に増加することで、出力 ω_M (赤線) が発振を開始し、 $t=50$ s までに大きな振動を生じている。その後 ω_M の振幅および振動の推定 \hat{A}_ω (緑線) は目標振幅 $Y^*=5$ になるよう制御されており、同様にゲイン G も一定値で収束している。その際のゲイン G の収束値は-7.30 であった。また Fig. 4.7(b) に不安定な場合の数値シミュレーション結果を示す。実験時と同様に K_P に対して K_I が大きい場合、振幅は目標値回りで持続振動し、閉ループ系は不安定になることがわかる。この傾向は第3章で示した実験結果と整合している。

Case2 の数値シミュレーション結果を Fig. 4.8 に示す。図よりゲイン G が負の方向に増加しても ω_M は発振しないことがわかる。これは前節 4.2 の Fig. 4.4 で得た、システムが定常発振するゲイン G が存在しないことに整合する。

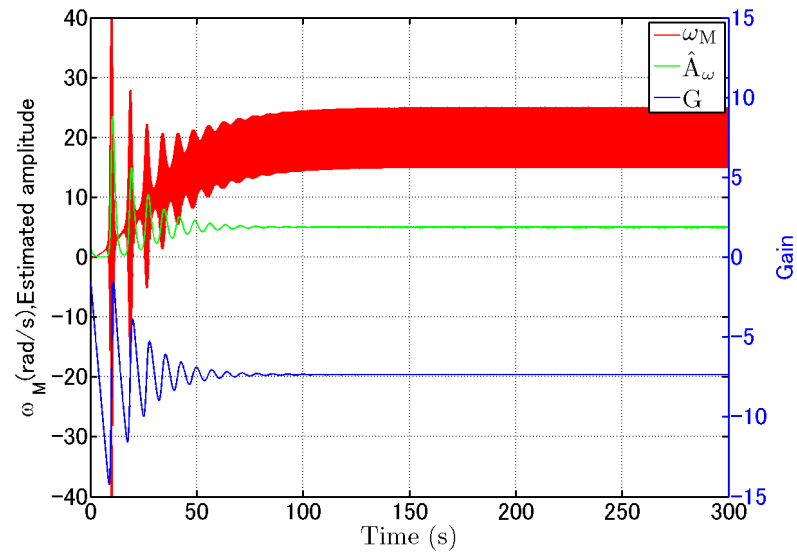
最後に Case3 の数値シミュレーション結果を Fig. 4.9 に示す。Case3 の場合は前節 4.2 で述べたようにシステムが定常発振する時変ゲインが存在し、Fig. 4.9(a) を見ても ω_M および \hat{A}_ω は目標振幅 Y^* になるよう制御されていることがわかる。この時のゲイン G の収束値は-7.18 であった。Fig. 4.9(b) に示すように、Case1 と同様に PI ゲインにより制御系の安定性が変化する現象が見られる。

使用した数値シミュレーションが理論通りに動作しているか検証を行う。具体的には、数値シミュレーションより得たゲイン G の収束値と、開ループ系の周波数応答を基に描画したナイキスト軌跡が、(-1, 0) に重なる際のゲイン G を算出し、ゲイン G の絶対値を比較した。前者の数値シミュレーションより得たゲイン G はシステムの非線形特性を考慮しているが、後者の算出したゲイン G は非線形特性を考慮していない。結果を Table 4.1 に示す。表より、Case1, Case3 とともに両者の値が定量的にほぼ一致していることがわかる。よって、非線形特性を考慮した数値シミュレーションにおいても、システムは理論通りに動作していると思われる。

