



令和五年度  
長岡技術科学大学大学院 工学研究科  
修士課程 修士論文

# $H_\infty$ 制御系設計に基づく熱音響システム・シミュレータの開発

Development of thermoacoustic system simulator based on  $H_\infty$   
control system design

令和5年4月28日

所属 機械創造工学専攻  
氏名 信岡 佳孝  
学籍番号 19306891  
指導教員 小林泰秀 准教授

# Abstract

28th, April, 2023

Development of thermoacoustic system simulator based on  $\mathcal{H}_\infty$  control system design

No.19306891

NOBUOKA Yoshitaka

Department of Mechanical Engineering  
Nagaoka University of Technology

Thermoacoustic systems utilizing the thermoacoustic phenomena are one of means for recovering waste heat from factories and automobiles. Thermoacoustic self-excited oscillation occurs in a tube when a sufficient temperature ratio between high temperature and low temperature is applied to both ends of a device called a stack having narrow flow channels.

In a systems using this thermoacoustic self-excited oscillation, it is important for practical use of the thermoacoustic systems to estimate the pressure amplitude at the steady-state oscillation and to design a thermoacoustic systems that oscillates at a desired pressure amplitude. However, it is difficult to estimate the pressure amplitude, frequency, and other conditions during self-excited oscillation, making theoretical treatment difficult, so experimental methods are used.

The purpose of this paper is to develop a thermoacoustic system simulator that can simulate the oscillation of various thermoacoustic systems by connecting a measurement and control system that simulates a tube section to a thermoacoustic core. The final objective is to replace the tubes on both sides connected to the thermoacoustic core with a simulation system. In this paper, as a simple situation, we consider the tube section on one side as well as the thermoacoustic core section and simulate the tube section on the opposite side.

In order to reproduce combustion oscillations, a method has been proposed to construct a control system that simulates the acoustic impedance of an arbitrary tube connected to a combustion system

(we call this the conventional method.) such as a gas turbine. In this method, the control system is realized by back-calculating the frequency response of an ideal control system and approximating it in a finite dimension. However, the stability of the feedback control system against approximation errors is not guaranteed.

First, this study experimentally demonstrates that the simulated system may become unstable when the control system is designed using the conventional method by simulating a tube section of infinite length (non-reflecting tube). Next, in the measurement and control system for evaluating the frequency response of the simulated system, we show that the  $\mathcal{H}_\infty$  control system design that minimizes the  $\mathcal{H}_\infty$  norm of the input/output from the driving signal of the evaluation loudspeaker to the pressure component of the weighted reflected traveling wave can construct a robust simulated system against modeling error. Next, a control system simulating a finite-length with closed end faces was constructed using the proposed method, and it was experimentally shown that vibration occurred when the thermoacoustic core was connected to an actual thermoacoustic engine and stopped when a non-reflective tube was simulated.

# 目次

第1章 緒言	7
第2章 実験装置	10
2.1 実験装置の構成	10
2.2 構成装置	15
2.3 2センサ法による二方向の進行波圧力成分の算出	20
2.4 自励発振実験	22
第3章 補償器設計	23
3.1 従来法：理想的な補償器の周波数応答を有限次元近似する方法	23
3.2 提案法： $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計に基づく手法	29
3.2.1 $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計問題への帰着	29
3.2.2 補償器設計	31
第4章 実験結果	37
4.1 模擬管路部の周波数応答実験	37
4.2 熱音響システム・シミュレータの制御実験	39
第5章 結言	43
参考文献	44

# 目 次

2.1	Thermoacoustic engine . . . . .	11
2.2	Thermoacoustic system simulator . . . . .	12
2.3	Apparatus for mesuring frequency response of tube section . . . . .	13
2.4	Apparatus for mesuring frequency response of simulated tube section . . . . .	14
2.5	Thermoacoustic core . . . . .	17
2.6	Stack . . . . .	17
2.7	Thermo controller . . . . .	18
2.8	Chiller . . . . .	19
2.9	Thermo meter . . . . .	19
2.10	Measuring section in two-sensor method . . . . .	21
2.11	Time response of pressuer for experimental apparatus 1 . . . . .	22
3.1	Frequency response of experimental apparatus 4 (from $\tilde{A}_2$ to $\tilde{B}_2$ ) . . . . .	25
3.2	Frequency response of experimental apparatus 4 (from $w$ to $\tilde{B}_2$ ) . . . . .	26
3.3	Frequency response of controller . . . . .	27
3.4	Time response of pressure for existing method . . . . .	28
3.5	Feedback control system . . . . .	29
3.6	Frequency response of tube for experimental apparatus 3 . . . . .	32
3.7	Frequency response of nominal plant for case 1 experiment (blue dotted curve) and approximated nominal plant (red curve) . . . . .	33
3.8	Gain characteristic of additive uncertainty (blue dotted curve) and constant weight (red curve) for case 1 . . . . .	34
3.9	Controller synthesis result for case 1 . . . . .	34

3.10	Frequency response of nominal plant for case 2 experiment (blue dotted curve) and approximated nominal plant (red curve) . . . . .	35
3.11	Gain characteristic of additive uncertainty (blue dotted curve) and constant weight (red curve) for case 2 . . . . .	36
3.12	Controller synthesis result for case 2 . . . . .	36
4.1	Comparison of frequency responses (from $\tilde{A}_2$ to $\tilde{B}_2$ ) . . . . .	38
4.2	Time response of pressure for without control . . . . .	39
4.3	Time response of pressure for with control (case 1) . . . . .	40
4.4	Time response of pressure for with control (case 2) . . . . .	42

# 表 目 次

2.1 Experimental instruments . . . . .	16
--	----



# 第1章 緒言

工場や自動車の廃熱を有効利用する方法として熱音響システムが注目されている。熱音響システムとは、中空の管にスタックと呼ばれる細い空洞をたくさん持つデバイスを挿入してスタックの両端に十分な温度差を与えることで管内に音波を発生させ、それを動力として得る外燃機関である。熱音響コア(スタック、高温側及び低温側熱交換器から構成される)と単純な管で構成される熱音響エンジンは、ピストンや回転軸などの機械的な可動部を持たないため、一般的な内燃機関と比較して部品点数が少なく組立およびメンテナンスが容易であるという利点がある [1]。

熱音響自励発振の可否、発振時の周波数と圧力振幅、許容する音響負荷などを推定したい需要がある。しかし、自励発振時の圧力振幅や周波数などの条件を推定することは難しく、理論的な取り扱いが困難であり、実験的手法が用いられる。熱音響システムを熱音響コアを含む部分とそれ以外の部分に分割し、それぞれの周波数応答を基にシステム全体の発振時の周波数や温度比を推定できることが示されている [2]。熱交換器の温度をパラメータとして熱音響コアの周波数応答計測を行うことで、発振の可否と発振周波数を推定することができる [3, 4]。さらに、定在波型システムに対して、熱音響コア部をコアの一方に出入りする進行波圧力成分に関する1入出力系とみなした上で、圧力振幅を目標値一定とする定常発振制御に基づいて熱音響コアの圧力振幅に関する振幅依存性を含めて周波数特性を取得し、ナイキストの安定判別に基づいて発振時の圧力振幅も推定できることが示されている [5, 6]。ループ管進行波型熱音響システムや電力フィードバック進行波型熱音響発電機 [7] など、熱音響コアの高温側熱交換器を經由してコア外部に放射された音響パワーが低温側熱交換器を經由してコア内部に入射される進行波型熱音響システムの発振状況を推定する場合には、熱音響コアを2入出力系と捉えた動特性の計測が必要となるが、この場合についても、熱音響コアの片側に無反射の管路を接続することで一方の入力の振幅を0とし、他方の振幅を定常発振制御することで発振時の周波数と圧力振幅を推定する手法が提案されている [8]。しかしながら、十分な推定精度を得るためには解析対象となる実際のシステムにおけるコアの周波数特性を、熱交換器の温度及びコア両側の圧力振幅をパラメータとし、かつ十分な精度で事前に取得しておく必要があるため、そのような計測が常に容易であるとは限らない。

一方、熱音響コアの実物が既に利用できる場合でも、所望の圧力振幅や発振周波数、負荷に対するロバスト性などを実現するために様々な管路部の実物を用いて発振実験を行うことは手間がかかり容易であるとは限らない。これに対して、管路部を能動的に模擬するシステムを熱音響コアに接続すれば、熱音響コアは模擬システムに応じた動作を再現するため、比較的容易に発振状況を推定しつつ所望の熱音響システムを構成できると考えられる。このような手法は、燃焼器の燃焼振動を推定・予測するために用いられており、模擬管路部の音響インピーダンスを能動的に制御する手法が提案されている [9] が、熱音響システムのように、コアの両側の音響インピーダンスを能動的に制御した報告は著者の知る限り無い。

本論文の最終目的は、熱音響コアに管路部を模擬する計測制御系を接続することで、様々な熱音響システムの発振状況を擬似的に再現する熱音響システム・シミュレータを開発することである。

最終的には熱音響コアに接続される両側の管路を模擬系に置き換えることが目的になるが、本論文では簡単な状況として片側の管路部も含めて熱音響コア部とし、反対側の管路部を模擬することを考える。また、発振時の周波数を予測対象とし、圧力振幅の推定精度は問わないものとする。(この推定まで実施する場合は熱音響コア部に比べて少ないとは言え管路部に存在する振幅依存性を再現する制御系を構成する必要があるが、本研究では振幅依存性は無視する)。

燃焼振動の再現を目的として、ガスタービンなどの燃焼系に連結される任意の管路の音響インピーダンスを模擬する制御系の構成手法が提案されている(従来法と呼ぶ) [9]。この手法ではまず理想的な制御系の周波数応答を逆算し、次にそれを有限次元近似することで制御系が実装される。しかし、近似誤差に対するフィードバック制御系の安定性は保証されていない。同文献には安定動作する実験結果も示されているが、制御系の安定性を保証するための手法については示されていない。

本研究ではまず、無限長の管路部(無反射管)を模擬対象とし、従来手法を用いて制御系設計を行うと模擬システムが不安定になる場合があることを実験的に示す。次に、模擬システムの周波数応答を評価する計測制御系において、評価用スピーカの駆動信号から(重み付けされた)反射波の進行波圧力成分までの入出力に関する  $H_\infty$  ノルムを最小化する  $H_\infty$  制御系設計を行うと、モデル化誤差に対してロバストな模擬システムが構成できることを示す。次に、端面が閉じられた有限長の管路部を模擬する制御系を提案手法により構成し、熱音響コアに接続すると実際の熱音響エンジンで発振が生じること、無反射管を模擬すると発振が停止することを実験的に示す。

本論文の構成は次の通りである。まず第2章において、本論文で使用する実験装置について説明する。特に本論文で進行波圧力成分を計測するために重要な2センサ法に基づく計測系の構成および圧力セン

サの校正などについて述べる。次に第3章において、まず、燃焼振動における管路部の音響インピーダンスを能動的に模擬する制御系の構成法（従来手法）を用いて実際に制御系を構成し、フィードバック制御系の動作が必ずしも保証されないことを実験的に示す。次に、本論文で提案する  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計に基づいて管路部の模擬制御系が構成できることを示す。第4章において、提案する  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計に基づいて設計した補償器を用いた熱音響システム・シミュレータで模擬管路部に依存して発振状況が変化することを実験的に示す。最後に第5章で本論文の結言を述べる。

