

現代制御基礎 中間テスト

2010.6.7(月)

注意事項：教科書・ノートを持ち込み可、Matlab 使用可。私語厳禁。メールの使用不可（ログに残ります）。
分数、平方根等、値は厳密に記載すること（Matlab の実行結果をそのまま写してはダメ）。

問題 1 図に示すように、ばねとダンパでつながれた台車からなる振動系を考える。

ただし、ばねの弾性係数を K_1, K_2 、ダンパの粘性摩擦係数を D_1, D_2 、台車の質量を M とし、台車は摩擦なく床を動くものとする。また、 f は図の方向に加わる外力とする。台車の平衡点からずれを x とする。

この振動系の運動方程式を求めよ。

問題 2 次の微分方程式で表されるシステムを考える。

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = c_1 \dot{\theta} + c_2 \theta + c_3 u \\ y = \theta \end{cases}$$

ただし、 u はシステムの入力、 y はシステムの出力で、 c_1, c_2, c_3 は与えられた定数である。以下の問に答えよ。

- (1) システムの状態変数を $x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$ とする。このシステムの状態空間表現を求めよ。
- (2) このシステムの伝達関数を求めよ。

問題 3 次のシステムを考える。

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

以下の問に答えよ。

- (1) 行列 A の固有値を求めよ。
- (2) $u = 0$ としたシステム（自立系）が安定かどうか判定せよ。その根拠も示せ。

問題 4 問題 3 で与えられたシステムに

$$u = -Fx, \quad F = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \end{bmatrix}$$

なる状態フィードバックを施し、閉ループ極を $-2, -2 + 2j, -2 - 2j$ としたい。以下の問に答えよ。

- (1) このシステムが可制御かどうか判定せよ。その根拠も示せ。
- (2) 3 次の特性方程式

$$\lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$$

が、解 $-2, -2 + 2j, -2 - 2j$ を持つように、実数 a_0, a_1, a_2 を定めよ。

- (3) 閉ループ極を $-2, -2 + 2j, -2 - 2j$ とする実数 f_1, f_2, f_3 を求めよ。
- (4) 上記の場合に比べて、初期値応答をより速く 0 に収束させるためには、閉ループ極をどのように設定すればよいか述べよ。