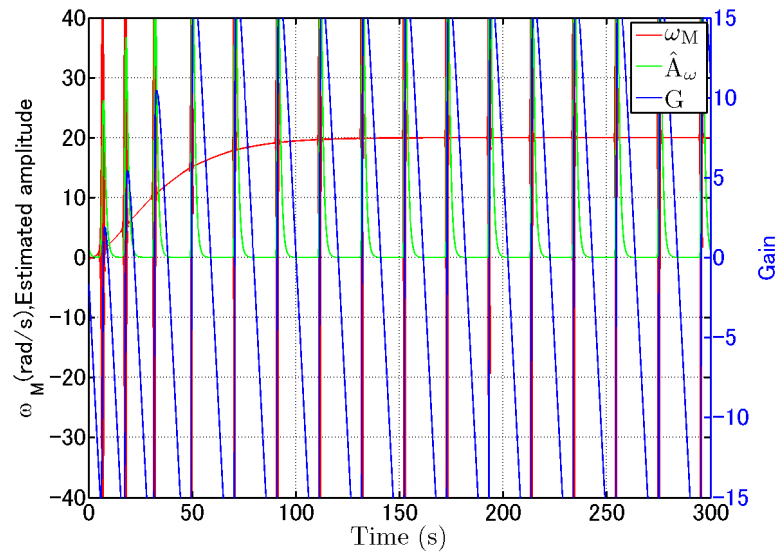
次に定常発振制御が行えた Case1 および Case3 について実験と同様に K_P , K_I および LPF のカットオフ周波数 ω_f を変え、数値シミュレーションを行い制御系の安定条件について詳細に調査した。Case1 の結果を Fig. 4.10, Case3 の結果を Fig. 4.11 に示す。安定判別については、数値シミュレーションの 290 秒から 300 秒における L_2 ノルムを求め、 L_2 ノルムが 0.6 未満となった場合を安定 (丸印)、それ以外

を不安定 (バツ印) として記載し, 黒線は $K_I = \omega_f K_P$ の直線を表している. Case1, Case3 ともに (3.1) 式で示した安定条件の関係を満たしており, $K_I = \omega_f K_P$ の直線より下側の領域で制御系が安定となることがわかる. また, 実験と同様に PI ゲインおよび LPF のカットオフ周波数に応じて, 安定/不安定の境界が変化しており, これは実験と整合する結果であるといえる.

二慣性系の物理モデル Case1 と二次振動モデルへ近似した Case3 の数値シミュレーション結果を比較したところ, ゲイン G の収束値に関しては Case1 の方が大きいことが Table 4.1 よりわかる. この原因として Case1 における回転ムラ除去用の HPF が挙げられる. 数値シミュレーションで用いた HPF のボード線図を Fig. 4.12 に示す. この図より HPF のゲインは 1 を下回っていることがわかる. この HPF によるゲインの減少分を G で補い, 開ループ系のナイキスト軌跡を $(-1, 0)$ に重ねる. したがって HPF の有無により, 両者のモデルにおいて差が生じた. ただし, Case3 においても HPF を考慮すればゲイン G の値は Case1 と定量的に一致すると考えられる. 従って定常状態での平均速度まわりに生じる振幅について, 両者の応答はほぼ同一と言える. このことから従来研究 [6, 8] で証明された Case3 の安定条件を利用して Case1 の制御系を構成することができる.



(a) Stable response with $K_P = 0.4$, $K_I = 0.3$



(b) Unstable response with $K_P = 0.4$, $K_I = 0.5$

Fig. 4.7: Time response by simulation(Case1)