## 第2章 実験装置

### 2.1 実験装置の構成

ここでは本論文で用いる4種類の実験装置について説明する。

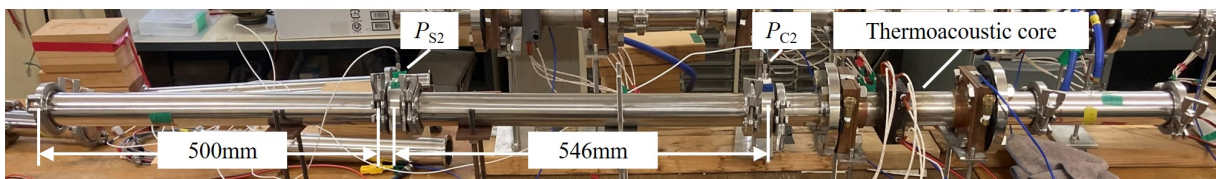
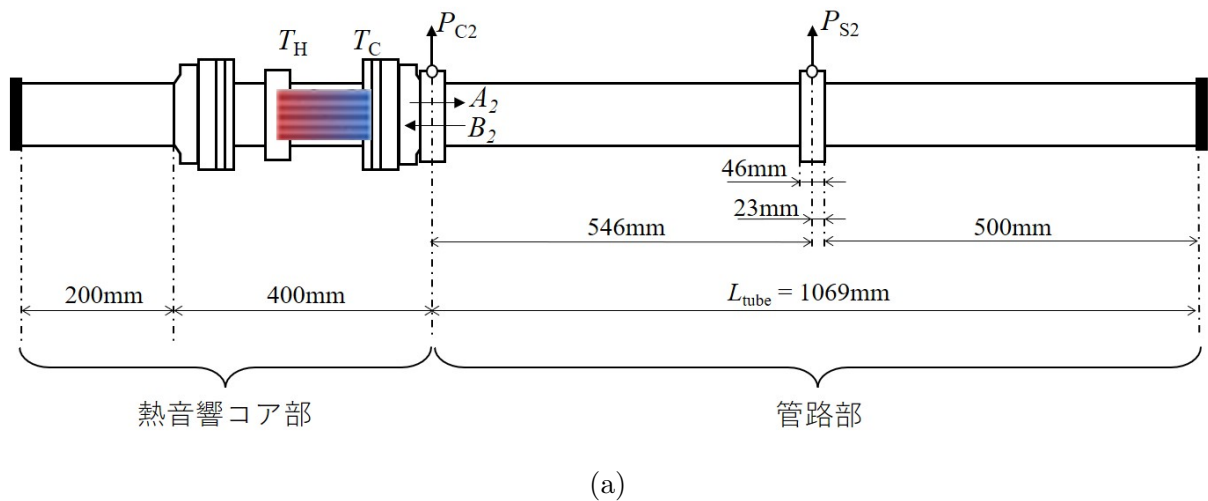
まず、熱音響システムの実例として使用する両端が閉端の定在波型熱音響エンジン（実験装置1）。次に実験装置1における熱音響コアの動作を実際の管路部を用いることなく再現するために管路部をその模擬系に置き換えた熱音響システム・シミュレータ（実験装置2）。そしてこれら2つの装置に対して、模擬管路部を構成するための周波数応答計測系およびその評価を行うために熱音響コア部をスピーカに変更した装置（実験装置3、4）である。具体的な装置構成は以下の通りである。

## 実験装置 1

実験装置 1 の構成と外観を Fig. 2.1 に示す。熱音響システムの実例として使用する両端が閉端の定在波型熱音響エンジンである。コアの  $T_H$  側に端面が閉じられた 200 mm の管が接続された熱音響コア部と 2つの圧力センサを 500 mm の管路でつないだ進行波圧力計測部に端面が閉じられた 500 mm の管路が接続された管路部から構成されている。

圧力センサの治具 1 個分の厚みが 46 mm であることと、コア部と管路部の境界を圧力センサ  $P_{C2}$  の位置とすることから管路部の全長は  $L_{\text{tube}} = 46 + 500 + 23 + 500 = 1069$  mm となる。

また、自励発振時と周波数応答実験時の計測状況を共通とするためにすべての装置構成で進行波圧力計測部は同一のものを使用する。



(b) appearance

Fig. 2.1: Thermoacoustic engine

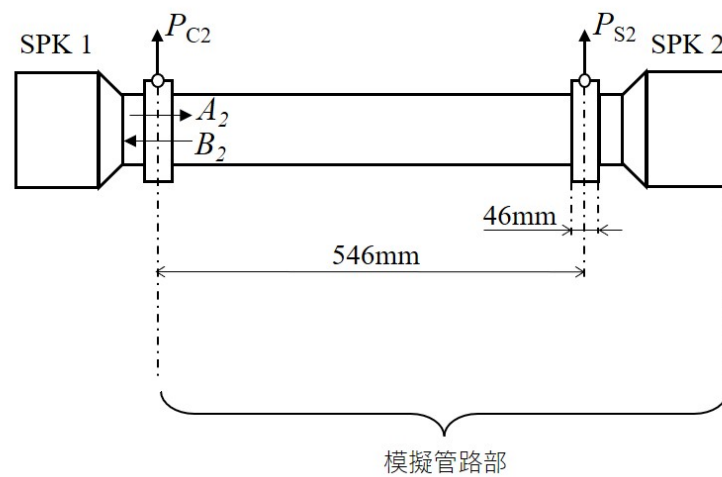




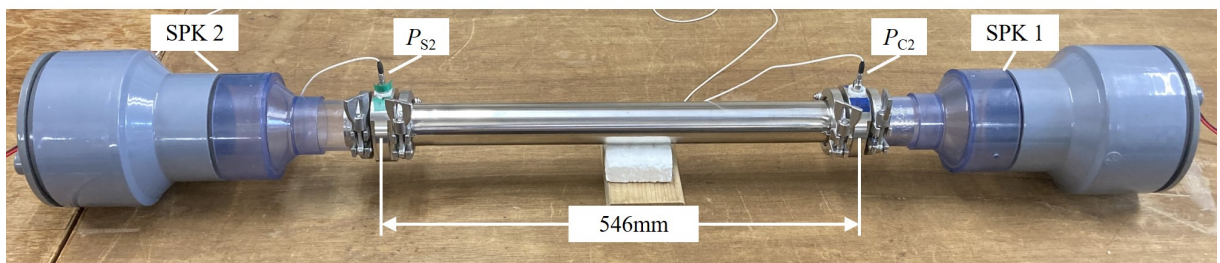
#### 実験装置 4

実験装置 4 の構成と外観を Fig. 2.4 に示す。実験装置 2 の熱音響コア部をスピーカ (SPK1) に置き換えたものであり、模擬管路部の周波数応答計測系である。

この装置を用いて以降の補償器設計で必要となる各種周波数応答の取得や設計した補償器の性能評価を行う。実験結果は以降 3、4 章に記載する。



(a)



(b) appearance

Fig. 2.4: Apparatus for measuring frequency response of simulated tube section



## 2.2 構成装置

機器の仕様を Table 2.1、熱音響コアの外観を Fig. 2.5、スタックの外観を Fig. 2.6、サーモコントローラの外観を Fig. 2.7、チラーの外観を Fig. 2.8、サーモメータの外観を Fig. 2.9 に示す。コアの全長は 400 mm で、厚み 0.1 mm のステンレス管、直径 50 mm ・長さ 55 mm で約 1 mm の細管流路を持つハニカムセラミック製のスタック、中央の高温側熱交換器、その両側の低温側熱交換器から構成される。高温側熱交換器は隙間 1 mm、幅 10 mm のフィンを持つ銅製の正方形ブロックで、4 辺に挿入された 4 本のカートリッジヒータで加熱されサーモコントローラによって任意の温度に調整される。低温側熱交換器は隙間 1 mm、幅 5 mm のフィンを持つ銅製の正方形ブロックで、チラーにより冷却した水を循環させることで冷却される。ここで左側の低温側熱交換器はスタックの左端の冷却用、右側の低温側熱交換器はステンレス管の保護用である。熱交換器の表面温度  $T_H$  と  $T_C$  は熱電対によって測定され、高温側温度  $T_H$  はサーモコントローラの温度表示、低温側温度  $T_C$  はサーモメータより確認する。

Table 2.1: Experimental instruments

Stack	NGK INSULATORS honeycomb ceramic 600 cpi
Loudspeaker	FOSTEX FW108N
Power amplifier	YAMAHA P1000S
PC	Dell PowerEdge840 (RTAI3.6.1/Linux kernel 2.6.20.21)
A/D	CONTEC AD12-16(PCI) (12bit, $\pm 5$ V, $10 \mu$ s)
D/A	CONTEC DA12-4(PCI) (12bit, $\pm 5$ V, $10 \mu$ s)
Thermometer	ANRITSU HPD-2234
Heater	HAKKO HLE1201 (100W) $\times$ 4
Thermo controller	HAKKO DGC2310
Pressure sens.	PCB 106B51 (amp.:482C05)
Oscilloscope	LeCroy W wave Jet 324A (200 MHz)
Chiller	EYELA NCC-1110

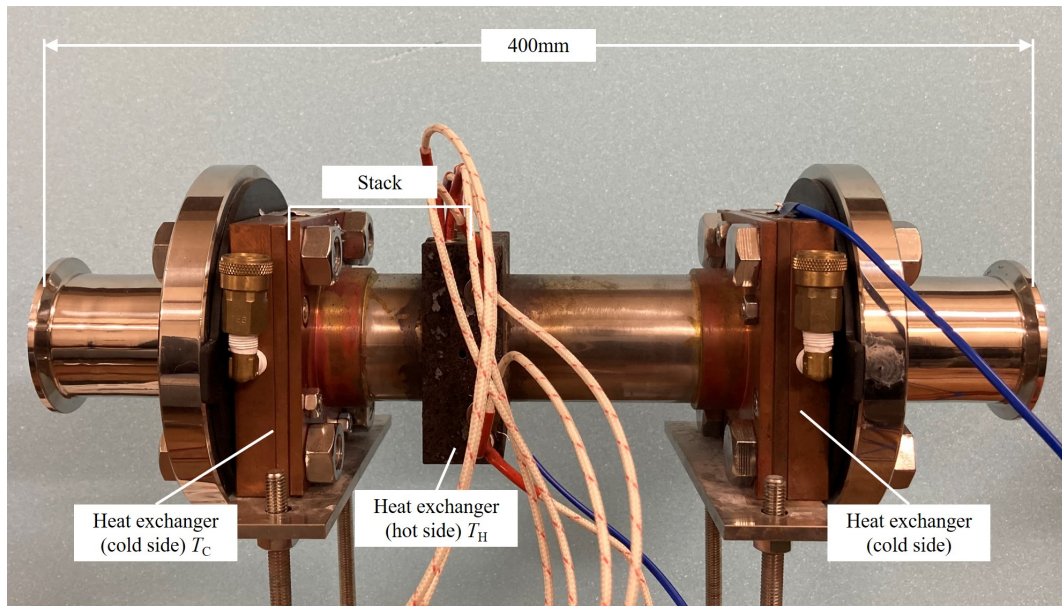


Fig. 2.5: Thermoacoustic core



Fig. 2.6: Stack



Fig. 2.7: Thermo controller



Fig. 2.8: Chiller



Fig. 2.9: Thermo meter

## 2.3 2 センサ法による二方向の進行波圧力成分の算出

2 センサ法の測定部の概略図を Fig. 2.10 に示す。距離  $l_s$  だけ離れて設置された2つの圧力センサ  $P_{c2}$ ,  $P_{s2}$  の出力をそれぞれ  $p_{c2}(t)$ ,  $p_{s2}(t)$  と表し、さらに複素振幅を  $\tilde{p}_{c2}$ ,  $\tilde{p}_{s2}$  と表す。すなわち、

$$p_{c2}(t) = \text{Re}\{\tilde{p}_{c2}e^{j\omega t}\}, \quad p_{s2}(t) = \text{Re}\{\tilde{p}_{s2}e^{j\omega t}\} \quad (2.1)$$

