

平成20年度
長岡技術科学大学 大学院
工学研究科 修士論文

二慣性系の外乱抑制問題における 物理パラメータに陽に依存する補償器の設計

A Disturbance Attenuation Controller Design which Explicitly
Dependent on Physical Parameters of Two Inertia Systems

長岡技術科学大学 大学院
機械創造工学専攻 07303984

著者氏名 國兼万里恵

指導教員 小林泰秀

平成23年2月12日

要旨

近年、様々な制御対象に対して、できるだけ簡便な調整で良い制御性能を達成しようとする、汎用のサーボモータが市販されている。これらのサーボモータでは、補償器の構造として、従来経験的に広く用いられているノッチフィルタやPID制御則が採用されており、慣性や摩擦の推定機構を組合せ、推定された物理パラメータから、ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整し、ユーザの調整がほとんど必要のないチューニングレス制御の機能を持つサーボモータも市販されている(安川電機, オリエンタルモーター等)。しかし、機械の軽量化や高速化に伴い、低剛性かつ高慣性比の振動系の制御が求められるようになった。共振周波数が低い場合において、PID補償器では十分な性能が得られないことが知られている。一方、二慣性系の外乱抑制問題に対して、安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいた、制御対象の物理パラメータに陽に依存する補償器が提案され、シミュレーションにより有用性が確認されている。本論文では、本手法の利点を実験的に検証する。具体的には、まず従来の補償器では低剛性・高慣性比の2慣性系の制御が困難である場合があることを示す。次に、同制御対象に対し、提案法の補償器が良好な制御性能を示すことを実験により明らかにする。本論文で実証する物理パラメータを陽に含む補償器は、次の特徴を持つ：

- 制御対象の物理パラメータを陽に含むため、物理パラメータが変化した場合に補償器の再設計を行う必要がない。調整パラメータの数は比例積分(PI)制御の場合と同等(2つ)であり、同程度の手間で調整を行うことができる。
- 提案手法はH補償器に似た動特性を有しており、従来の比例制御、比例積分制御等よりも構造に関する制約が少なく、不安定な補償器を表現することもできる。その結果、高い制御性能が得られる。

以上より本論文では二慣性系の外乱抑制問題において提案手法が有用であると結論付けている。

Abstract

12th, February, 2009

A Disturbance Attenuation Controller Design which Explicitly
Dependent on Physical Parameters of Two Inertia Systems

No.07504688

YUTA sugano

Department of Mechanical Engineering
Nagaoka University of Technology

In recent years, commercial products of servo motors have been improved in order to achieve better control performance by automatic tuning of controller to adapt various types of controlled object without user tuning, where conventional notch filters and/or PID controllers are chosen as the basic structure of controllers, and their parameters are set by estimating physical parameters of the system e.g. inertiamoment of loads, frictional torque, and so on. Such simple structure of controllers make it easy to tuning process when physical parameters of controlled object is changed, however, it also poses limitation to achievable performance. Nevertheless, such simple structures are widely implemented in commercial products of servo motors. Moreover, there is no need to utilize such simple structure of controllers. On the other hand, it is possible to design optimal controllers by robust control design such as H_∞ control design in the sense that H_∞ norm. However, the relationship between dynamic characteristics of resultant controllers and physical parameter of controlled object, is not clear, which leads that controllers have to be redesigned when controlled object is changed. In this paper, we verify the achievable performance of simply architecture controller (P,PI controller) employed on traditional servo system and flexibility complex architecture controller(H_∞) by way of experiment For actual control object. Next, for the solution of above problems, we proposed a controller that explicitly - contained physics parameter of control object based on stabilizing controller, and conduct simulation and controlled experiment. In the result, shown the controller architecture set a limit on the achievable performance. This controller based on virtually-architecture of H_∞ controller that make closed loop transfer function to zero, and promising good performance than traditional approach The followings are shown:

- If physics parameter is clearly, controller architecture is decided loosely, thus we can easily redesigned in case of parameters changed.
- The proposed method have less restrictions in architecture of controller than traditional approach and which make unstable controller by tuning two parameters thus this controller have a lot of flexibility.

We there fore conclude that the proposed method is practically useful in disturbance attenuation problems.

目次

第1章 諸言	13
第2章 実験装置	15
2.1 実験装置構成	15
2.2 サーボパックの設定	18
第3章 問題設定	19
3.1 二慣性系の運動方程式	19
3.2 外乱抑制問題	21
3.3 補償器の構造	21
第4章 物理パラメータに陽に依存する補償器	23
4.1 数値例と動機付け	23
4.1.1 補償器の構造と達成可能な性能の関係	25
4.1.2 物理パラメータに陽に依存する補償器	29
第5章 数値シミュレーション	33
5.1 周波数応答実験	33
5.2 補償器設計	35
5.3 P補償器におけるノッチフィルタ	38
第6章 制御実験	41
6.1 補償器設計	41
6.2 制御実験	42
6.2.1 実験1	42
6.2.2 実験2	42
6.3 考察	42
第7章 結言	45

目 次

2.1	Experiment system	15
2.2	Couplings	16
2.3	shaft and load disk	17
3.1	Two-inertia system	19
3.2	閉ループ系	21
4.1	補償器の周波数特性	24
4.2	極零配置	25
4.3	P制御での閉ループゲイン特性	26
5.1	Closed-loop system for frequency response measurement	33
5.2	Result of frequency response measurement	34
5.3	Find of optimum values	36
5.4	Bode diagram of controllers	37
5.5	Gain characteristic of closed-loop systems	37
5.6	Closed-loop systems of controller with notch filter	38
5.7	Plot of ζ_2/ζ_1 vs. γ	39
6.1	Bode diagram of controllers	41
6.2	Experimental result(step disturbance)	43
6.3	Experimental result(sine-wave disturbance)	44

表 目 次

2.1	Specifications of experiment system	16
2.2	Specifications of servo motors	16
2.3	Experimental instruments	17
2.4	Physical parameters of experiment device	17
2.5	Parameter of Driber models	18
5.1	Parameters	35
6.1	Parameters	41

第1章 諸言

近年，様々な制御対象に対して，できるだけ簡便な調整で良い制御性能を達成しようとする，汎用のサーボモータが市販されている．

これらのサーボモータでは，補償器の構造として，従来経験的に広く用いられているノッチフィルタやPID制御則が採用されており，慣性や摩擦の推定機構を組合せ，推定された物理パラメータから，ノッチの周波数や補償器のゲインを自動調整し，ユーザの調整がほとんど必要のないチューニングレス制御の機能を持つサーボモータも市販されている（安川電機，オリエンタルモーター等）．

しかし，機械の軽量化や高速化に伴い，低剛性かつ高慣性比の振動系の制御が求められるようになった．このような場合，共振周波数が低くなり，PID補償器では十分な性能が得られないことが知られている．これは制御帯域に共振周波数が含まれるためである．

H_∞ 制御等のロバスト制御系設計を行えば，与えられた制御対象に対して， H_∞ ノルム等の意味で最適な補償器を得ることができる．しかし，得られる補償器の動特性と，制御対象の物理パラメータの関連は明らかではないため，制御対象が変更される度に補償器の再設計を行わなければならない．この補償器の設計には，行列方程式の解法等の演算が含まれるため，汎用のサーボパック内で行うことは現実的ではない．

一方，二慣性系の外乱抑制問題に対して，安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいた，制御対象の物理パラメータに陽に依存する補償器が提案され，シミュレーションにより有用性が確認されている．本論文では，本手法の利点を実験的に検証する．具体的には，まず従来の補償器では低剛性・高慣性比の二慣性系の制御が困難である場合があることを示す．次に，同制御対象に対し，提案法の補償器が良好な制御性能を示すことを実証する．

なお本論文では簡単のため，サーボモータに負荷慣性が一つ接続された二慣性系を考える．また，現実のサーボ系の制御目的には目標値追従と外乱抑制があるが，本論文では外乱抑制を行う場合を考える．また，速度フィードバックかつ，速度制御を行う場合を考える．

本論文の構成は次の通りである．まず，第2章で実験装置の概要を示す．第3章で種々の補償器を用いて外乱抑制制御実験を行い，補償器の構造と達成可能な性能の関係を検証する．第4章で閉ループ伝達関数を0とする仮想的補償器の構造を示し，安定化パラメトリゼーションに基づいて，物理パラメータに陽に依存する補償器を提案する．第5章でシミュレーションを行い，提案法の有効性を検証する．第6章でまとめる．

本論文中に記載する記号は標準的なものである． \mathbf{RH}_∞ はプロパかつ安定な有理伝達関数を表す． $G(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ の H_∞ ノルムを $\|G\|_\infty$ で表す．伝達関数行列 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ の状態空間実現を，Doyleの表記を用いて $G(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ と記載する．適当なサイズの伝達関数行列 $\Delta(s)$ と $M(s)$ の線形分数変換(LFT)をつぎのように表す．

$$M \star \Delta := M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21} \quad (1.1)$$

$$\Delta \star M := M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (1.2)$$

ただし, M_{ij} は M を適当に分割したブロック行列である¹.