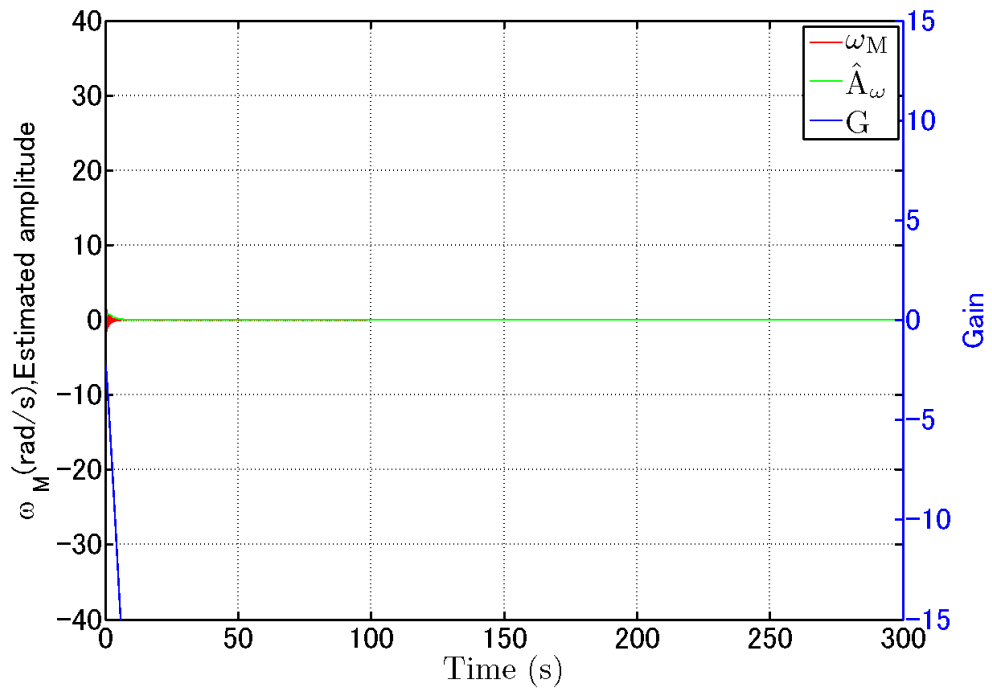
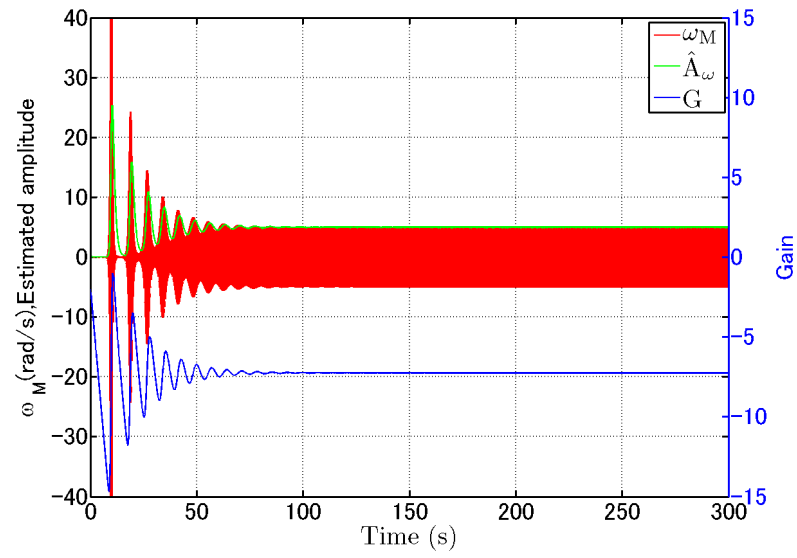
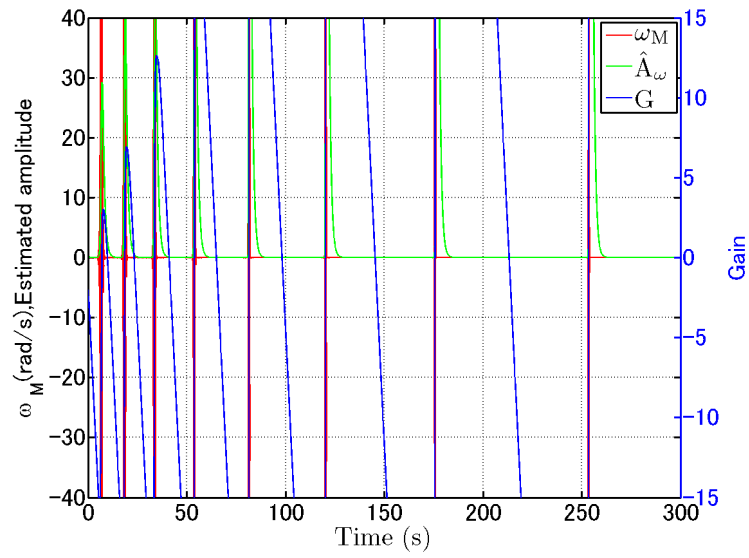