である。このとき、圧力センサ  $P_{c2}$  の位置における進行波圧力成分の複素振幅  $\tilde{A}_2$ ,  $\tilde{B}_2$  はそれぞれ以下で与えられる [10]。

$$\tilde{A}_2 = \frac{-e^{jk\Delta l}\tilde{p}_{s2} + e^{jk(l_s+\Delta l)}\tilde{p}_{c2}}{2j \sin kl_s}, \quad \tilde{B}_2 = \frac{e^{-jk\Delta l}\tilde{p}_{s2} - e^{-jk(l_s+\Delta l)}\tilde{p}_{c2}}{2j \sin kl_s} \quad (2.2)$$

本論文では前述した通り、コア部と管路部の境界を圧力センサ  $P_{c2}$  の位置とするため、 $\Delta l = 0$ 、すなわち

$$\tilde{A}_2 = \frac{-\tilde{p}_{s2} + e^{jkl_s}\tilde{p}_{c2}}{2j \sin kl_s}, \quad \tilde{B}_2 = \frac{\tilde{p}_{s2} - e^{-jkl_s}\tilde{p}_{c2}}{2j \sin kl_s} \quad (2.3)$$

である。さらに、むだ時間のフィードバック結合で表現するために分母分子に  $e^{-jkl_s}$  を乗じた表現

$$\tilde{A}_2 = \frac{-e^{-jkl_s}\tilde{p}_{s2} + \tilde{p}_{c2}}{1 - e^{-jk2l_s}}, \quad \tilde{B}_2 = \frac{e^{-jkl_s}\tilde{p}_{s2} - e^{-jk2l_s}\tilde{p}_{c2}}{1 - e^{-jk2l_s}} \quad (2.4)$$

も用いる。ここで  $e^{-jk2l_s} = e^{-j\omega \frac{2l_s}{c_0}}$  より、分母が周期  $\frac{2l_s}{c_0}$  (s) の繰り返し補償器に対応することに注意されたい。繰り返し補償器を除いた進行波圧力成分を  $\tilde{A}'_2$ ,  $\tilde{B}'_2$  とすると、

$$\tilde{A}'_2 := -e^{-jkl_s}\tilde{p}_{s2} + \tilde{p}_{c2}, \quad \tilde{B}'_2 := e^{-jkl_s}\tilde{p}_{s2} - e^{-jk2l_s}\tilde{p}_{c2} \quad (2.5)$$

$$\tilde{A}_2 = \tilde{A}'_2 \frac{1}{1 - e^{-jk2l_s}}, \quad \tilde{B}_2 = \tilde{B}'_2 \frac{1}{1 - e^{-jk2l_s}} \quad (2.6)$$

である。 $\frac{\tilde{B}_2}{\tilde{A}_2} = \frac{\tilde{B}'_2}{\tilde{A}'_2}$  が成り立つことから、後の  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計では  $\tilde{A}_2$ ,  $\tilde{B}_2$  の代わりに  $\tilde{A}'_2$ ,  $\tilde{B}'_2$  (重み付けされた進行波圧力成分) を用いた制御系設計問題を考える。

なお、(2.3) 式の分母が 0 となる周波数  $f_n$  ( $n$  は正数)

$$kl_s = \frac{\omega}{c_0}l_s = \frac{2\pi f}{c_0}l_s = \pi n \quad \Leftrightarrow \quad f = \frac{c_0 n}{2l_s} \quad (2.7)$$

は、距離  $l_s$  離れて設置された 2 センサで分離・検出することができない進行波圧力成分に相当する。本実験では、約 320 Hz, 630 Hz ... となる。

また、センサを 1 つだけ用いた場合と同等以上の振幅の出力が得られる 2 センサ法の周波数帯域は

$$[f_0, 5f_0] \quad f_0 := \frac{c_0}{12l_s} \quad (2.8)$$

で与えられる [11]。本実験では  $f_0 \simeq 50$  Hz より、50 ~ 250 Hz となる。

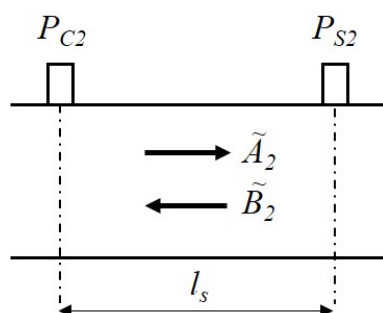


Fig. 2.10: Measuring section in two-sensor method

## 2.4 自励発振実験

推定対象となる実験装置1の熱音響システムの発振状況を確認するために自励発振実験を行った。結果を Fig. 2.11 に示す。 $T_C = 10.0\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_H = 267\text{ }^\circ\text{C}$  で発振した。Fig. 2.11 より 0.1 s 間で約 10.5 周期であることから発振周波数は 105 Hz, 振幅は約 800 Pa であった。

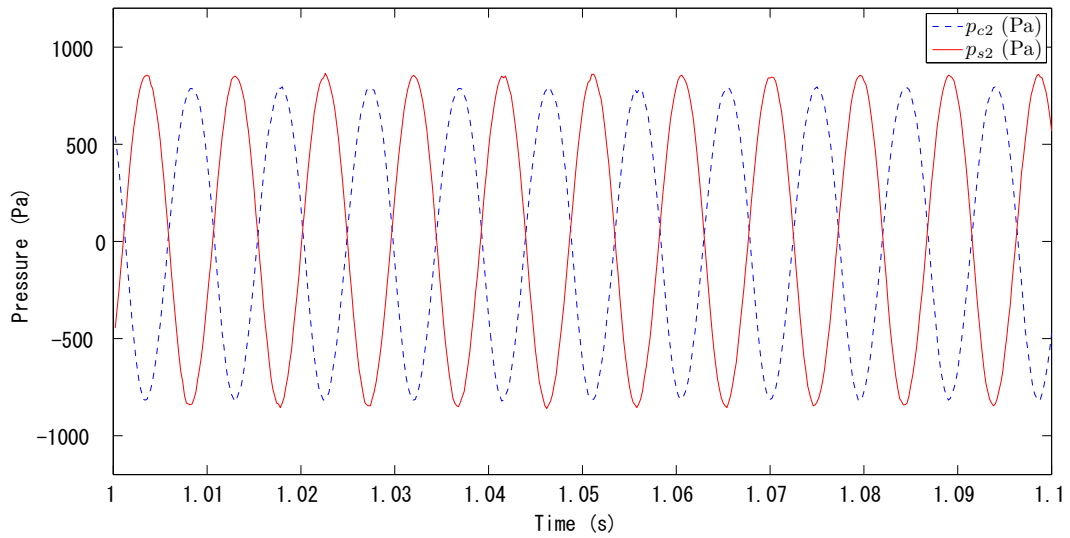


Fig. 2.11: Time response of pressuer for experimental apparatus 1



## 第3章 補償器設計

本章では模擬管路部を用いて音響インピーダンスを制御する方法を解説したのち、コントローラの設計を行う。

### 3.1 従来法：理想的な補償器の周波数応答を有限次元近似する方法

文献 [9] の方法（従来手法）を用いて、模擬管路における  $\tilde{A}_2$  から  $\tilde{B}_2$  までの周波数応答を目標とする周波数応答  $R_{cl}$  に近づける補償器の設計手順について述べる。ただし本節では簡単のため、 $R_{cl} = 0$ （無限長管路で反射が生じない、 $\tilde{B}_2 = 0$ ）の場合を考える（以下に述べるように、結果的にこの簡単な場合について、フィードバック制御系が不安定になる問題が生じたため、熱音響エンジンにおける管路部を  $R_{cl}$  として設計することは省略する）。

本手法ではまず、実験装置 4 の模擬管路の周波数応答計測系を用いて SPK1, SPK2 を交互に動作させることで 2 つの周波数応答  $R_{ol}$ （補償器無し、開ループ系における  $\tilde{A}_2$  から  $\tilde{B}_2$  までの周波数応答）と  $H$ （SPK2 の駆動信号  $w$  から  $\tilde{B}_2$  までの周波数応答）を取得する。次に、これらを用いて、 $\tilde{A}_2$  から  $\tilde{B}_2$  の周波数応答を 0 とする補償器  $\hat{K}$  を逆算する。最後にその周波数応答を有限次元近似することで、実装可能な補償器を得る。具体的には、以下の通りである。

### 1. $R_{ol}$ および $H$ に対する周波数応答実験

SPK1 の駆動信号  $w$ , SPK2 の駆動信号  $u$  から 2 つの圧力センサの出力信号  $p_{c2}$ ,  $p_{s2}$  までの周波数応答実験を行う。

### 2. $R_{ol}$ , $H$ の周波数応答の算出

2 センサ法を用いて、上記で得た  $w$ ,  $u$  から  $p_{c2}$ ,  $p_{s2}$  までの周波数応答を、 $w$ ,  $u$  から  $\tilde{A}_2$ ,  $\tilde{B}_2$  までの周波数応答に変換する。ただし、(上記周波数応答実験において  $w$ ,  $u$  は振幅一定かつ共通の振幅としているため) これらの周波数応答を改めて  $\tilde{A}_2^w$ ,  $\tilde{B}_2^u$  と表記する。

すると、 $R_{ol}$ ,  $H$  の周波数応答が次式で求まる。

$$R_{ol} = \frac{\tilde{B}_2^w}{\tilde{A}_2^w}, \quad H = \tilde{B}_2^u - R_{ol}\tilde{A}_2^u \quad (3.1)$$

周波数応答実験の結果と式 (3.1) から求めた  $R_{ol}$ ,  $H$  を Fig. 3.1, Fig. 3.2 に示す。

### 3. 望ましい補償器の周波数応答 $\hat{K}$ を求める

$$\hat{K} := -\frac{R_{ol}}{H} \cdot \frac{1}{1 - 0.9e^{-jk2l_s}} \quad (3.2)$$

ここで、 $k$  は波数、 $l_s$  は圧力センサ間距離で、0.9 は繰り返し補償器を安定化するために導入した 1 未満の正数である (もともとは 1。その場合も以下と同様に発振する結果となる)。

### 4. $\hat{K}$ を有限次元近似する

本論文では Matlab invfreqs 関数を用いて、有限次元近似を行った。結果を Fig. 3.3 に示す。青線が式 (3.2) で算出した望ましい補償器の周波数応答  $\hat{K}$ 、赤線が  $\hat{K}$  を 15 次近似したものである。40 ~ 200 Hz の周波数帯域でよく近似できている。