¹★が具体的に (1.1), (1.2) 式のどちらの LFT を意味するかは, 行列のサイズから判断可能であるので, 本文中では特に明示しない.

第2章 実験装置

2.1 実験装置構成

実験装置の概要と諸元をそれぞれ Fig.2.1, Table 2.1 に示す。実験装置は駆動用と従動用の二つのサーボモータと、回転軸、負荷慣性ディスクから構成される。[1] 駆動用モータは Fig.2.2.a に示すゴムカップリングを介して負荷慣性部にトルクを伝達し、従動用モータと回転軸は Fig.2.2.b に示すリジッドカップリングによって結合されている。リジッドカップリングとは偏心を許容しないタイプのカップリングで、通常のカップリングのように取り付け誤差を許容するためのばね成分がない。2つのモータのエンコーダから出力されるパルスはカウンタで取得し、PC 内で時間差分をとることで速度情報を得ている。サーボモータの仕様を Table 2.2 示す。

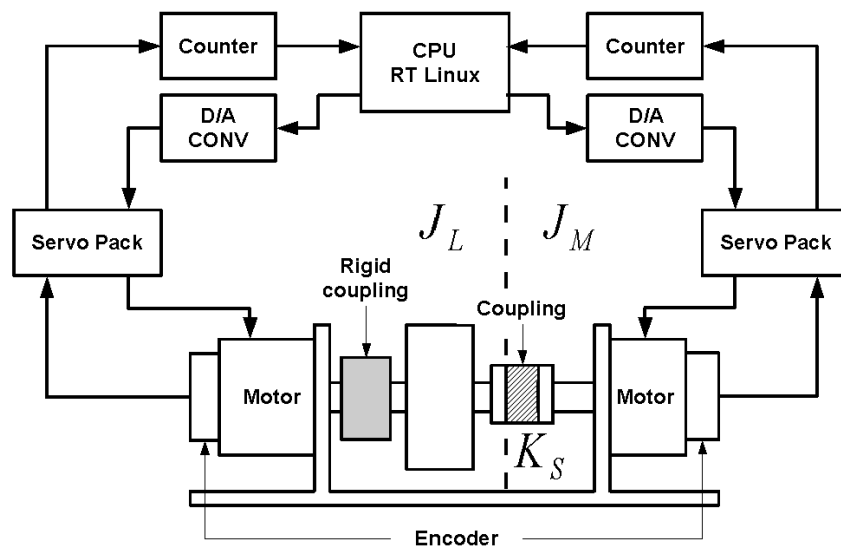


Fig. 2.1: Experiment system



(a) Elastic coupling



(b) Rigid coupling

Fig. 2.2: Couplings

Table. 2.1: Specifications of experiment system

駆動用サーボモータ	安川電機 $\Sigma - V$ シリーズ SGMAV-02A
駆動用サーボモータ	安川電機 $\Sigma - V$ シリーズ SGDV-1R6A
従動用サーボモータ	オリエンタルモーター NX シリーズ NXM620A
従動用サーボバック	安川電機 NX シリーズ NXD20-C
PC	DELL Dimension 2100 (Celeron 1000 MHz)
OS	RT-Linux 3.2-pre3 Kernel 2.4.22
D/A	Interface PCI-360116 (2ch, 16bit, 10μ sec)
counter	CONTEC CNT24-4(PCI)H (4ch, 24bit, 1MHz)
PIO	CONTEC PIO-32/32T(PCI)H (2ch, 32bit, 33MHz)

Table. 2.2: Specifications of servo motors

型番	回転子慣性モーメント $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	定格出力 W	定格トルク $\text{N} \cdot \text{m}$	最大瞬間トルク $\text{N} \cdot \text{m}$
SGMAV-02A	0.116×10^{-4}	200	0.64	1.9
NXM620A	0.162×10^{-4}	200	0.637	1.91

Fig.2.1 における各部品の慣性モーメントを Table 2.3 に，物理パラメータを Table 2.4 示す．

Table. 2.3: Experimental instruments

	慣性モーメント (kgm ²)
駆動用モータ回転子 J_{mm}	1.16×10^{-5}
従動用モータ回転子 J_{ml}	1.62×10^{-5}
軸 J_s	6.05×10^{-6}
負荷ディスク J_d	1.99×10^{-4}
ゴムカップリング J_{gc}	1.7×10^{-5}
リジッドカップリング J_{rc}	1.5×10^{-5}
カラー J_c	1.3×10^{-5}

Table. 2.4: Physical parameters of experiment device

Items	Values	Description
J_M	$2.01 \times 10^{-5} \text{kgm}^2$	Motor inertia
J_L	$2.58 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$	Load inertia
K_S	$0.53 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$	Stiffness of shaft
C_S	1.57×10^{-4}	Attenuation coefficient of shaft
C_L	2.0×10^{-4}	Mass attenuation coefficient

Table 2.3 で駆動用モータ回転子，従動用モータ回転子，ゴムカップリング，リジッドカップリング，カラーの慣性モーメントはカタログより，軸と負荷ディスクの慣性モーメントは形状より求めた．軸と負荷ディスクの形状を Fig.2.3 に示す（単位 [mm]）．

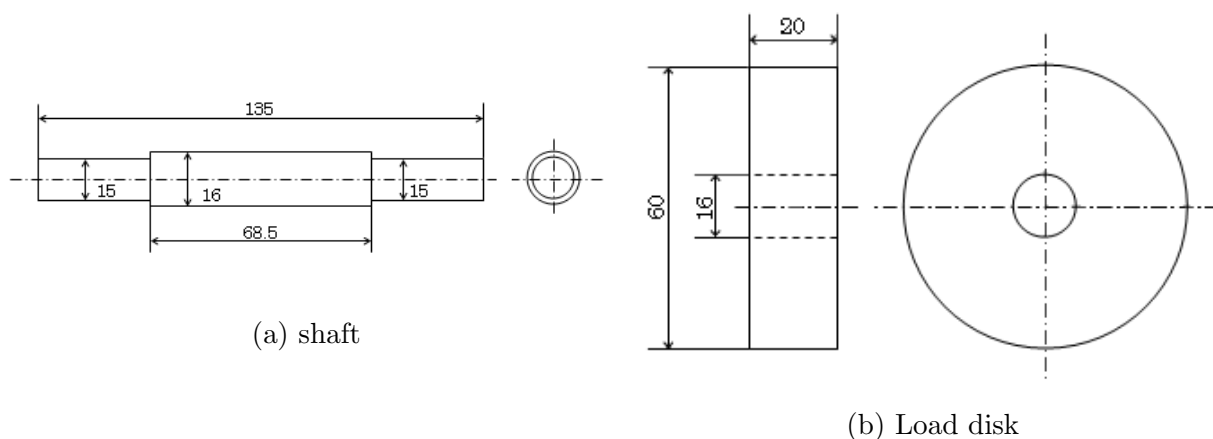


Fig. 2.3: shaft and load disk

質量を m ，半径を r とすると，円柱の慣性モーメント M は式 2.1 で求められる．

$$M = \frac{mr^2}{2} \quad (2.1)$$

軸と負荷ディスクの材質はSS400であり、密度は $7.85[\text{g}/\text{cm}^3]$ である。これより、

$$J_s = \frac{\left(\left(\frac{16}{2}\right)^4 \times 68.5 + \left(\frac{15}{2}\right)^4 \times (135 - 68.5)\right) \times 7.85 \times 10^{-12} \times \pi}{2} = 6.05 \times 10^{-6} \quad (2.2)$$

$$J_d = \frac{\left(\left(\frac{60}{2}\right)^4 - \left(\frac{16}{2}\right)^4\right) \times 20 \times 7.85 \times 10^{-12} \times \pi}{2} = 1.99 \times 10^{-4} \quad (2.3)$$

を得る。

また、Table 2.4の駆動側慣性モーメント J_M 、従動側慣性モーメント J_L はそれぞれ式2.4、式2.5により求まる。

$$J_M = J_{mm} + \frac{J_{gc}}{2} = 2.01 \times 10^{-5} \quad (2.4)$$

$$J_L = J_{ml} + J_s + J_d + \frac{J_{gc}}{2} + J_{rc} + J_c = 2.58 \times 10^{-4} \quad (2.5)$$

2.2 サーボパックの設定

実験装置に使用している2つのサーボモータは、どちらも位置制御、速度制御、トルク制御の3つの制御モードから制御方式を選択可能である。本実験ではPCで補償器を構成するため、入力する電圧に比例したトルクを発生させるトルク制御モードに設定した。安川電機製サーボとオリエンタルモーター製サーボの単位電圧あたりの発生トルクは、初期設定でほぼ等しくなっている。本実験では、4Vで定格トルクが発生するように安川電機製サーボではトルク指令入力ゲイン(Pn400)を400、オリエンタルモーター製サーボではアナログトルク指令ゲイン(APP-2-03)を25[%]とした。

