

動的システムの解析と制御 (現代制御) レポート #4(2013.11.29 出題)

学籍番号: _____ 氏名: _____

提出切:12月4日(水)17:00、提出場所:機械建設2号棟570室(小林研学生居室)、ドアポストに入れず、部屋の中にいる(はずの)学生(担当:TA吉田)に提出してください。

課題 5 a, b, q, r は与えられた実数で、 $b > 0, q > 0, r > 0$ であるとする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = ax + bu$$

に対して、 $u = -fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{qx^2(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような f を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような f は、リカッチ代数方程式

$$ap + pa + q - pbr^{-1}bp = 0 \quad (2)$$

の解 $p > 0$ を用いて、

$$f = r^{-1}bp \quad (3)$$

と与えられる。一方、 J を最小化する f は、 $\frac{\partial J}{\partial f} = 0$ より、二次方程式

$$2rf(bf - a) - (q + rf^2)b = 0 \quad (4)$$

の解で与えられる。

以下の (1) ~ (3) の問に答えよ。

- (1) (3) 式の下で、(4) 式が (2) 式と等価であることを示せ。
- (2) (3) 式の下で、 $a - bf < 0$ と $p > 0$ が等価であることを示せ。
- (3) q を大きくしていくにつれて、最適解 f も大きくなることを示せ。