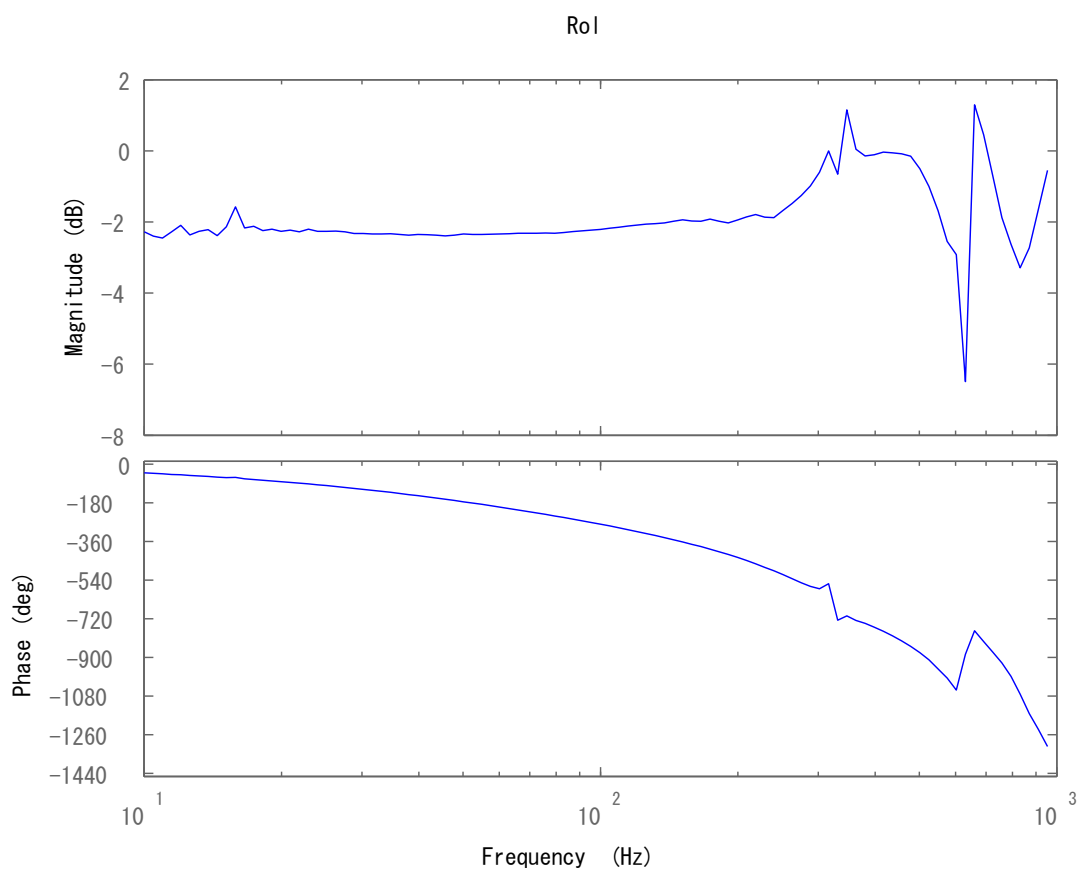


Fig. 3.1: Frequency response of experimental apparatus 4 (from  $\tilde{A}_2$  to  $\tilde{B}_2$ )

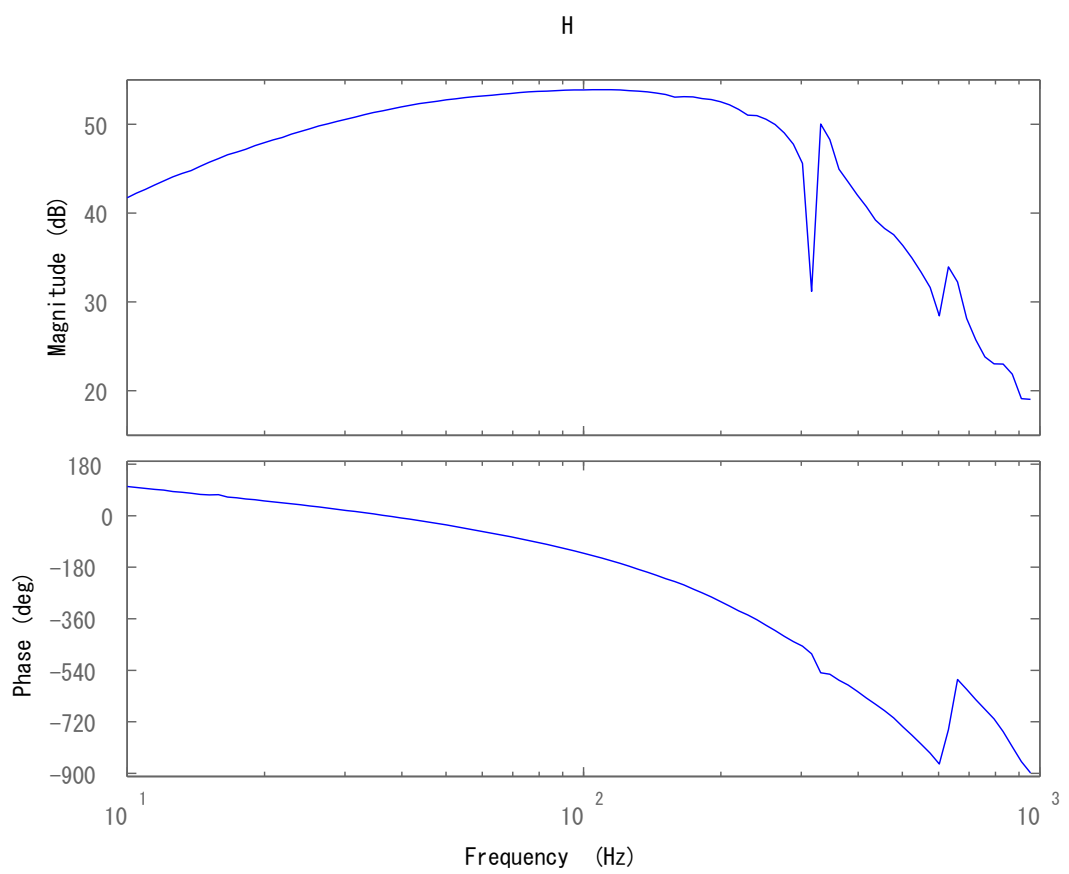


Fig. 3.2: Frequency response of experimental apparatus 4 (from  $w$  to  $\tilde{B}_2$ )

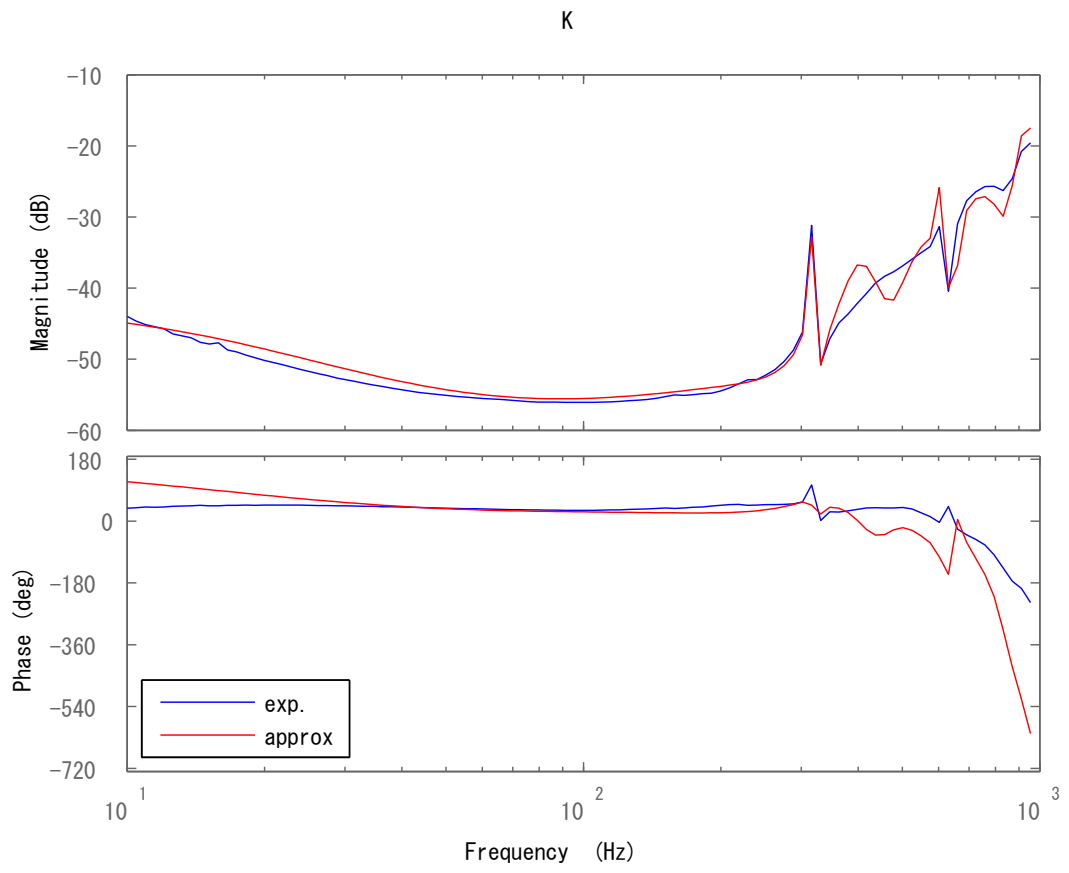
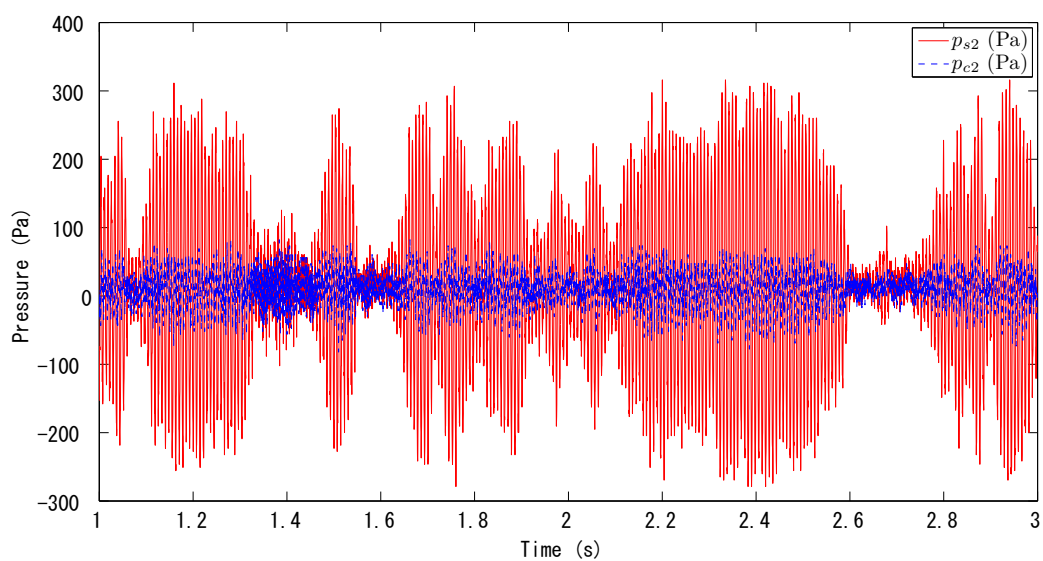
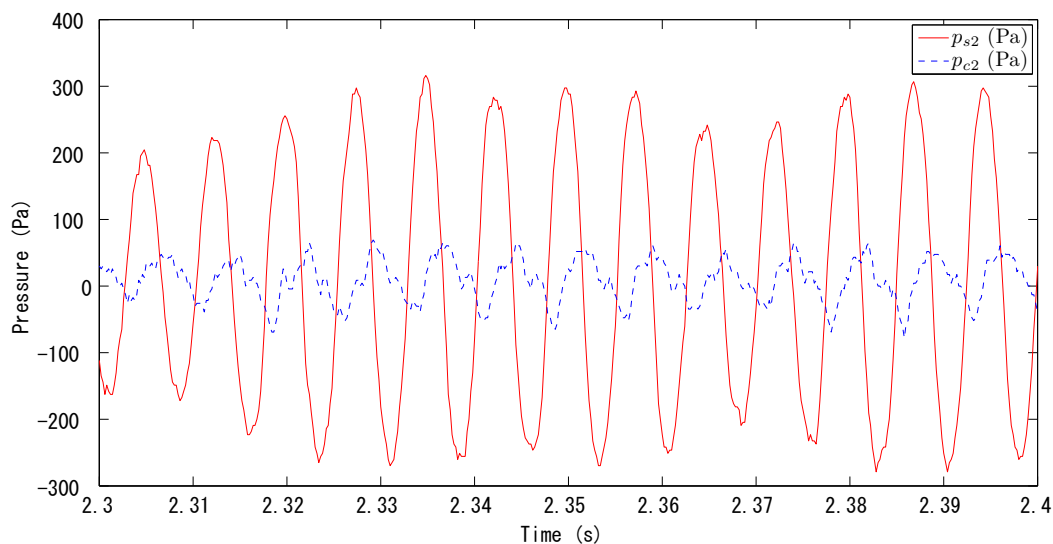