エンコーダ分解能については、安川電機製のサーボではエンコーダ分周パルス数(Pn212)を32768[pulse/rev]と設定した。オリエンタルモーター製サーボでは、エンコーダ出力電子ギヤA(SyS-0-02)を1、エンコーダ出力電子ギヤB(SyS-0-03)を10と設定し、エンコーダフィードバック出力を10000[pulse/rev]とした。ここでオリエンタルモーター製サーボのエンコーダフィードバック出力は

$$\text{エンコーダフィードバック出力} = 1000 \times \frac{\text{エンコーダ出力電子ギヤ } B}{\text{エンコーダ出力電子ギヤ } A}$$

で求められ、設定範囲は100~10000[pulse/rev]である。

パラメータの設定値をTable 2.5に纏める。

Table. 2.5: Parameter of Driver models

Driver model	Parameter	Value
SGDV-1R6A	Pn212	32768
	Pn400	400
NXD20-C	SyS-0-02	1
	SyS-0-03	10
	APP-2-03	25

第3章 問題設定

3.1 二慣性系の運動方程式

サーボモータにディスクがシャフトで結合された二慣性系を考える (図 3.1). (** $\theta_M, \theta_L, T_M, T_L$ は全て, 系全体を同じ回転方向に回転させるように正方向を選ぶ. **)

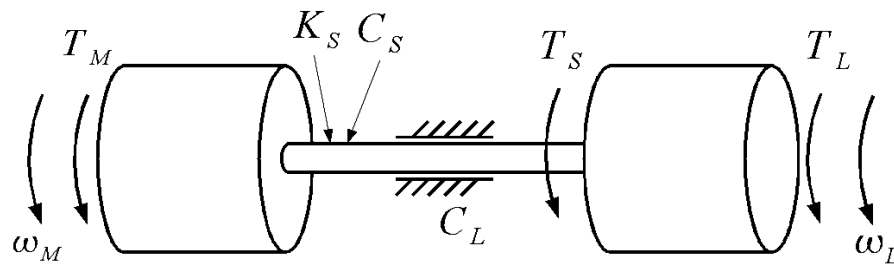


Fig. 3.1: Two-inertia system

パラメータを次のようにおく .

- θ_M : モータの回転角度 [rad]
- ω_M : モータの回転角速度 [rad/sec]
- J_M : モータの慣性モーメント [Kg m^2]
- T_M : モータ内部の発生トルク [Nm]
- θ_L : ディスクの回転角度 [rad]
- ω_L : ディスクの回転角速度 [rad/sec]
- J_L : ディスクの慣性モーメント [Kg m^2]
- T_L : ディスクにかかる負荷トルク [Nm]
- C_L : ディスクの回転に伴う減衰係数
- K_S : シャフトのねじりばね定数 [Nm / rad]
- C_S : シャフトの減衰係数
- T_S : シャフトにかかるねじりトルク [Nm]

モータと負荷の相対各変位を $\theta_r := \theta_M - \theta_L$ とおくと, 二慣性系の運動方程式は次のようになる .

$$J_M \dot{\omega}_M = T_M - T_S \quad (3.1)$$

$$T_S = K_S \theta_r + C_S (\omega_M - \omega_L) \quad (3.2)$$

$$J_L \dot{\omega}_L = T_L + T_S - C_L \omega_L \quad (3.3)$$

ここで、状態ベクトル x を

$$x := \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

とおくと、 $\begin{bmatrix} T_L \\ T_M \end{bmatrix}$ から $\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_M \end{bmatrix}$ までのシステムの状態空間実現が次式のように得られる．

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{K_S}{J_M} & -\frac{C_S}{J_M} & \frac{C_S}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_S+C_L}{J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_M} \\ \frac{1}{J_L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_L \\ T_M \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \omega_M \\ \omega_L \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A 行列が 0 固有値のブロック対角構造を持つように相似変換すると、次式を得る．

$$\left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -\frac{K_S}{J_M} & -\frac{C_S}{J_M} & \frac{C_S}{J_M} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_S+C_L}{J_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_M} \\ \frac{1}{J_L} & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \end{array} \right] \quad (3.7)$$

$$= \left[\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -K_S \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right) & -C_S \left(\frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right) & \frac{C_L}{J_L} \\ \frac{K_S}{J_L} & \frac{C_S}{J_L} & -\frac{C_L}{J_L} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_L} & \frac{1}{J_M} \\ \frac{1}{J_L} & 0 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right] \quad (3.8)$$

上の状態空間実現よりこのシステムの伝達関数を求めると、次式が得られる．

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)} \begin{bmatrix} f(J_M, s) & f(0, s) \\ f(0, s) & f(J_L, s) + C_L s \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

ただし、

$$f(J_M, s) := J_M s^2 + C_S s + K_S, \quad f(J_L, s) := J_L s^2 + C_S s + K_S, \quad f(0, s) := C_S s + K_S, \quad (3.10)$$

$$\bar{J} := \frac{J_M J_L}{J}, \quad J := J_M + J_L \quad (3.11)$$

である．

注意 3.1 ここで、 $P(s)$ が安定であることに注意する．二慣性系に対する補償器設計問題ではしばしば、ディスクの回転に伴う減衰を無視し、 $C_L = 0$ と設定される．その結果、制御対象は積分器を持つ不安定系となる．しかし、これは現実的な状況に矛盾する．すなわち、制御対象が積分器を持つことは、外から加わるトルクが 0 の場合、慣性系は初速を維持したまま回転しつづけることを意味する．現実的には、回転に伴う空気抵抗、軸受の摩擦抵抗等があるため、十分時間が経過した後、慣性系は静止する．以上のことから本研究では、 $C_L \neq 0$ と仮定する．なお、モータ側の減衰については、負荷側よりも小さい場合が多いため、無視することとした．

3.2 外乱抑制問題

3.1 章で示したプラントに対して，速度フィードバック補償器 $K(s)$

$$T_M = K(s)\omega_M \quad (3.12)$$

の設計問題を考える．すなわち，次の問題である．

問題 3.1 図 3.2 の閉ループ系を考える．ここで $P(s)$ は (3.9) 式で与えられる．また， $W(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ は与えられた重み関数であるとする．このとき，次の条件を満足し，かつ， γ を最小化する補償器 $K(s)$ を求めよ．

(i) 閉ループ系が内部安定

(ii) $\|WT\|_\infty < 1$ が成り立つ

(iii) $\|G_{cl}\|_\infty < \gamma$ が成り立つ

ただし， $T(s)$ は相補感度関数， $G_{cl}(s)$ は閉ループ伝達関数で，それぞれ次式で与えられる．

$$T(s) = \frac{P_{22}(s)K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)}, \quad G_{cl}(s) = P_{11}(s) + \frac{P_{12}(s)K(s)P_{21}(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} = \frac{P_{11}(s) - (P_{11}(s)P_{21}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s))K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \quad (3.13)$$

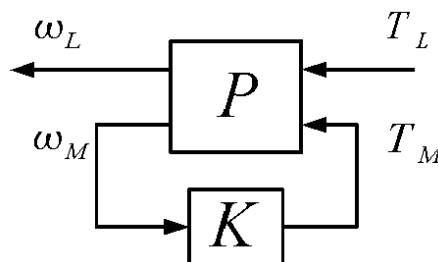


Fig. 3.2: 閉ループ系

上の条件 (i) はノミナル閉ループ系の内部安定性を保証する．条件 (ii) は， $P_{22}(s)$ が乗法的摂動を持つ場合のロバスト安定性を保証する．条件 (iii) は，ノミナル閉ループ系の外乱抑制性能を保証する．

以下ではまず，問題 1 に対して H_∞ 制御系設計を適用すると，閉ループ系の H_∞ ノルムをほぼ 0 とし，かつ，物理パラメータを陽に含むシステムに近い補償器が得られることを，数値例により示す．

なお，以降では簡単のため，(ii) のロバスト安定性を考慮しない場合を考える．

3.3 補償器の構造

本論文では，5 つの補償器について性能を比較，検討する．すなわち P 補償器，PI 補償器， H_∞ 補償器，ノッチフィルタを導入した P 補償器，提案型補償器である．この節では各補償器の構造を示す．

(a) P 補償器 K_p

$$K_p = k_p \quad (3.14)$$

ここで k_p は比例ゲインである .

(b)PI 補償器 K_{pi}

$$K_{pi} = k_p + k_i \frac{1}{s} \quad (3.15)$$

ここで k_p は比例ゲイン , k_i は積分ゲインである .

(c) ノッチフィルタを組み合わせた P 補償器 K_{notch}

$$K_{notch} = k_p F \quad (3.16)$$

$$F = \frac{(s^2 + 2\zeta_1\omega_c s + \omega_c^2)}{(s^2 + 2\zeta_2\omega_c s + \omega_c^2)} \quad (3.17)$$

ここで , k_p は比例ゲインである . また , $\zeta_1=0.1$, $\zeta_2=2.0$ と設定する .