Fig. 4.8: Time response by simulation(Case2)

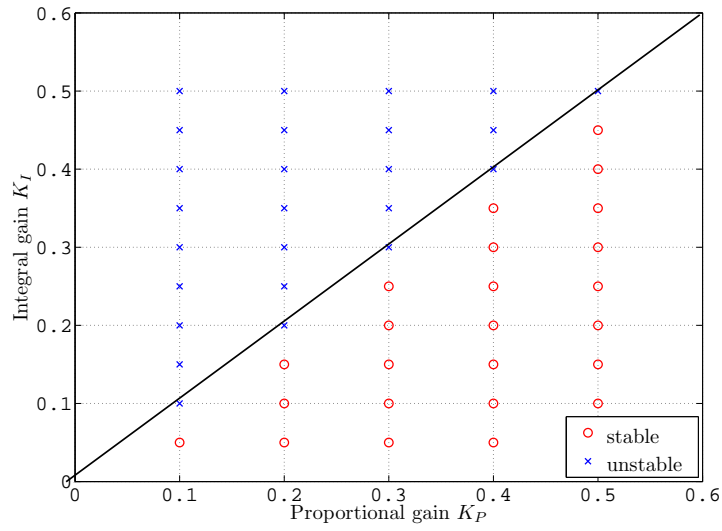


(a) Stable response with $K_P = 0.4$, $K_I = 0.3$

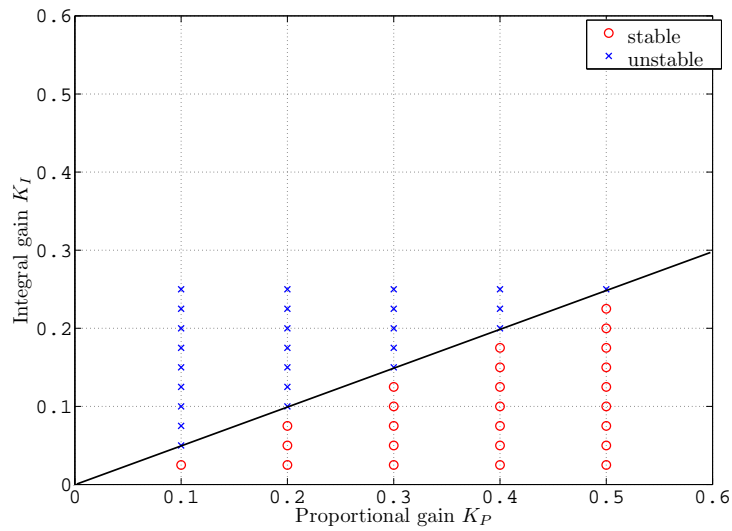


(b) Unstable response with $K_P = 0.4$, $K_I = 0.5$

Fig. 4.9: Time response by simulation(Case3)