Fig. 3.3: Frequency response of controller

設計した補償器のフィードバック制御系の安定動作を確認するため、SPK1 を加振させずに補償器を動作させた際の圧力センサ出力の時間応答波形を Fig. 3.4 に示す。図 (a) より制御系が発振していることがわかる。最も大きな振幅が見られた 2.3 秒付近の拡大図を (b) に示す。 $p_{s2}$  の時間応答を見ると、0.1 秒で約 14 周期、約 140 Hz で発振していることがわかる。本来管路部のみでは発振しないはずであるが、発振していることから設計した補償器が不安定だということがわかる。



(a)



(b) magnified view

Fig. 3.4: Time response of pressure for existing method

### 3.2 提案法： $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計に基づく手法

近似誤差に対する閉ループ系の安定性を保証するために本論文では、 $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計に帰着させて補償器設計を行う手法を提案する。前節の従来手法では、閉ループ系の周波数応答を  $R_{cl}$  とするよう逆算された補償器には閉ループ系の安定性の保証が無い。これに対して本節では、閉ループ系の周波数応答が  $R_{cl}$  に一致することは一旦諦め、閉ループ系の安定性を確保した上で、閉ループ系の周波数応答の  $R_{cl}$  からのずれを最小化する補償器設計を行うことを考える。具体的には、以下の通りである。

#### 3.2.1 $\mathcal{H}_\infty$ 制御系設計問題への帰着

$\tilde{A}_2$  から  $\tilde{B}_2$  までの閉ループ系の模擬管路部の周波数応答を  $R_{cl}$  に近づけることは、次式と等価である。

$$z := \tilde{B}_2 - R_{cl}\tilde{A}_2 \rightarrow 0 \quad (3.3)$$

そこで本論文では、SPK1 の駆動信号  $w$  から評価出力  $z$  までの  $\mathcal{H}_\infty$  ノルムを最小化する  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計問題に帰着させて補償器設計を行う。すなわち、Fig. 3.5 の閉ループを安定化し、かつ、 $w$  から  $z$  までの閉ループ系の  $\mathcal{H}_\infty$  ノルムを最小化する補償器  $\hat{K}$  を求める問題である。ここで、

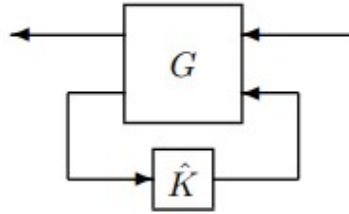


Fig. 3.5: Feedback control system

$$G := \begin{bmatrix} 1 & -R_{cl} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e^{-s\tau} & 1 \\ 1 & -e^{-s\tau} \end{bmatrix} G_p \quad (3.4)$$

である。 $G_p$  は  $w, u$  から  $p_{c2}, p_{s2}$  までのシステム

$$\begin{bmatrix} p_{c2} \\ p_{s2} \end{bmatrix} = G_p \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

である。また、重み付けされた進行波圧力成分  $\tilde{A}_2, \tilde{B}_2$  をそれぞれ  $\tilde{A}'_2, \tilde{B}'_2$  とおくと、

$$\begin{bmatrix} \tilde{B}'_2 \\ \tilde{A}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e^{-s\tau} & 1 \\ 1 & -e^{-s\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{c2} \\ p_{s2} \end{bmatrix}, \quad \tau := \frac{l_s}{c_0} \quad (3.6)$$

である。

上記の問題は、音響ダクト系および2センサ法に起因するむだ時間を伴う無限次元の制御対象に対する補償器設計問題であり、このままでは補償器設計を行うことはできない。本論文では、 $G$  の周波数応答を有限次元近似することで、有限次元の補償器  $\hat{K}$  を得ることを考える。具体的には、次に示す定数スケールド  $\mathcal{H}_\infty$  制御系設計問題に帰着して補償器設計を行う。



### 3.2.2 補償器設計

case 1 ( $R_{cl} = 0$ , 無限長管路を模擬する場合), case 2 (熱音響エンジンの管路部を模擬する場合) の二通りについて、前節の方法に従って補償器設計を行った。具体的な手順は以下の通りである：

#### 1. 管路部の周波数応答 $R_{cl}$ を取得する

実験装置 3 で SPK1 を駆動し進行波圧力成分  $\tilde{A}_2$  から  $\tilde{B}_2$  までの周波数応答  $R_{cl}$  を計測した。結果を Fig. 3.6 に示す。赤線は  $L_{tube}$  の往復分のむだ時間の周波数応答  $e^{-j2kL_{tube}}$  である。両者はほぼ一致しており概ね妥当な計測結果であると言える。ただし、管路がエネルギー生成の無いパッシブなシステムであるにもかかわらずゲインが 0 dB を超えている点は物理的にありえず、測定精度の改善が必要である。40 Hz 以下の低周波数域においては、スピーカの加振が弱いことによる測定ノイズが原因と考えられる。約 300, 600 Hz 前後におけるゲインの乱れは、2 センサ法が進行波を検出できない特異周波数に近いことによる。

#### 2. $G$ の周波数応答の生成

前節で計測した周波数応答  $R_{ol}$ ,  $H$  と式 (3.4) を用いて一般化プラント  $G$  の周波数応答を算出する。

#### 3. ノミナルプラント $G_0$ の生成

一般化プラント  $G$  の周波数応答を MATLAB n4sid 関数で近似してノミナルプラントを求める。case1 の結果を Fig. 3.7, case2 の結果を Fig. 3.10 に示す。case1 は 30 次, case2 は 28 次で近似を行った。どちらも 50 ~ 200 Hz の周波数帯域でよく近似できていることがわかる。

#### 4. 加法的摂動の重み $W$ の設定

Fig. 3.8, Fig. 3.11 に、加法的摂動のモデル化誤差とそれに対する定数重みをそれぞれ青点線と赤実線で示す。ロバスト安定化を図るために、モデル化のゲインを覆うように重みを設定する必要があり、case1 は 300, case2 は 130 と設定した。