(d) H_∞ 補償器 K_{H_∞}

二慣性系の計算モデルを用いて設計する .

(e) 提案型補償器 $K_{a_0 a_1}$

$$K_{a_0 a_1} = \frac{-f(J_M, s)}{(a_1 s + a_0) f^2(0, s) - s} \quad (3.18)$$

ここで

$$f(0, s) = C_S s + K_S, \quad f(J_M, s) = J_M s^2 + C_S s + K_S$$

である .

第4章 物理パラメータに陽に依存する補償器

本章では、第3章で紹介した二慣性系の物理モデルに対する外乱抑制制御系の設計問題について補償器の構造と性能の関係について理論解析を行う。その結果を踏まえて次に、安定化パラメトリゼーションに基づいて、物理パラメータに陽に依存する補償器を導出する。

4.1 数値例と動機付け

第??章で実験的に示した補償器の構造と性能の関係を明らかにするために、物理モデルに基づいて補償器を設計を行い、達成される性能を比較する。

現有の実験装置を参考にして、各パラメータを以下のようにおく。

$$J_M = 2.01 \times 10^{-5}, J_L = 2.58 \times 10^{-4}, K_S = 0.53, C_S = 1.57 \times 10^{-4} \quad (4.1)$$

ここで K_S は、周波数応答実験により得た共振周波数 $f_a \doteq 26.8[\text{Hz}]$ を式 4.2 に代入し求めた。

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_S \left(\frac{1}{J_L} + \frac{1}{J_M} \right)} \doteq 26.8 \quad (4.2)$$

$$\therefore K_S \doteq 0.53$$

補償器の構造を制約しない場合

補償器の構造を制約しない場合には、問題 1 は、 $P(s)$ を一般化プラントとする \mathcal{H}_∞ 制御問題となる。そこで、Matlab `hinfsyn` を用いて補償器設計を行った。結果を図 4.1 の赤い実線に示す。共振周波数において(緑の破線)、ノッチ特性を有することがわかる。

また、このとき閉ループ系の \mathcal{H}_∞ ノルムは 3.1×10^{-4} となった。この値は、`hinfsyn` のオプション `TOLGAM` を小さくすることにより、さらに小さくなることから、 \mathcal{H}_∞ ノルムを限りなく 0 に近付ける安定化補償器が存在すると考えられる。しかし、物理パラメータが変化するたびに、 \mathcal{H}_∞ 制御問題を解く必要がある。また、物理パラメータと得られる補償器の関係も明らかではない。

一方、図 4.1 の青線は、閉ループ伝達関数を 0 とする $K(s)$ を表している。これを仮想的補償器とよび、 $K_*(s)$ と記載することとする。 $K_*(s)$ は次のように定まる。

命題 4.1 (3.13) 式において、 $G_{cl}(s) = 0$ となるための必要十分条件は、 $K(s) = K_*(s)$ が成り立つことである。ただし、 $K_*(s)$ は次式で与えられる。

$$K_*(s) = \frac{f(J_M, s)}{s} = J_M s + C_S + \frac{K_S}{s} \quad (4.3)$$

Fig. 4.1: 補償器の周波数特性

証明 (3.13) 式より明らかに次式が成り立つ .

$$K_*(s) = \frac{P_{11}(s)}{P_{11}(s)P_{22}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s)} \quad (4.4)$$

上式に (3.9) 式を代入すると ,

$$K_*(s) = \frac{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}}{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} - \frac{f^2(0, s)}{(f(J_L, s) + C_L)^2} P_{22}} = \frac{f(J_M, s)}{f(J_M, s) - \frac{f^2(0, s)}{f(J_L, s) + C_L}} \frac{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} \quad (4.5)$$

$$= \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f(J_M, s) (f(J_L, s) + C_L s) - f^2(0, s)} = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{s (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))} = \frac{f(J_M, s)}{s} \quad (4.6)$$

ただし ,

$$f(J_M, s)f(J_L, s) = s^2 Jf(\bar{J}, s) + f^2(0, s) \quad (4.7)$$

が成り立つことを用いた . □

$K_*(s)$ は物理パラメータに陽に依存しており , 物理パラメータが変更された場合でも , 容易に構成することが可能である . しかし , $K_*(s)$ はインプロパであり , そのまま実装することはできない . プロパとするために , 微分要素 s を不完全微分で近似することも考えられる . しかし , 近似した結果が内部安定化補償器となる保証はない .

さらに , そのような近似された補償器は原点極を除く右半平面に不安定極をもたないが , 上記 hinfsyn を用いて得られた補償器は不安定極を持つ . 補償器の極と零の配置を図 4.2 に示す . 実軸上の , 虚軸にほぼ対称な位置に , 二個の不安定極を持つことがわかる . このような補償器は , $K_*(s)$ を単純に近似することによっては得られない .

不安定な補償器は制御ループが切れた場合の安全性の観点から敬遠される場合も多いが , \mathcal{H}_∞ 制御系設計のように , 積極的に性能を最適化した場合にしばしば不安定な補償器が得られることがある . すな

わち，性能改善が重要視される場合には，不安定な補償器を表現できるような，自由度が高い補償器構造が望ましい場合がある．このような不安定な補償器は，従来の比例制御，比例・積分制御では表現できない．

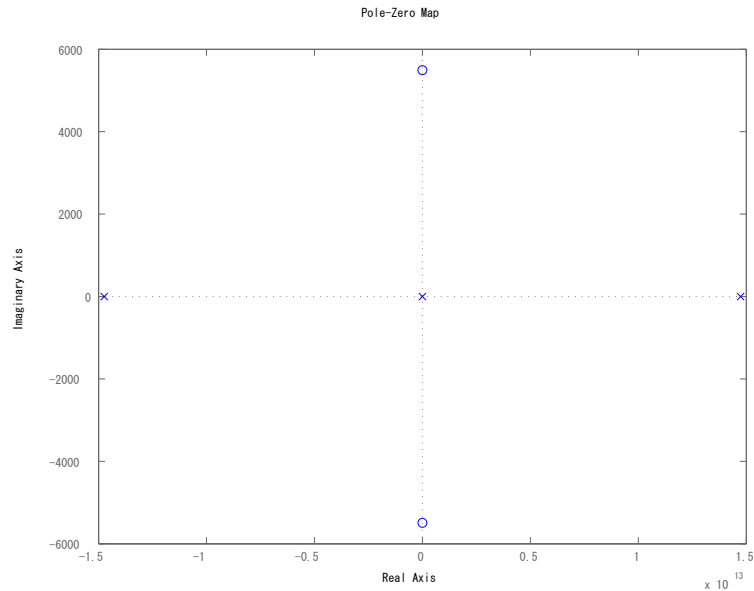


Fig. 4.2: 極零配置

比例制御の場合

補償器を $K(s) = K_P$ (定数) とおくと，閉ループ系が内部安定となるための必要十分条件は $K_P < 0$ となる (以降に示す補題 4.2 を参照のこと)．

種々の K_P に対して閉ループ系のゲイン特性をプロットした結果を図 4.3 に示す． K_P の絶対値が小さくなるにつれて，低周波数域のゲインが高くなっている．特に K_P が 0，すなわち開ループの場合には， T_L から ω_L の伝達関数が原点に近い極を持つため，低周波数域で高いゲインを示す．一方， K_P の絶対値が大きくなるにつれて，緑の破線で示した周波数 f_L

$$f_L := \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_S}{J_L}} \quad (4.8)$$

で高いピークゲインを持つ．これは，次のように解釈できる： $K_P \rightarrow -\infty$ とした制御系では，高いフィードバックゲインのために，駆動側モータは外乱によらずほぼ静止し，等価的に， $J_M \rightarrow \infty$ の制御系と同じ振舞をする．よって，比例制御の場合には，閉ループ系の \mathcal{H}_∞ ノルムを 0 に限りなく近付けることはできない．

