

現代制御基礎 期末テスト

2010.7.26(月)

注意事項：教科書・ノートを持ち込み可、Matlab 使用可。私語厳禁。メールの使用不可（ログに残ります）。分数、平方根等、値は厳密に記載すること（Matlab の実行結果をそのまま写してはダメ）。

問 1 二次形式 $J(x, y)$ が

(a) $J(x, y) = 4xy - y^2$

(b) $J(x, y) = 4x^2 + 2xy + 2y^2$

と与えられたとき、以下の問に答えよ。

問 1-1 次式を満足する対称行列 Q を求めよ。(2 点 × 2)

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

問 1-2 Q の固有値を求めよ。(7 点 × 2)

問 1-3 $J(x, y)$ が次のどれに当てはまるか判定せよ。(3 点 × 2)
正定, 半正定, 負定, 半負定, どれも
ない

問 2 次の制御対象

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

に対して、以下の問に答えよ。

問 2-1 制御対象の安定性を判別せよ。(7 点)

問 2-2 制御対象の可制御性を判別せよ。(5 点)

問 2-3 状態フィードバック $u = -Fx$ を施したとき、閉ループ極が $-1, -2$ となるような行列 F を求めよ。(10 点)

問 3 問 2 と同じ制御対象に対して、ステップ状の目標値信号 r に出力 y が追従するサーボ系を設計したい。 $u = -Fx + Kz, \dot{z} = e, e = r - y$ とするとき、以下の問に答えよ。

問 3-1 次の拡大系の係数行列 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{F}$ を、元のシステムの係数行列 (A, B, C, F, K) を用いて表せ。(5 点)

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u + \begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u = -\bar{F}\bar{x}$$

ただし、 $\bar{x} = \begin{bmatrix} z \\ x \end{bmatrix}$ である。

$\left(\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \text{ ではない!} \right)$

問 3-2 閉ループ系を $\dot{\hat{x}} = A_{cl}\hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix}$ と表すとき、元のシステムの係数行列 (A, B, C, F, K) を用いて行列 A_{cl} を表せ。(5 点)

問 3-3 閉ループ系の極が $-1, -1+j, -1-j$ となるように、行列 F, K を求めよ。(14 点)

問 4 問 2 と同じ制御対象に対して、状態観測器を設計したい。以下の問に答えよ。

問 4-1 制御対象の可観測性を判別せよ。(5 点)

問 4-2 状態観測器の一つは次式で与えられる。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(\hat{y} - y), \quad \hat{y} = C\hat{x}$$

誤差システムを $\dot{\xi} = \tilde{A}\xi$ と表すとき、行列 A, B, C, L を用いて \tilde{A} を表せ。ただし、 ξ は誤差ベクトルで、 $\xi(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ と定義される。(5 点)

問 4-3 行列 $A - LC$ の固有値が $-1, -2$ となるような L を求めよ。(10 点)

問 5 併合系の固有値が、状態フィードバック系の固有値と誤差システムの固有値に分離できることを確認したい。 n 次の制御対象、状態観測器、状態フィードバックがそれぞれ以下で与えられるとする。

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(\hat{y} - y), \quad \hat{y} = C\hat{x}$$

$$u = -F\hat{x}$$

以下の問に答えよ。

問 5-1 閉ループ系を $\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x}$ と表すとき、行列 \tilde{A} を求めよ。ただし、 $\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$ とする。

$\left(\tilde{x} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ x \end{bmatrix} \text{ ではない!} \right)$ (5 点)

問 5-2 次の行列を計算せよ。

$$\begin{bmatrix} I_n & -I_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \tilde{A} \begin{bmatrix} I_n & I_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$$

ただし、 I_n は $n \times n$ の単位行列である。(5 点)