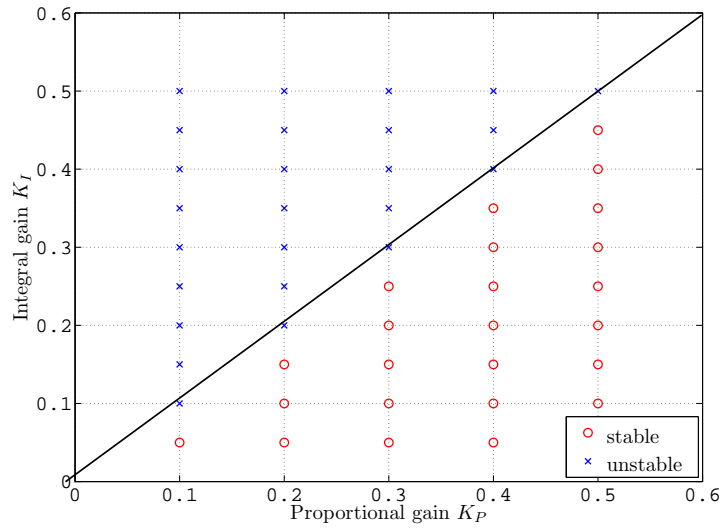


(a) $\omega_f = 1.0$ [rad/s]

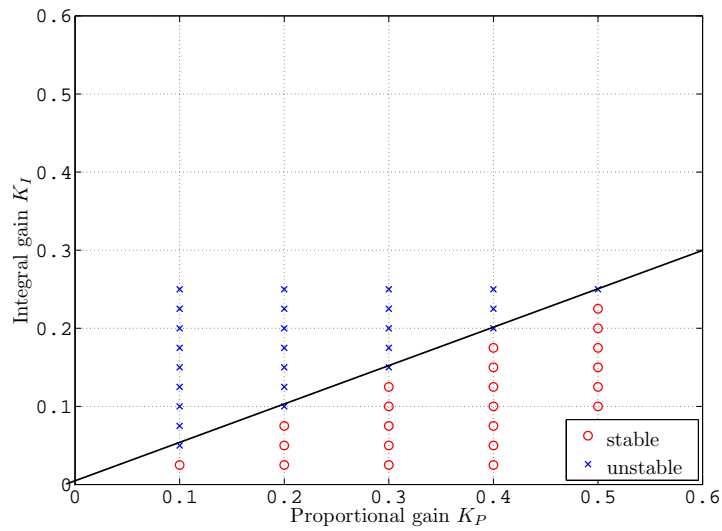


(b) $\omega_f = 0.5$ [rad/s]

Fig. 4.10: Closed-loop stability by simulation(Case1)



(a) $\omega_f = 1.0$ [rad/s]



(b) $\omega_f = 0.5$ [rad/s]

Fig. 4.11: Closed-loop stability by simulation(Case3)

