

動的システムの解析と制御(現代制御) レポート#4(2014.11.28 出題)

学籍番号: _____ 氏名: _____

提出切: 12月3日(水)17:00(厳守) 提出場所: 機械建設1号棟405室(小林居室)のドアポスト

課題 5 a, b, q, r は与えられた実数で、 $b > 0, q > 0, r > 0$ であるとする。このとき、次のシステム

$$\dot{x} = ax + bu$$

に対して、 $u = -fx$ なる状態フィードバックを施し、評価関数

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{qx^2(t) + ru^2(t)\} dt \quad (1)$$

を最小化したい。すなわち、そのような f を求めたい。

最適制御問題の結果から、このような f は、リカッチ代数方程式

$$ap + pa + q - pbr^{-1}bp = 0 \quad (2)$$

の解 $p > 0$ を用いて、

$$f = r^{-1}bp \quad (3)$$

と与えられる。

または直接、 $\frac{\partial J}{\partial f} = 0$ より、 f に関する二次方程式

$$2rf(bf - a) - (q + rf^2)b = 0 \quad (4)$$

の二つの解のうち、閉ループ系が安定となる方の解として与えられる。

以下の(1)~(3)の問に答えよ。

(1) (2)式の解 $p > 0$ を求めよ。

(2) (4)式の解のうち、閉ループ系が安定となる f を求めよ。

(3) q を大きくしていくにつれて、最適解 f も大きくなることを示せ。