以上のことから，二慣性系の外乱抑制問題において，補償器の構造が，達成可能な性能に制約を与えていることを，数値例により示した．次節では，このことを理論的に示す．

4.1.1 補償器の構造と達成可能な性能の関係

本節では，安定化補償器のパラメトリゼーションに基づいて問題 1 に対する解析解を構成し，それに基づいて補償器の構造と達成可能な性能の関係について検討する．

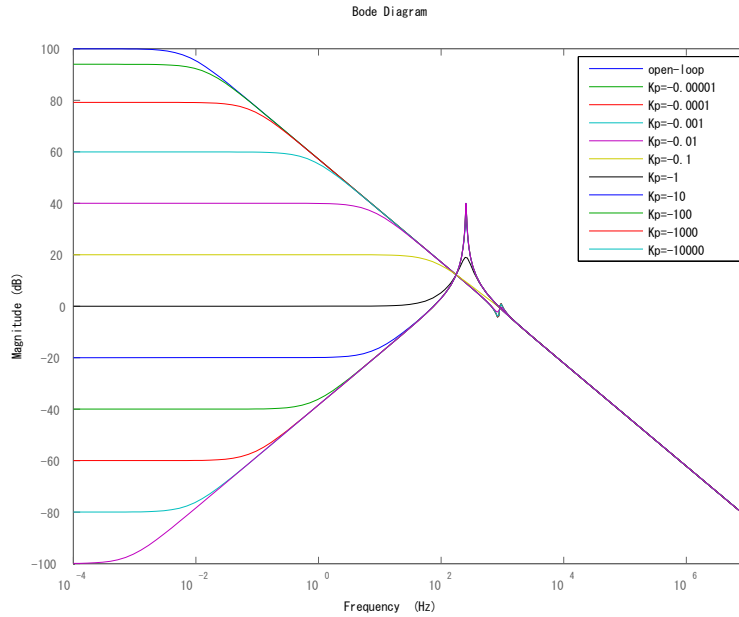


Fig. 4.3: P 制御での閉ループゲイン特性

安定化補償器のパラメトリゼーション

安定化補償器のパラメトリゼーションを用いて，問題 3.1 の解 $K(s)$ を解析的に構成することを考える．安定化補償器のパラメトリゼーションに関して，次の定理が知られている [2]

定理 4.1 (安定化補償器のパラメトリゼーション) $P(s)$ が安定であるとする．このとき，図 3.2 の制御系を内部安定化する，すべての安定化補償器は次式で与えられる．

$$K(s) = \frac{-Q(s)}{1 - P_{22}(s)Q(s)} \quad (4.9)$$

ただし， $Q(s)$ は任意の安定伝達関数である．

(4.9) 式を用いて， $T(s)$, $G_{cl}(s)$ のパラメトリゼーションを与える．まず，(3.9) 式より，次式が成り立つ．

$$P_{11}(s) = \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(s), \quad P_{12}(s) = P_{21}(s) = \frac{f(0, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(s) \quad (4.10)$$

$T(s)$, $G_{cl}(s)$ のパラメトリゼーションは次のように与えられる．

$$T(s) = \frac{P_{22}(s)K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} = \frac{\frac{-P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}}{1 + \frac{P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}} = -P_{22}Q \quad (4.11)$$

$$G_{cl}(s) = \frac{P_{11}(s) - (P_{11}(s)P_{22}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s))K(s)}{1 - P_{22}(s)K(s)} \quad (4.12)$$

$$= \frac{\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} + \left(\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}^2 - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 \right) \frac{Q}{1 - P_{22}Q}}{1 + \frac{P_{22}Q}{1 - P_{22}Q}} \quad (4.13)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22}(1 - P_{22}Q) + \left(\frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} \right) P_{22}^2 Q \quad (4.14)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 Q \quad (4.15)$$

$$= \frac{f(J_M, s)}{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)} - \frac{f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))^2} Q \quad (4.16)$$

以上より，問題 1 は次の問題に変換される．

問題 4.1 プラント $P(s)$ を (3.9) 式で与える． $W(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ は与えられた重み関数であるとする．このとき，次式を満足し，かつ， γ を最小化する $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ を求めよ．

(i) 次式が成り立つ．

$$\|WP_{22}Q\|_\infty < 1 \quad (4.17)$$

(ii) 次式が成り立つ．

$$\left\| \frac{f(J_M, s)}{f(J_L, s) + C_L s} P_{22} - \frac{f(0, s)^2}{(f(J_L, s) + C_L s)^2} P_{22}^2 Q \right\|_\infty < \gamma \quad (4.18)$$

本論文では，モデル化誤差が存在しない理想的な状況において，与えられた補償器の構造で達成可能な限界性能を明らかにするために，(i) の条件を考慮しない場合を考える．

補償器の構造が制約されない場合

安定化補償器のパラメトリゼーションにおいて， $G_{cl}(s) = 0$ を満足する $Q(s)$ を $Q_*(s)$ とおくと，(3.13) 式より，次式が成り立つ．

$$Q_*(s) = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)} \quad (4.19)$$

$Q_*(s)$ の分子多項式の次数が 5 次，分母多項式の次数が 2 次であることから， $Q_*(s)$ はインプロパであり，これに対応する実装可能な補償器は存在しないが，分母多項式に安定な 3 次多項式をかけ，全体として $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ となるようにすれば，対応する補償器は実装可能である．さらに，分母多項式にかける 3 次多項式が十分 1 に近くなるように調整すれば， $\|G_{cl}(s)\|_\infty$ はいくらでも 0 に近づく．すなわち，次の補題が成り立つ．

補題 4.1 問題 4.1 に対して， $\gamma \rightarrow 0$ とする $Q(s) \in \mathbf{RH}_\infty$ が存在する．

証明 $Q_*(s)$ を (4.19) 式で与える．正数 λ を用いて， $f_\lambda(s)$ を

$$f_\lambda(s) := (\lambda s + 1)^3 \quad (4.20)$$

とおくと，これは安定な 3 次多項式となり，

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_\lambda(s) = 1 \quad (4.21)$$

が成り立つ．このとき， $f^2(0, s) = (C_S s + K_S)^2$ も安定多項式であることから，次式の $Q_\lambda(s)$ は \mathbf{RH}_∞ に属す．

$$Q_\lambda(s) = Q_*(s) \frac{1}{f_\lambda(s)} = \frac{f(J_M, s) (sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s) f_\lambda(s)} \quad (4.22)$$

さらに, $\lambda \rightarrow 0$ のとき, $Q_\lambda(s) \rightarrow Q_*(s)$, $\gamma \rightarrow 0$ が成り立つ. このとき, $K(s)$ は

$$\begin{aligned} K(s) &= \frac{-Q_\lambda(s)}{1 - P_{22}(s)Q_\lambda(s)} = \frac{-\frac{f(J_M, s)(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)f_\lambda(s)}}{1 - \frac{f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_L s)}{f^2(0, s)f_\lambda(s)}} = \frac{-f(J_M, s)(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)f_\lambda(s) - f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_L s)} \\ &= \frac{-f(J_M, s)(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))}{f^2(0, s)(f_\lambda(s) - 1) - s(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))} \end{aligned} \quad (4.24)$$

となり, $f_\lambda(s) \rightarrow 1$ のとき, $K(s) \rightarrow K_*(s)$ が成り立つ. \square

すなわち, 補償器の構造が制約されない場合, γ をいくらでも小さくする補償器が存在する. \square

比例制御の場合

補題 4.2

$$K(s) = K_P \quad (4.25)$$

とおく. ただし, K_P は定数である. このとき, $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は,

$$K_P < 0 \quad (4.26)$$

が成り立つことである.

証明 閉ループ系の特性多項式は, $1 - P_{22}(s)K_P = 0$ より,

$$1 - \frac{J_L s^2 + C_S s + K_S}{s(J_M J_L s^2 + J(C_S s + K_S))} K_P = 0 \quad (4.27)$$

$$J_M J_L s^3 + (J C_S - J_L K_P) s^2 + (J K_S - C_S K_P) s - K_S K_P = 0 \quad (4.28)$$

フルビッツの安定判別を行うために,

$$H_3 = \begin{bmatrix} J C_S - J_L K_P & -K_S K_P & 0 \\ J_M J_L & J K_S - C_S K_P & 0 \\ 0 & J C_S - J_L K_P & -K_S K_P \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

とおくと, 閉ループ系が安定であるための必要十分条件は,

$$|H_1| = J C_S - J_L K_P > 0 \quad (4.30)$$

$$|H_2| = (J C_S - J_L K_P)(J K_S - C_S K_P) + K_S K_P J_M J_L \quad (4.31)$$

$$|H_3| = -K_S K_P |H_2| > 0 \quad (4.32)$$

である. 最後の式より, $K_P < 0$ でなければならない. このとき, $|H_1| > 0$ が成り立つ. また,

$$|H_2| = J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L K_P J K_S + J_L C_S K_P^2 + K_S K_P J_M J_L \quad (4.33)$$

$$= J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L K_P J_M K_S - J_L^2 K_P K_S + J_L C_S K_P^2 + K_S K_P J_M J_L \quad (4.34)$$

$$= J C_S (J K_S - C_S K_P) - J_L^2 K_P K_S + J_L C_S K_P^2 > 0. \quad (4.35)$$

以上より, 閉ループ系が内部安定となるための必要十分条件は $K_P < 0$ が成り立つことである. \square

次の補題は, 比例制御で達成可能な γ を特徴付ける.