Table 4.1: Comparison of G

	数値シミュレーション	計算
Case1	7.30	7.29
Case2	×	×
Case3	7.18	7.19

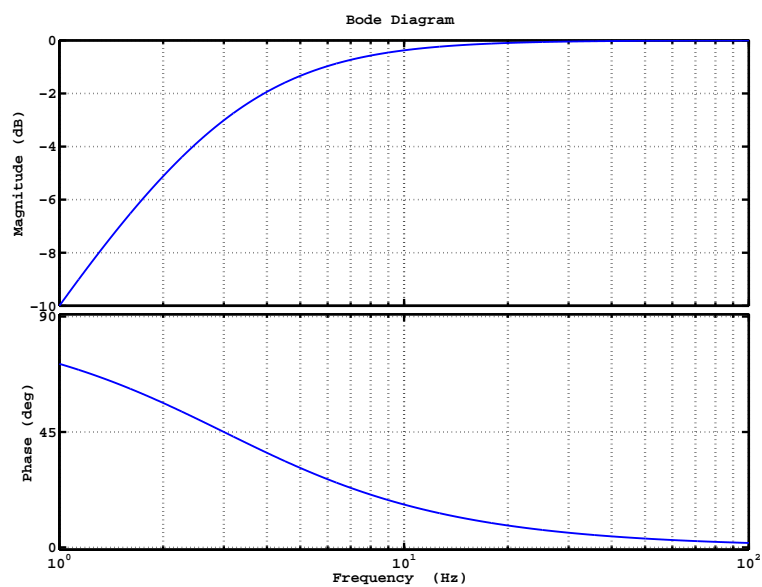


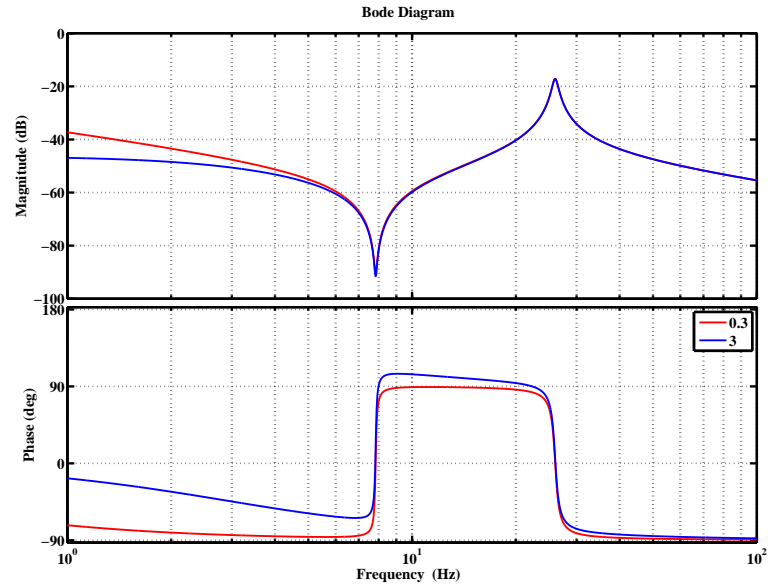
Fig. 4.12: Bode plot in HPF

第5章 共振周波数推定ツールとしての課題

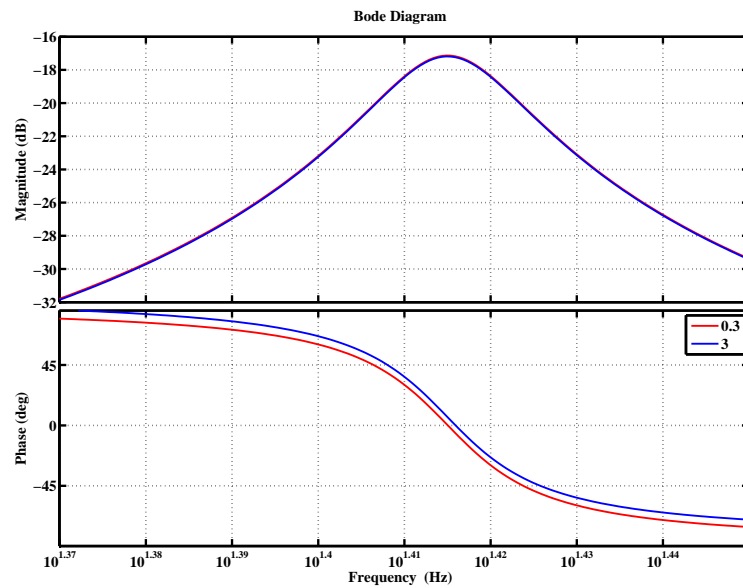
第3章でモータの回転ムラを抑制するように制御系内のHPFのカットオフ周波数を設定した。第4章でCase1のナイキスト軌跡を取得したところ、時変ゲイン G の収束値を乗じた開ループ系の軌跡において長軸の頂点から離れた箇所で $(-1,0)$ と重なった。その際の発振周波数を調査したところ、システムの共振周波数より高い周波数であった。これは推定される共振周波数が本来よりも高い周波数で推定されることを示す。本章ではシステムの開ループ系の周波数応答を用いて、推定される周波数が高くなる原因の調査を行う。