#### 5. 補償器 $\hat{K}$ の設計

case1, case2 の補償器設計の結果をそれぞれ Fig. 3.9, Fig. 3.12 に示す。

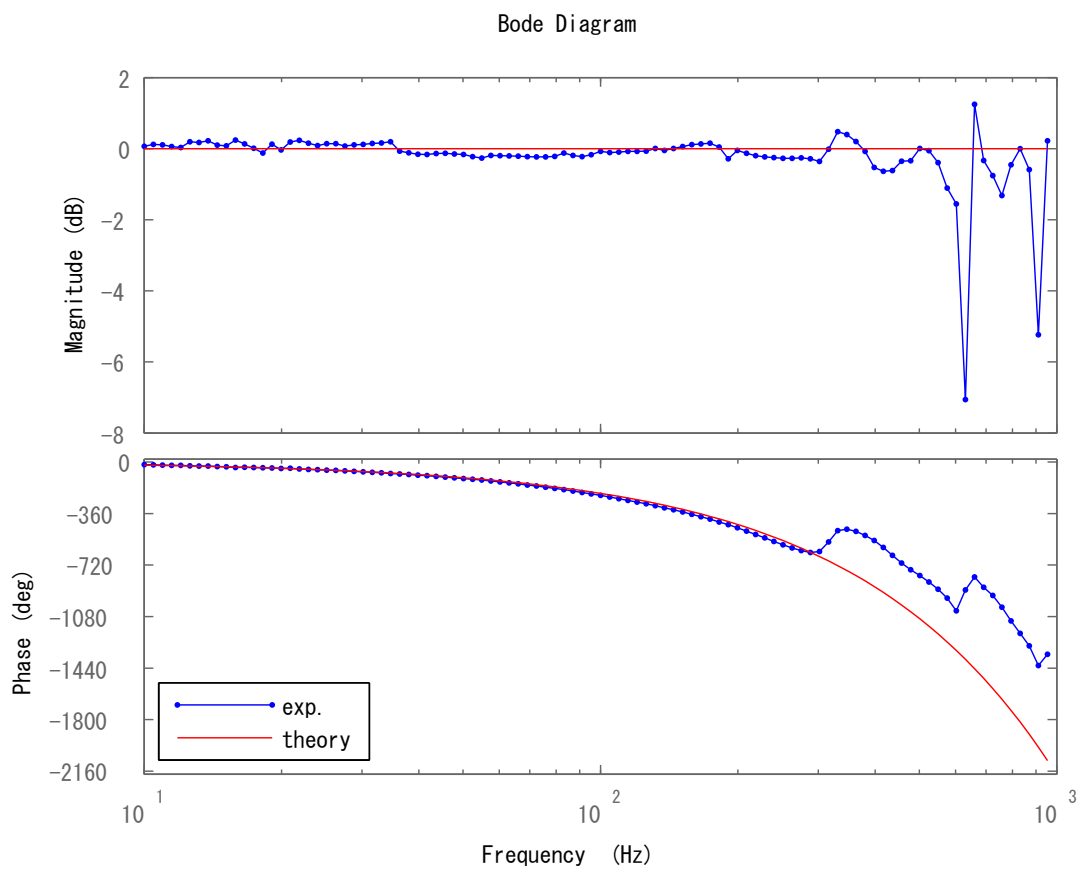


Fig. 3.6: Frequency response of tube for experimental apparatus 3

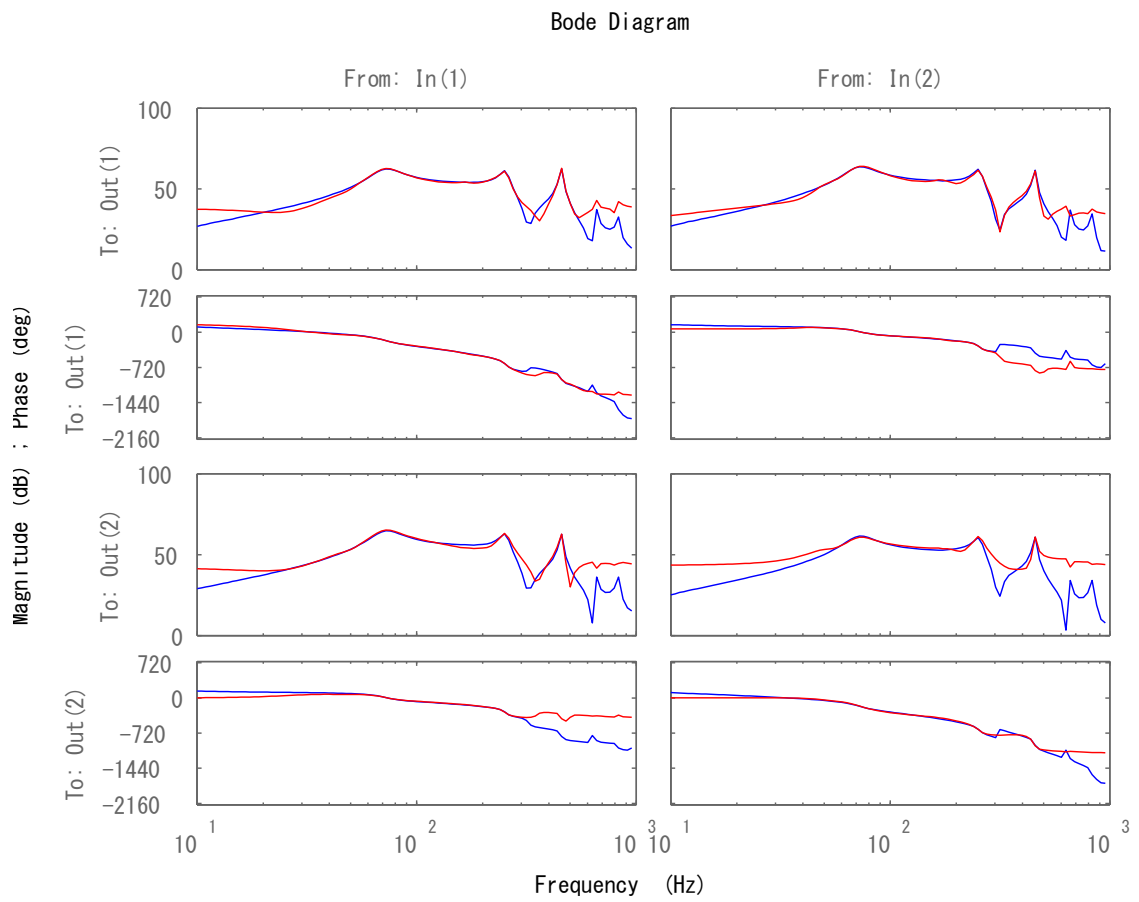


Fig. 3.7: Frequency response of nominal plant for case 1 experiment (blue dotted curve) and approximated nominal plant (red curve)

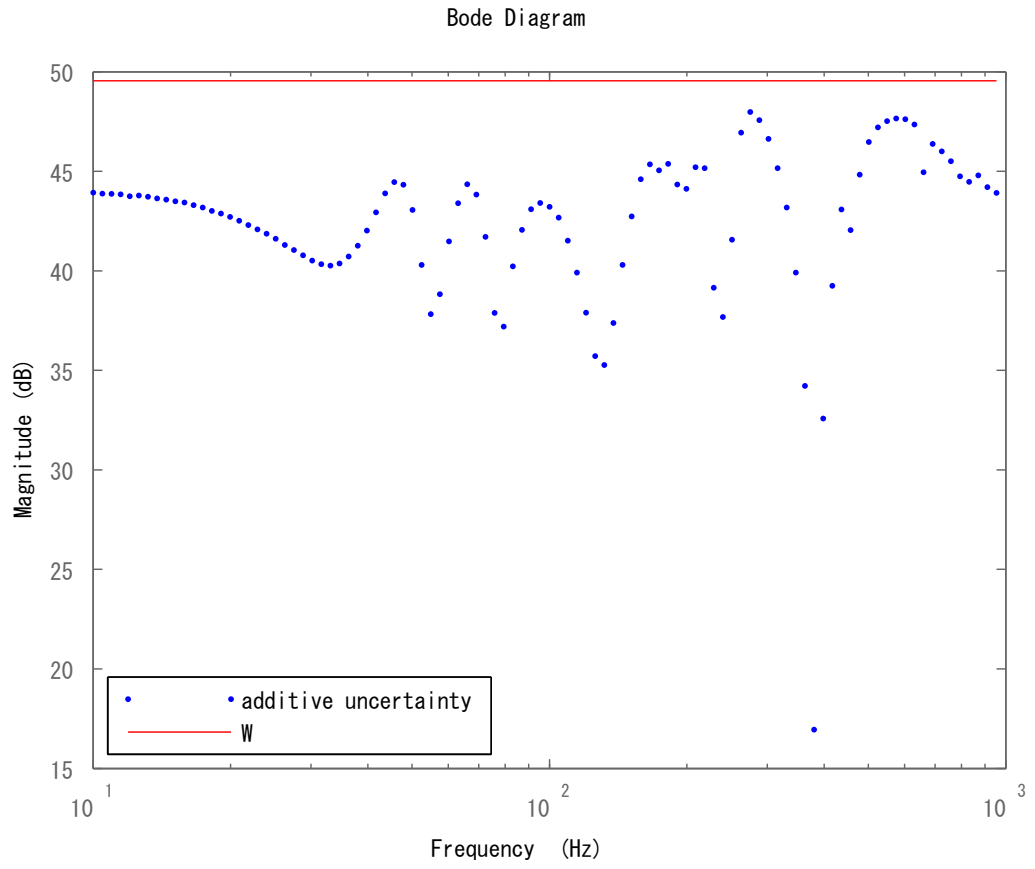
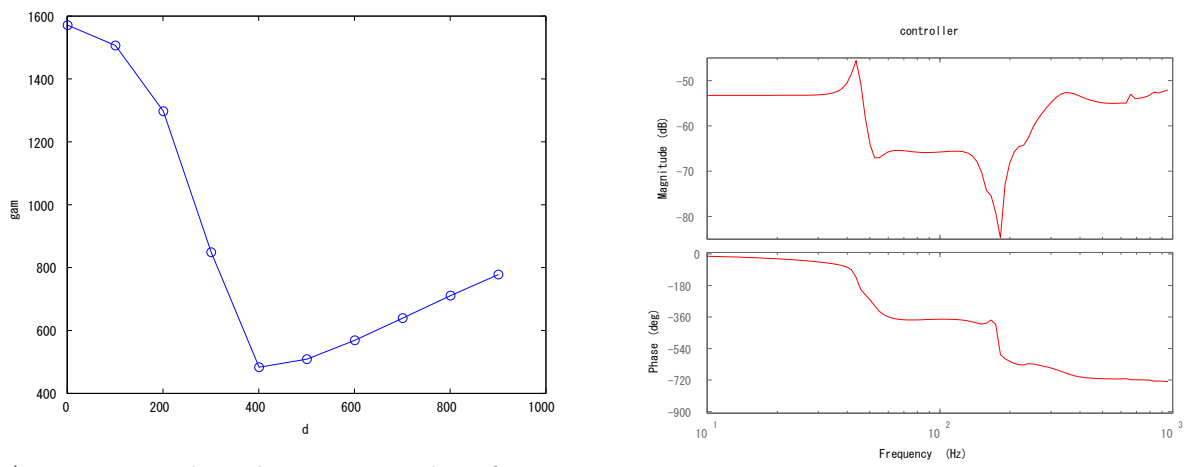


Fig. 3.8: Gain characteristic of additive uncertainty (blue dotted curve) and constant weight (red curve) for case 1



(a) constant scaling  $d$  vs minimized performance index  $\gamma$

(b) bode diagram of controller

Fig. 3.9: Controller synthesis result for case 1

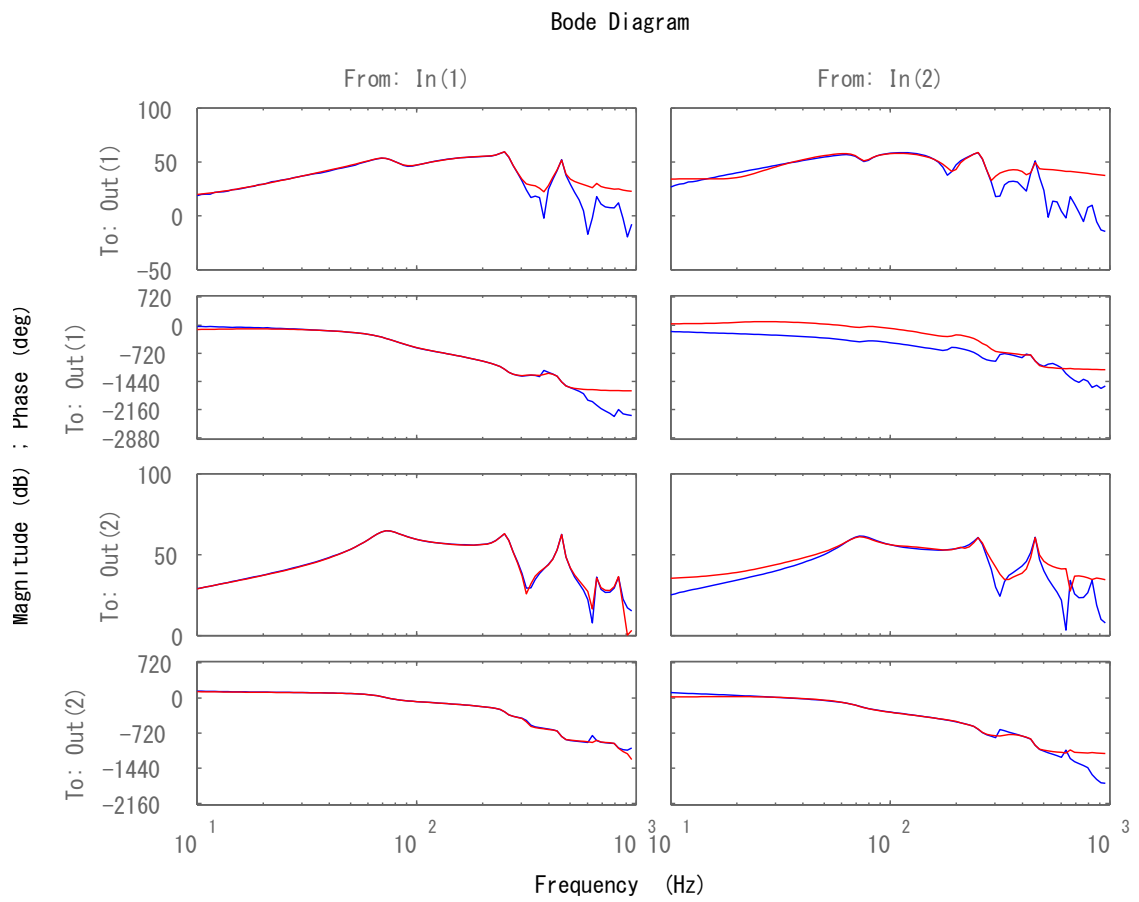


Fig. 3.10: Frequency response of nominal plant for case 2 experiment (blue dotted curve) and approximated nominal plant (red curve)