補題 4.3 プラント $P(s)$ を (3.9) 式で与える． $K(s) = K_P$ 負定数とする．このとき，次式が成り立つ．

$$\inf_{K_P} \gamma > 0 \quad (4.36)$$

証明 $\gamma \rightarrow 0$ が達成されたと仮定する．このとき，零周波数において $G_{cl}(0) = 0$ が成り立たなければならない．ここで，(3.9) 式より，

$$P(0) = \begin{bmatrix} P_{11}(0) & P_{12}(0) \\ P_{21}(0) & P_{22}(0) \end{bmatrix} = \frac{1}{C_L K_S} \begin{bmatrix} K_S & K_S \\ K_S & K_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_L} & \frac{1}{C_L} \\ \frac{1}{C_L} & \frac{1}{C_L} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

が成り立つことから，次式が成り立つ．

$$G_{cl}(0) = P_{11}(0) + \frac{P_{12}^2(0)K_P}{1 - P_{22}(0)K_P} = \frac{1}{C_L} + \frac{\frac{K_P}{C_L^2}}{1 - \frac{K_P}{C_L}} = \frac{1}{C_L - K_P} \quad (4.38)$$

よって， $K_P \rightarrow -\infty$ でなければならない．ところがこのとき，

$$\begin{aligned} G_{cl}(j\omega) &= P_{11}(j\omega) + \frac{P_{12}^2(j\omega)K_P}{1 - P_{22}(j\omega)K_P} = P_{11}(j\omega) - \frac{P_{12}^2(j\omega)}{P_{22}(j\omega)} \\ &= \frac{f(J_M, s)}{sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)} - \frac{f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))(f(J_L, s) + C_L s)} \\ &= \frac{f(J_M, s)(f(J_L, s) + C_L s) - f^2(0, s)}{(sJf(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s))(f(J_L, s) + C_L s)} \\ &= \frac{s}{f(J_L, s) + C_L s} \end{aligned}$$

が成り立ち，非零の周波数 $s = j\omega$, $\omega \neq 0$ において，

$$|G_{cl}(j\omega)| > 0 \quad (4.39)$$

が成り立つ．特に， $\omega = \sqrt{\frac{K_S}{J_L}}$ のとき，

$$G_{cl}(j\omega) = \frac{j\sqrt{\frac{K_S}{J_L}}}{(C_S + C_L)j\sqrt{\frac{K_S}{J_L}}} = \frac{1}{C_S + C_L} \quad (4.40)$$

となり，減衰係数 C_S, C_L が小さいとき， $|G_{cl}(j\omega)|$ は大きなゲイン特性を示す．このことは $\gamma \rightarrow 0$ の仮定に反する．以上より，(4.36) 式が成り立つ． \square \square

以上より，外乱抑制制御系設計問題において，補償器の構造に制約がなければ $\gamma \rightarrow 0$ を達成する補償器が存在するが，補償器の構造が制約される場合には $\gamma \rightarrow 0$ とする補償器は存在しない．にもかかわらず，従来，比例制御や比例・積分制御等の簡単な構造の補償器が採用されている．次節では，補償器の構造が性能に与える制約を緩和するために，閉ループ伝達関数を 0 とする仮想的補償器の構造を含む補償器の設計法を示す．

4.1.2 物理パラメータに陽に依存する補償器

本節では，補償器の構造が性能に与える制約を緩和するために，(4.24) 式の $K(s)$ を用いた補償器の設計手法を提案する．

(4.24) 式の $K(s)$ はプラントのパラメータに陽に依存した補償器になっており、三次の安定多項式 $f_\lambda(s)$ を適切に設定すれば、 $\gamma \rightarrow 0$ を達成することができる。ただし、この次数は5次であり、 \mathcal{H}_∞ 補償器の次数 (プラントの次数と同一) の3次よりも大きい。その結果、従来の補償器に比べて実装は容易ではない。そこで、本節では低次の補償器を構成することを考える。その結果、得られる補償器は、(4.3) 式に示した仮想的補償器の分母多項式を変更した構造を持つことを示す。

補題 4.4

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s)}{\lambda f^2(0, s) - s} \quad (4.41)$$

とおく。ただし λ は正数であるとする。このとき、 $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は、次式が成り立つことである。

$$\lambda > \frac{J_M J_L}{J C_S (J K_S + C_L C_S) + J_M^2 C_L K_S + J_M C_L^2 C_S} \quad (4.42)$$

(4.41) 式の補償器は、仮想的補償器 $K_*(s)$ の分母多項式を変更した構造を持つことがわかる。

(4.42) 式より、 λ を十分大きく選べば閉ループ系は内部となる。 $\lambda \rightarrow 0$ のとき $K(s) \rightarrow K_*(s)$ より、(4.42) 式が成り立つ範囲で λ をできるだけ小さく選べば、外乱抑制性能が向上することが期待できる。

証明 (4.24) 式において、

$$f_\lambda(s) = \lambda (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) + 1 \quad (4.43)$$

とおくと (4.41) 式が成り立つ。よって、(4.41) 式の $K(s)$ が内部安定化補償器となるための必要十分条件は、(4.43) 式の $f_\lambda(s)$ が安定多項式となることである。 $f_\lambda(s)$ を整理すると、次式が成り立つ。

$$\frac{f_\lambda(s)}{\lambda} = J_M J_L s^3 + (J C_S + C_L J_M) s^2 + (J K_S + C_L C_S) s + C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \quad (4.44)$$

よって、フルビッツの安定定理より、 $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は、次の条件が成り立つことと等価である。

$$|H_3| > 0, \quad H_3 := \begin{bmatrix} J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} & 0 \\ J_M J_L & J K_S + C_L C_S & 0 \\ 0 & J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$|H_2| > 0, \quad H_2 := \begin{bmatrix} J C_S + C_L J_M & C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \\ J_M J_L & J K_S + C_L C_S \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$|H_1| > 0, \quad H_1 := J C_S + C_L J_M \quad (4.47)$$

各物理パラメータが正数であることから、 $|H_1| > 0$ が成り立つことは明らか。同様に、 $|H_2| > 0$ と $|H_3| > 0$ は等価な条件である。よって、 $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は、 $|H_2| > 0$ すなわち

$$(J C_S + C_L J_M)(J K_S + C_L C_S) - J_M J_L \left(C_L K_S + \frac{1}{\lambda} \right) > 0 \quad (4.48)$$

が成り立つことである。上式を整理すると、(4.42) 式と等価な条件となる。 \square \square

補題 4.4 の補償器の次数は2次で、プラントの次数 (3次) よりも低い。実装は容易だが、自由度が低く、望ましい性能が得られないことが考えられる。そこで、3次の補償器の設計法を以下に示し、以降ではこの補償器を本論文で提案する補償器として用いる。

補題 4.5 (提案手法)

$$K(s) = \frac{-f(J_M, s)}{(a_1 s + a_0) f^2(0, s) - s} \quad (4.49)$$

とおく．ただし a_0, a_1 は正数であるとする．このとき， $K(s)$ が安定化補償器となるための必要十分条件は，次式が成り立つことである．

$$|H_3| > 0 \quad (4.50)$$

ただし， H_3 は，以下の行列

$$H_4 := \begin{bmatrix} a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M) & a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S & 0 & 0 \\ a_1 J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) & a_0 C_L K_S + 1 & 0 \\ 0 & a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M) & a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S & 0 \\ 0 & a_1 J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) & a_0 C_L K_S + 1 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

の，左上 3×3 の部分行列である．

(4.50) 式より， a_0, a_1 を十分大きく選べば閉ループ系は内部安定となる． $a_0, a_1 \rightarrow 0$ のとき $K(s) \rightarrow K_*(s)$ より，(4.50) 式が成り立つ範囲で a_0 と a_1 をできるだけ小さく選べば，外乱抑制性能が向上することが期待できる．

証明 (4.24) 式において，

$$f_\lambda(s) = (a_1 s + a_0) (s J f(\bar{J}, s) + C_L f(J_M, s)) + 1 \quad (4.52)$$

とおくと (4.49) 式が成り立つ．よって，(4.49) 式の $K(s)$ が内部安定化補償器となるための必要十分条件は，(4.52) 式の $f_\lambda(s)$ が安定多項式となることである． $f_\lambda(s)$ を整理すると，次式が成り立つ．

$$f_\lambda(s) = a_1 J_M J_L s^4 + (a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M)) s^3 + (a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S)) s^2 + (a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S) s + a_0 C_L K_S + 1 \quad (4.53)$$

よって，フルビッツの安定定理より， $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は，次の条件が成り立つことと等価である．

$$|H_i| > 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (4.54)$$

ここで， H_1 は行列 H_4 の第 1 行第 1 列の要素， H_2 は H_4 の左上 2×2 の部分行列である．

まず，明らかに $H_1 > 0$ が成り立つ．次に， H_4 の第 4 行第 4 列の要素が正であることから， $|H_4| > 0$ は $|H_3| > 0$ と等価となる．さらに， $|H_2| > 0$ の条件は，

$$|H_2| = \left| \begin{bmatrix} a_0 J_M J_L + a_1 (J C_S + C_L J_M) & a_0 (J K_S + C_L C_S) + a_1 C_L K_S \\ a_1 J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) \end{bmatrix} \right| \quad (4.55)$$

$$= a_1 \left| \begin{bmatrix} a_1 (J C_S + C_L J_M) & -\frac{a_0^2}{a_1} (J C_S + C_L J_M) + a_1 C_L K_S \\ J_M J_L & a_0 (J C_S + C_L J_M) + a_1 (J K_S + C_L C_S) \end{bmatrix} \right| > 0. \quad (4.56)$$