5.1 推定する共振周波数が高くなる原因の解明

この原因を調査するために、開ループ系のシステムの周波数応答を取得した。周波数応答の結果をFig. 5.1に示す。周波数応答の全体図をFig. 5.1(a)に、共振周波数付近の拡大図をFig. 5.1(b)とする。図中の赤線はHPFのカットオフ周波数を0.3Hzに設定した結果を示し、青線はカットオフ周波数を3Hzとした結果である。この応答は第4章の数値シミュレーションで用いたモデルと同一のものである。Fig. 5.1(a)より、HPFのカットオフ周波数を高く設定することで低域のゲインが低下し、位相が進んでいることがわかる。Fig. 5.1(b)にて共振周波数付近の位相線図を見ると、赤線に比べ青線が高い方向にシフトしている。それぞれの共振点（位相線図の0degに交わる点）の周波数を読み取ると赤線は26.0Hz、青線が26.1Hzであった。この結果HPFのカットオフ周波数を高く設定するに従い、システムの位相は進んでいく。これにより共振点と交わる周波数も高い方向に推移していくことが考えられる。よって回転ムラの周波数成分が高い場合は、推定される周波数と真値（システム本来の共振周波数）の差が大きくなる。



(a) Overall view



(b) Enlarged view near the resonance frequency

Fig. 5.1: Frequency response in simulation

第6章 結言

本論文では加振周波数を掃引することなく，駆動側モータの角速度を目標値一定に発振させる定常発振制御系を二慣性系に応用することで，共振周波数の推定する手法を提案した。

第3章では，第2章で示した実験装置と定常発振制御系を用いて制御実験を行い，共振周波数の推定ツールとしての妥当性・有用性を実験的に示した。具体的には，PIゲインを適切に選択することで，モータは予め設定した振幅の目標値になるように特定の周波数で発振し，その際の発振周波数は二慣性系の共振周波数と定量的にほぼ一致した。また制御系の安定条件を詳細に調査した結果，制御系の安定性はPIゲインの大小関係およびLPFのカットオフ周波数により定まることがわかった。加えて負荷側慣性を二通りに変更して実験を行い，それぞれの共振周波数が誤差3%で推定できることを示した。

第4章では，実験で得た安定条件を物理モデルに基づき検討した。二慣性系の物理モデルおよび定常発振制御系を実験時と同様に設定して数値シミュレーションを行った結果 (Case1)，実験時と同様に制御系の安定条件がPIゲインやLPFのカットオフ周波数で定まる結果が得られた。次に，制御対象の平均角速度が一定であるとして，解析のモデルを簡略化して安定性解析を行う場合（制御対象の剛体モード（積分器），制御系の平均速度用のPI補償器およびHPFをそれぞれ除去した場合）について以下の結果を得た。直列接続された剛体モードを省略した場合 (Case2)，ナイキスト軌跡を $(-1, 0)$ に重ねる時変ゲインは存在せず，数値シミュレーションでも定常発振しない（ゲインは発振する）。並列接続された剛体モードを省略した場合 (Case3) は，ナイキスト軌跡を $(-1, 0)$ に重ねる時変ゲインが存在し，制御対象の共振周波数で発振する。よってCase1とCase3の差は小さく，Case3(従来研究と同一)に対する安定条件を利用してCase1の制御系を構成できる。

第5章では，共振周波数の推定精度について検討した。本制御系ではモータの平均速度除去用および回転ムラ抑制のためにHPFを利用するが，HPFの位相進みにより，システムの発振周波数は高い方向にシフトする。よって，回転ムラの周波数成分が高い状態下でHPFのカットオフ周波数を高く設定するほど，本手法で推定される共振周波数と真値の差が大きくなることがわかった。

今後の課題としては，HPFが推定精度に与える誤差について検証し，HPFのカット周波数の設定値

を明確にすること。実験装置に取り付けられているトルクセンサを使用し、トルクの振幅を目標値一定とする定常発振制御系を構成することである。トルクの振幅を低く設定することで、システムに過大な負荷をかけることなく共振周波数の推定を行うことができる。