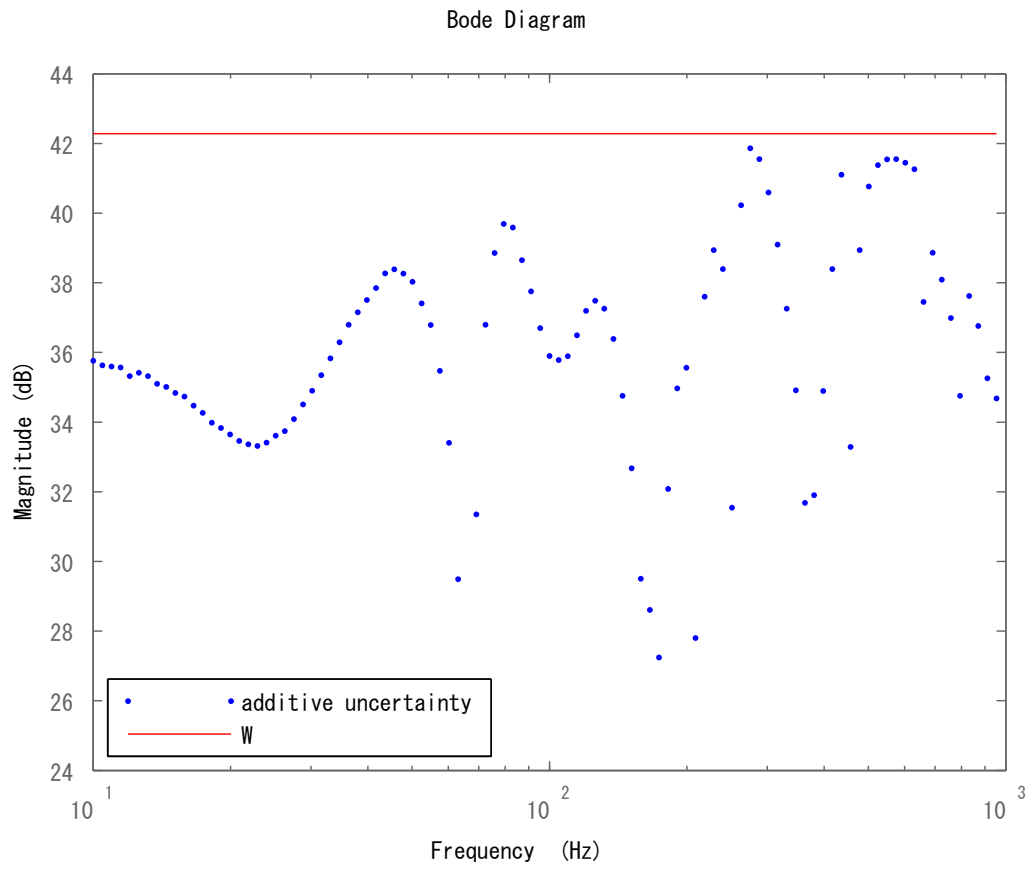
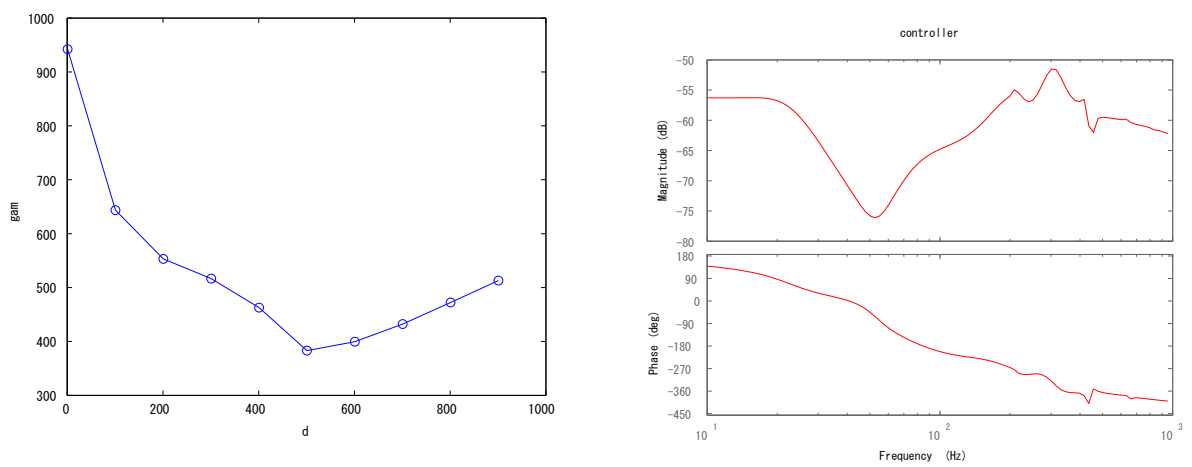


Fig. 3.11: Gain characteristic of additive uncertainty (blue dotted curve) and constant weight (red curve) for case 2



(a) constant scaling  $d$  vs minimized performance index  $\gamma$

(b) bode diagram of controller

Fig. 3.12: Controller synthesis result for case 2

## 第4章 実験結果

本章では、実験装置2の模擬管路部に前節で設計した提案法の補償器を実装し、case 1, 2 に対する熱音響シミュレータの制御実験を行った結果について述べ、熱音響エンジンの実際の動作と比較する。

### 4.1 模擬管路部の周波数応答実験

前章で設計した case 1, 2 の補償器を実験装置4に実装して模擬管路部の周波数応答を計測し、制御性能を評価する。結果を Fig. 4.1 に示す。case1 のゲイン特性において、制御無し（青線）に対して制御あり（緑線）が小さくなっており、制御により模擬管路部が無反射の無限長管路に近づいたと言える。ただし、理想的には無反射のゲイン特性は  $-\infty$  dB であり、ここで得られた模擬管路部の制御性能は限定的である。case2 の補償器では位相特性を見ると、制御無し（青実線）に対して制御あり（赤実践）の位相が進み、理論モデル（黒破線）に近い特性が得られていることが分かる。しかし、本来管路部はエネルギー生成の無い散逸系であり、そのゲイン特性は物理的に、全周波数帯域に渡って 0 dB 未満となるはずであるが、case1, 2 ともにゲインが 0 dB を超える部分があり、現実の管路部の特性に矛盾する。この改善は今後の課題である。また、ゲインが 0 dB を超えることにより設計した補償器を使用した熱音響システム・シミュレータが実際の熱音響システムより低い温度で発振することが予想される。

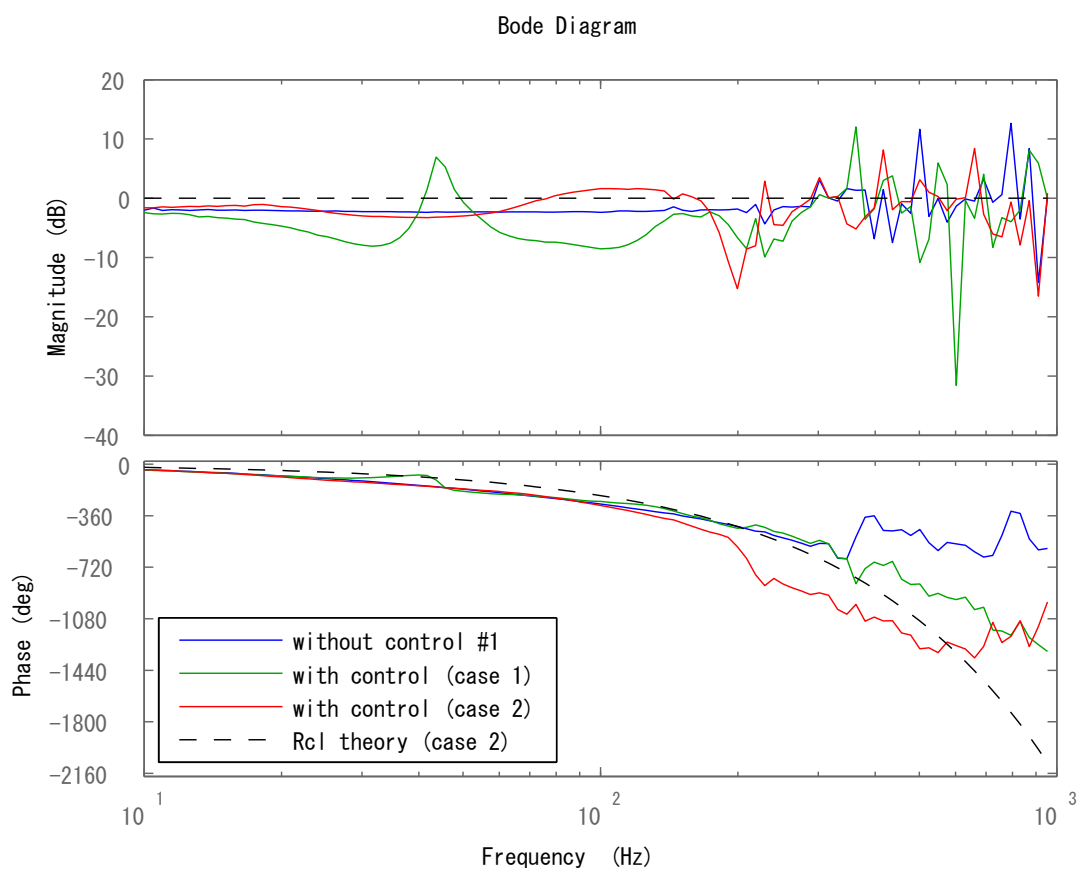


Fig. 4.1: Comparison of frequency responses (from  $\tilde{A}_2$  to  $\tilde{B}_2$ )



## 4.2 熱音響システム・シミュレータの制御実験

まず、 $T_H = 200^\circ\text{C}$ ,  $T_C = 10.0^\circ\text{C}$  度設定、すなわち実際の熱音響エンジンが動作しない温度条件で実験を行った。

コントローラを動作させずに取得した圧力センサの時間応答波形を Fig. 4.2 に示す。圧力振幅は  $\pm 40$  Pa の範囲に収まっており、この温度状況では、制御無しの模擬管路を接続しただけでは熱音響自励発振は生じないことがわかる。

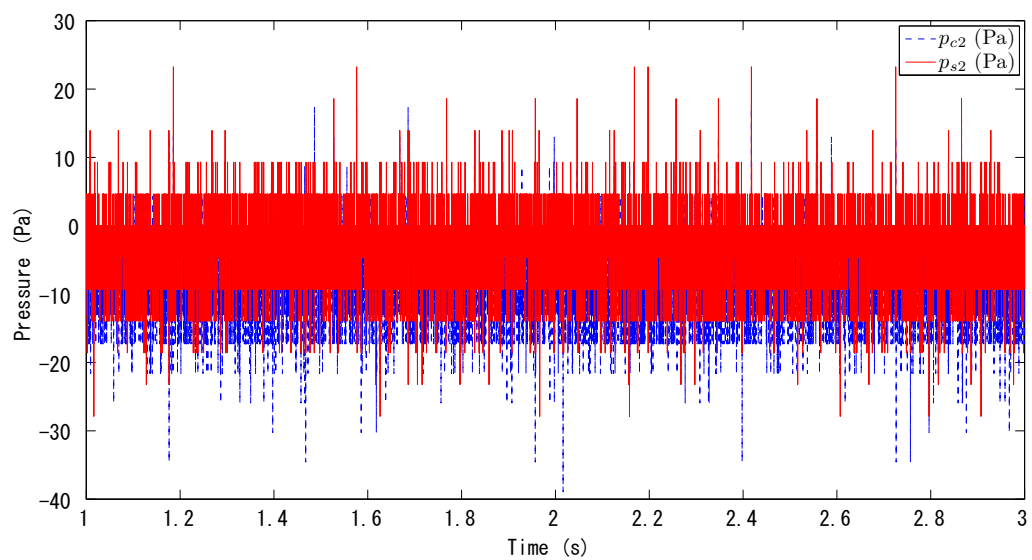


Fig. 4.2: Time response of pressure for without control

次に、case 1（無限長の管路を模擬）の補償器を用いて制御実験を行った場合の時間応答を Fig. 4.3 に示す。圧力振幅は  $\pm 40$  Pa の範囲に収まっており、この場合も熱音響自励発振は生じていない。実際の熱音響エンジンも無限長の管路では発振が生じないため、妥当な結果である。