これを整理すると，

$$a_0 (J C_S + C_L J_M)^2 + a_1 \left\{ J C_S (J K_S + C_L C_S) + C_L J_M^2 K_S + C_L^2 J_M C_S \right\} + \frac{a_0^2}{a_1} J_M J_L (J C_S + C_L J_M) > 0 \quad (4.57)$$

と等価となる．各物理パラメータが正であることから，上式は常に成り立つ．

以上より， $f_\lambda(s)$ が安定多項式となるための必要十分条件は， $|H_3| > 0$ が成り立つことである．□□

第5章 数値シミュレーション

5.1 周波数応答実験

ノミナルプラントを求めるために周波数応答実験を行い，Matlab Hinfyn を用いて H_∞ 補償器を設計した．

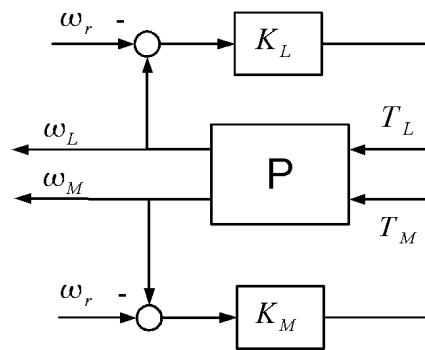


Fig. 5.1: Closed-loop system for frequency response measurement

周波数応答実験は静止摩擦力の影響を避けるために Fig.5.1 に示す速度制御系を構成し，目標速度 ω_r を一定速度周りで正弦波状に変化させ，そのときの指令トルク T_M, T_L に対する速度 ω_M, ω_L の応答を測定した． K_M, K_L はあらかじめ限界感度法によって設計した PI 補償器である．サンプリング周期 $125\mu\text{sec}, 10\text{Hz}, 3000\text{Hz}$ までの範囲で周波数応答実験を行った．実験結果を Fig.5.2 に示す．

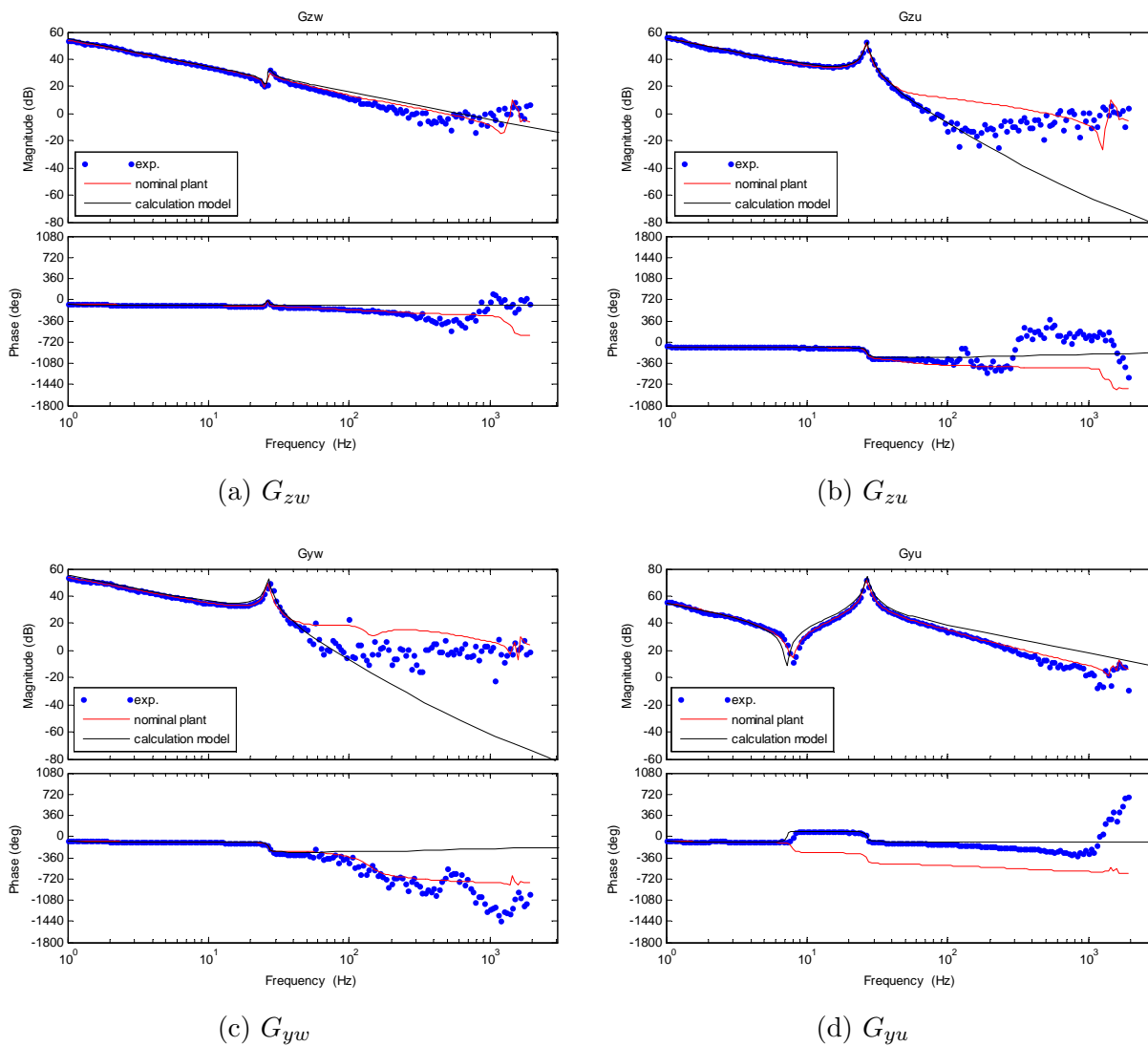


Fig. 5.2: Result of frequency response measurement

5.2 補償器設計

第4章の数値例を用いてシミュレーションを行い，提案型補償器とP,PI補償器，ノッチフィルタを組み合わせたP補償器， H_∞ 補償器の外乱抑制性能を比較する．まず，各補償器について γ が最小となるパラメータをFig.5.3に示すように数値的に探索し，Table 6.1の結果を得た． H_∞ 補償器は二慣性系の計算モデルでmatlabのhinfsynを用いて設計した．

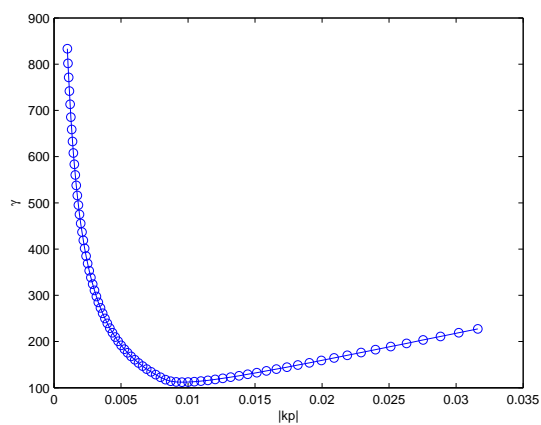
Table. 5.1: Parameters

補償器	Values	γ
K_p	$k_p = -0.0095$	112.1
K_{pi}	$k_p = -0.0113, k_i = 1.0 \times 10^7$	115.3
K_{notch}	$k_p = -0.0084$	186.2
K_{H_∞}	二慣性系の計算モデルを用いて設計	0.1590
$K_{a_0 a_1}$	$a_0 = 126.9, a_1 = 2.395$	95.98

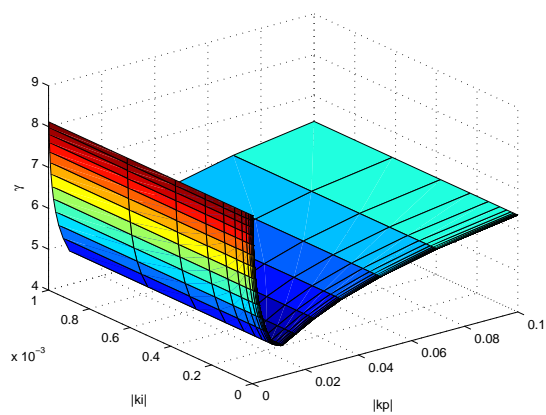
ここで，得られた H_∞ 補償器 K_{H_∞} と提案型補償器 $K_{a_0 a_1}$ のA行列固有値の実部の最大値はそれぞれ 8.129×10^{12} ，568.9であり，両者は閉ループ系を安定とする不安定補償器となっている．

各補償器のゲイン特性と位相特性をFig.5.4に，閉ループ系のゲイン特性をFig.5.5に示す．ただし， K_{H_∞} における閉ループゲインは他の補償器に比べ非常に小さいため，Fig.5.5では割愛する．