謝辞

本学准教授の小林泰秀先生には、本研究を進めるにあたり手厚いご指導を賜りました。ここに、謹んで深甚なる謝意を表します。

上記ならびに小林研究室の皆様におかれましては、ゼミ等を通じて多くの助言をいただきました。深く感謝の意を表し今後の皆様のご活躍をお祈り申し上げます。

参考文献

- [1] 株式会社安川電機, Σ -7 シリーズ AC サーボドライブ Σ -7S シリーズユーザーマニュアル サーボパックアナログ電圧・パルス列指令形 SIJP S800001 260
- [2] Wen-Yu Wang, An-Wen Shen : Detection and Reduction of middle-frequency resonance for industrial servo with self-tuning lowpass filter, *Journal of Control Science and Engineering*, Volume 2012, Article ID 478907, 12 pages, (2012)
- [3] Sheng-Ming Yang, Shih-Chuan Wang : The detection of resonance frequency in motion control systems, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 50, No.5, pp.3423-3427, (2014)
- [4] D.-H. Lee, J. H. Lee, J.-W. Ahn : Mechanical vibration reduction control of two-mass permanent magnet synchronous motor using adaptive notch filter with fast Fourier transform analysis, *IET Electr.Power Appl.*, Vol. 6, No.7, pp.455-461, (2012)
- [5] Yangyang Chen, Ming Yang, Jiang Long, Kun Hu, Dianguo Xu, Frede Blaabjerg : Analysis of oscillation frequency deviation in elastic coupling digital drive system and robust notch filter strategy, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 66, No.1, pp.90-101, (2019)
- [6] Yasuhide Kobayashi, Kazuaki Sakurai and Noboru Yamada: Constant energy control by time-varying gain for steady-state oscillation of thermoacoustic engines to estimate critical temperature ratio, *Proc. of American Control Conference*, 4415-4421 (2016)
- [7] 櫻井一晃, 小林泰秀, 中田匠, 山田昇; 定在波型熱音響エンジンの適応定常発振制御に基づく臨界温度比推定, *日本音響学会誌*, Vol. 73 巻, No.2 号, pp.93-99 (2017)
- [8] 小林泰秀, 櫻井一晃, 山田昇, 臨界温度比推定のために熱音響エンジンを定常発振させる時変ゲインを用いた定エネルギー制御系の安定性解析, 第 58 回自動制御連合講演会, 講演番号 2H3-3 (2015)

- [9] 永井和貴, 斎藤浄, 稲田千翔之, 小林泰秀: 振動体の振幅を目標値一定とする振動発電機のフィードバック制御; システム制御情報学会誌, Vol. 69 巻, No.8 号, pp.18-26 (2018)
- [10] 小林泰秀, 比例積分補償器の出力を時変係数とする定常共振制御系の安定性解析, システム制御情報学会論文誌, Vol. 31 巻, No.11 号, pp.385-391 (2018)

学会発表リスト (口頭発表)

(講演発表者の氏名に○印, 著者に下線を付す)

1. 第 62 回 自動制御連合講演会

”定常発振制御に基づく二慣性系における共振周波数の推定”

○田上 和叡, 小林 泰秀

開催日: 令和元年 11 月 8・9・10 日

2. 日本機械学会 北陸信越支部第 57 期総会・講演会

”二慣性系に対する定常発振制御に基づく共振周波数推定手法の実験的検証”

○田上 和叡, 小林 泰秀

開催日: 令和 2 年 3 月 8 日

3. 第 63 回 自動制御連合講演会

”二慣性系に対する定常発振制御に基づく共振周波数推定手法の安定性解析”

○田上 和叡, 小林 泰秀

開催日: 令和 2 年 11 月 21・22 日