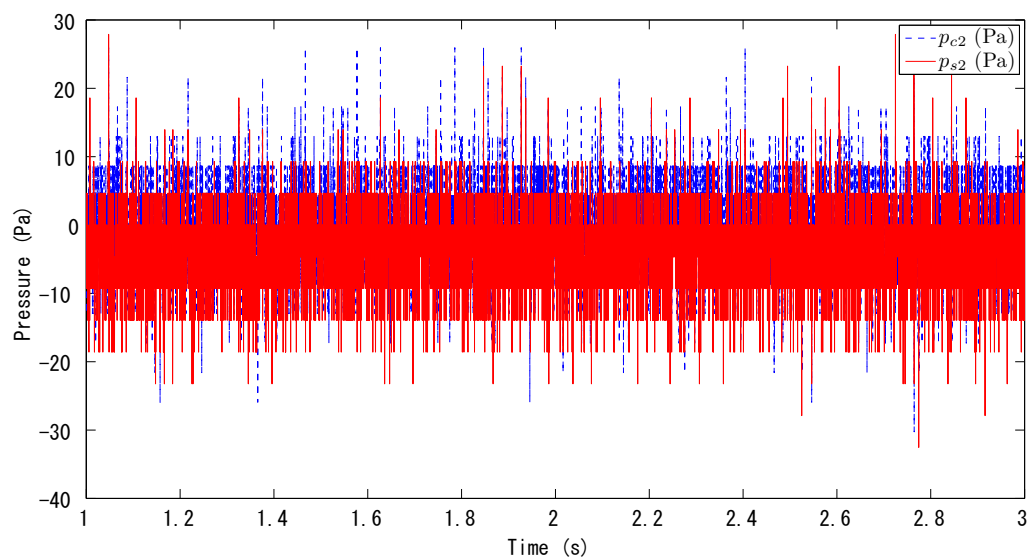
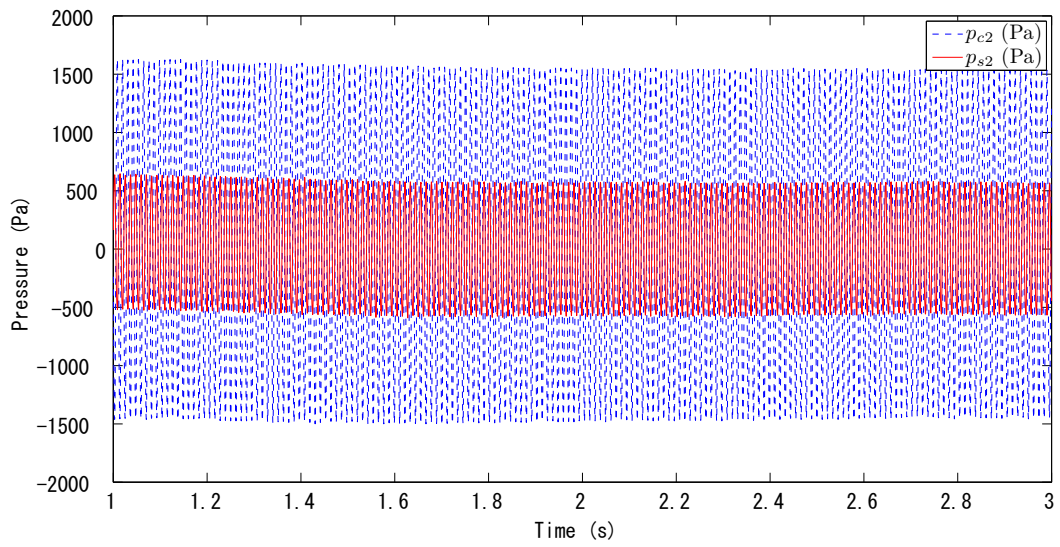


Fig. 4.3: Time response of pressure for with control (case 1)

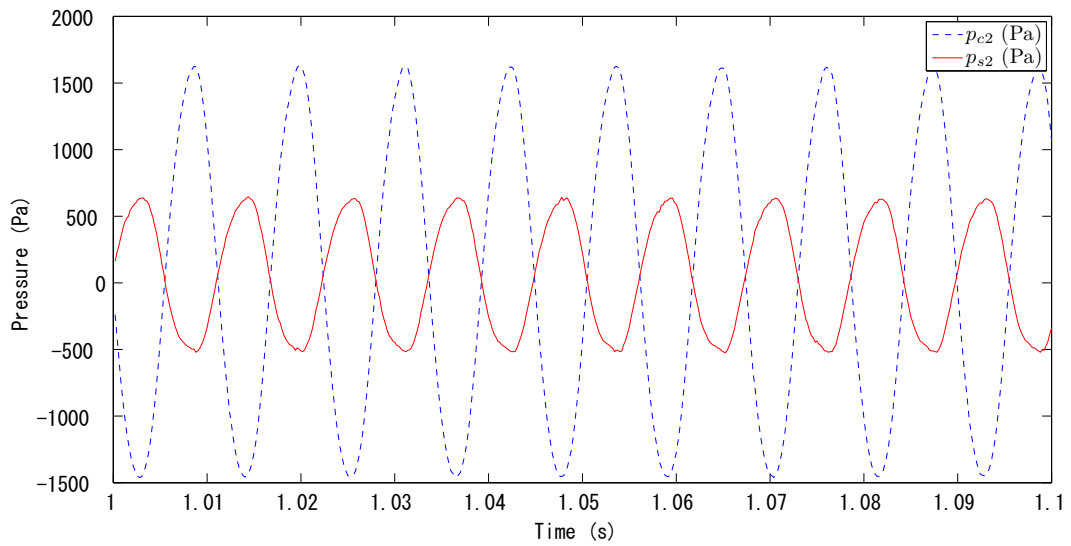
最後に、case 2（熱音響エンジンの管路部を模擬）の補償器を用いた場合の時間応答を Fig. 4.4 に示す。まず図 (a) より、この温度条件では実際の熱音響エンジンは発振しないにもかかわらず、case 2 の模擬管路部のシミュレータは発振する結果となった。case 2 の補償器設計結果について述べた通り、模擬管路部は本来、ゲインが 0 dB を下回る散逸系となるべきところ、本設計結果ではゲインが 0 dB を超えており、実際よりも低い温度条件で発振が生じていると考えられる。

また、 $p_{c2}$  と  $p_{s2}$  の振幅が大きく異なっていることから、実際の熱音響エンジンの圧力分布も再現できていない。これは、拡大図 (b) より、発振周波数が約 90 Hz で、実際の熱音響エンジン 105 Hz より低いことが原因と考えられる。よって、シミュレータの再現性向上のため、case 2 の補償器設計における精度を向上させる必要がある。

ただし、図 (a) より、圧力振幅が時間とともに低下する現象は実際の熱音響自励発振が定常状態に至る過程でも観察される現象であり、管路部の模擬精度が向上すれば、熱音響コアの動作も実際のシステムにおける挙動に近付くと考えられる。



(a)



(b) magnified view

Fig. 4.4: Time response of pressure for with control (case 2)

## 第5章 結言

本論文では、任意の熱音響システムの動作を模擬する熱音響シミュレータを実現するために、熱音響コアの一方に接続される管路が固定された場合について、他方に接続される管路の動特性を模擬するフィードバック制御系の構成手法を検討した。

具体的にはまず、従来の、目標とする管路の動特性から逆算された理想的な補償器の周波数応答を有限次元近似する手法では近似誤差に対して閉ループ系が安定となる保証がなく、実際に閉ループ系が不安定となる場合があることを実験的に示した。次に、モデル化誤差に対する閉ループ系の安定性を確保しつつ目標とする管路の動特性との差を小さくするように  $H_\infty$  制御系設計問題に帰着させて補償器設計を行う手法を提案し、実際にモデル化誤差に対してロバスト安定なフィードバック制御系を系統的に構成できることを示した。最後に、熱音響コアに接続することで、模擬管路部に依存して発振状況が変化することを実験的に示した。

ただし、管路はエネルギー発生源の無いパッシブなシステムでありそこに入射する進行波圧力成分から放射される進行波圧力成分までのゲインが 0 dB 未満となるにもかかわらず、その模擬管路部のゲインが 0 dB 未満となる保証はなく、実際の熱音響エンジンが発振しない温度条件で模擬管路部と熱音響コアから成るシミュレータが発振する問題がある。熱音響自励発振周波数と圧力振幅を推定するシミュレータを開発するために、この問題を解決することが今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 富永 昭: 熱音響工学の基礎, 内田老鶴園 (1998)
- [2] H.Hatori, T.Biwa, T.Yazak: How to build a loaded thermoacoustic engine, *journal of applied physics*, 111, 074905 (2012)
- [3] 小林, 山田: 進行波圧力成分に関するシステム表現に基づく定在波型/進行波型熱音響システムに対する統一的な自励発振条件の解析, *システム制御情報学会論文誌*, 28-9, 392/399 (2015)
- [4] Y. Kobayashi, S. Shinoda, T. Nakata and N. Yamada: A unified stability analysis method for spontaneous oscillation conditions in thermoacoustic systems via measured frequency response data with application to standing- and traveling-wave engines, *Journal of Sound and Vibration*, 456-9, 86/103 (2019), <https://authors.elsevier.com/a/1Z7mj,WhnBiQY>
- [5] 小林, 小林: 測定管路長による共振を利用した定常発振制御に基づく振幅依存の周波数応答計測と熱音響自励発振時圧力振幅の推定, *日本音響学会 2019 年秋季研究発表会講演論文集*, 105/106 (2019), 講演番号 3-11-20
- [6] 廣本, 小林: 定常発振制御を用いた周波数応答計測に基づく熱音響コアの振幅依存性と自励発振時圧力の推定, *日本音響学会 2019 年春季研究発表会講演論文集*, 101/102 (2019), 講演番号 2-4-17
- [7] 篠田, 小林, 上田: 熱音響コアの多段接続による電力フィードバック進行波型熱音響発電機の実現, *日本音響学会誌*, 74-6, 313/321 (2018)
- [8] 竹村, 小林, 小林: 振幅依存性を考慮した熱音響コアの周波数応答関数行列計測と自励発振時圧力振幅の推定, *日本音響学会 2020 年秋季研究発表会講演論文集* (2020), 講演番号 1-10-9
- [9] BOTHIEN, Mirko R. MOECK, Jonas P. PASCHEREIT, Christian Oliver: Active control of the acoustic boundary conditions of combustion test rigs. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318.4-5: 678-701.

- [10] 小林, 梅本, 中田, 古澤, 山田: リニアモータの電気-音響特性に基づく電力フィードバック型熱音響発電機の発振条件解析, 日本音響学会誌, 73-1, 12/20 (2017)
- [11] J.Winkler and S.J.Elliott: Adaptive control of broadband sound in ducts using a pair of loudspeakers, *Acustica*, 81, 475/488 (1995)