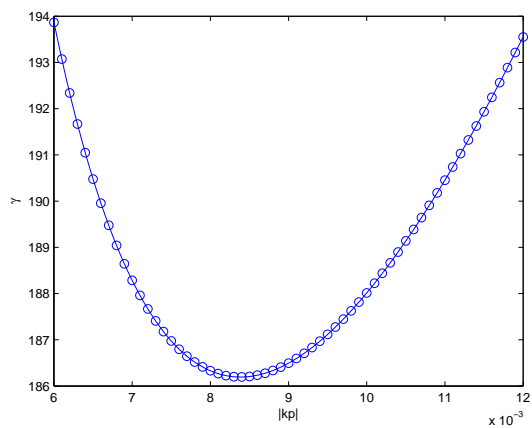
Fig.5.4で $K_{a_0 a_1}$ はノッチを含んだ特性を示しており，P補償器 K_p ，PI補償器 K_{pi} に比べ理想的な補償器 K_{ideal} とゲイン特性が似ている．ノッチフィルタを組み合わせたP補償器 K_{notch} も $K_{a_0 a_1}$ 同様，共振周波数において K_{ideal} と似たゲイン特性を示している．しかし，Fig.5.5に注目すると低周波域では K_{notch} は $K_{a_0 a_1}$ に比べゲインが高くなっている． $K_{a_0 a_1}$ は共振周波数付近にピークを持っているものの， K_{H_∞} を除いた他の補償器に比べ低周波域でのゲインは小さい． $K_{a_0 a_1}$ は共振周波数のゲインと引き換えに，全体的なゲインを下げているといえる．また，提案法は不安定な補償器も表現できるためパラメータの設定範囲がP制御やPI制御より広く自由度が高い．Fig.5.4，Fig.5.5より， $K_{a_0 a_1}$ は K_{pi} ， K_{notch} と同程度のパラメータ数で良好なゲイン特性を持つことが示された．



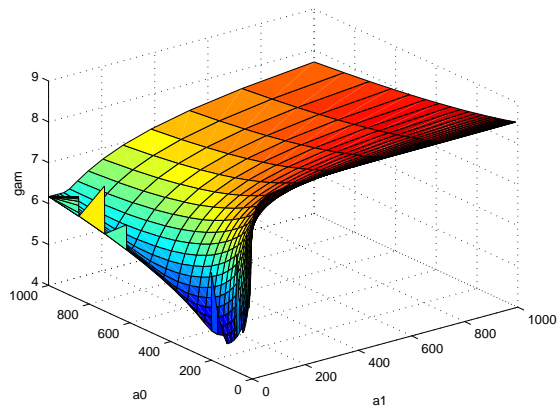
(a) Proportional controller



(b) Proportional-derivative control



(c) Proportional controller with notch filter



(d) Proposed controller

Fig. 5.3: Find of optimum values

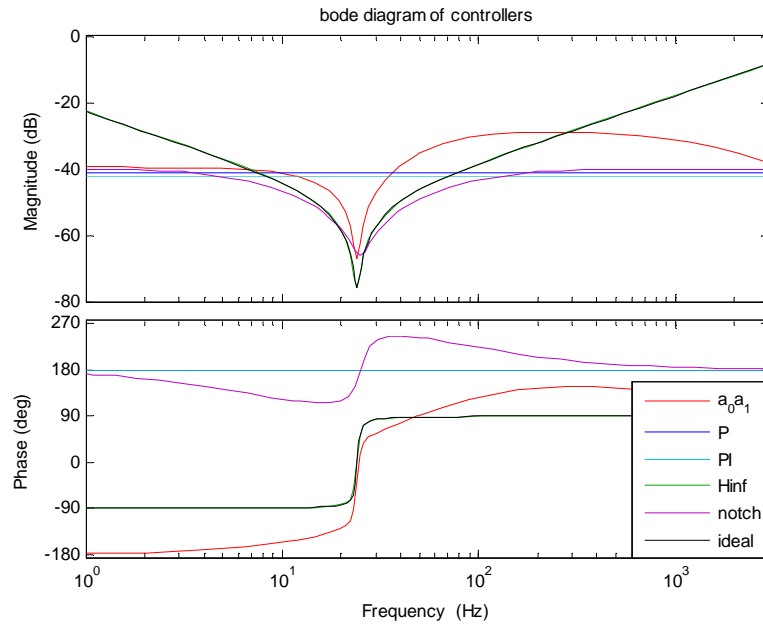


Fig. 5.4: Bode diagram of controllers

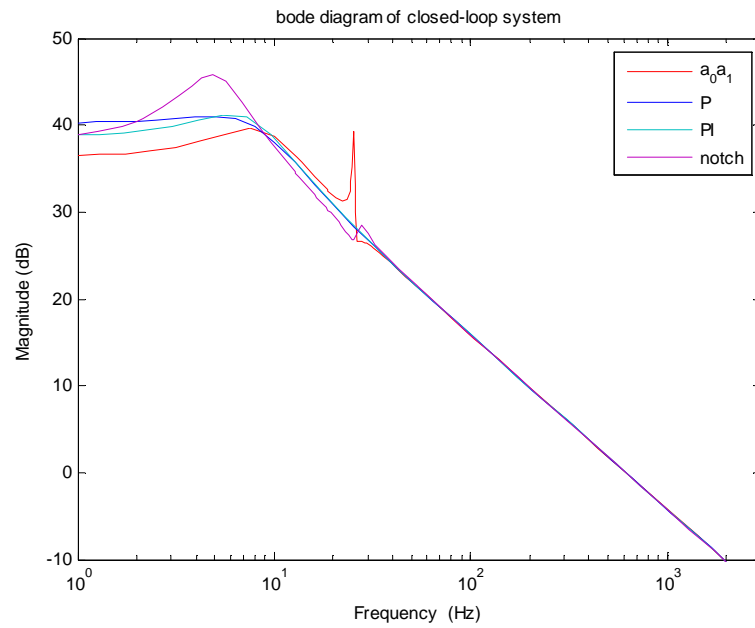


Fig. 5.5: Gain characteristic of closed-loop systems

5.3 P 補償器におけるノッチフィルタ

5.2章でノッチフィルタを組み合わせたP補償器の特性を示したが、Table 6.1に示したようにP補償器に比べ γ が高くなっている。そこでP制御におけるノッチフィルタの有用性を調べるために、ノッチ深さ ζ_2/ζ_1 を変更し、各ノッチフィルタにおいて最適な補償器を設計した。具体的には、まず $\zeta_1=0.1$ を与え、 ζ_2 を0.1~2.0まで変化させた F を設計する。次に、各フィルタにおいて H_∞ ノルムが最小となるPゲイン k_p を探索した。各フィルタを用いて設計したコントローラの閉ループゲイン線図をFig.5.6に、 ζ_2/ζ_1 と γ の関係をFig.5.7に示す。Fig.5.6とFig.5.7よりノッチ深さが大きくなるほど γ が大きくなっていることが分かる。従って、ノッチフィルタとP制御を組み合わせても閉ループゲイン特性が向上しないことが示された。

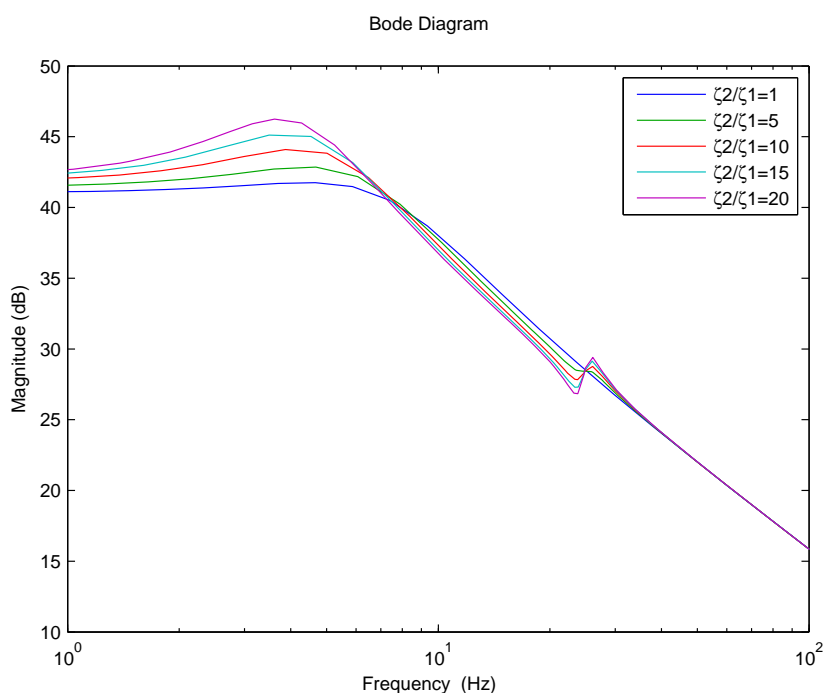
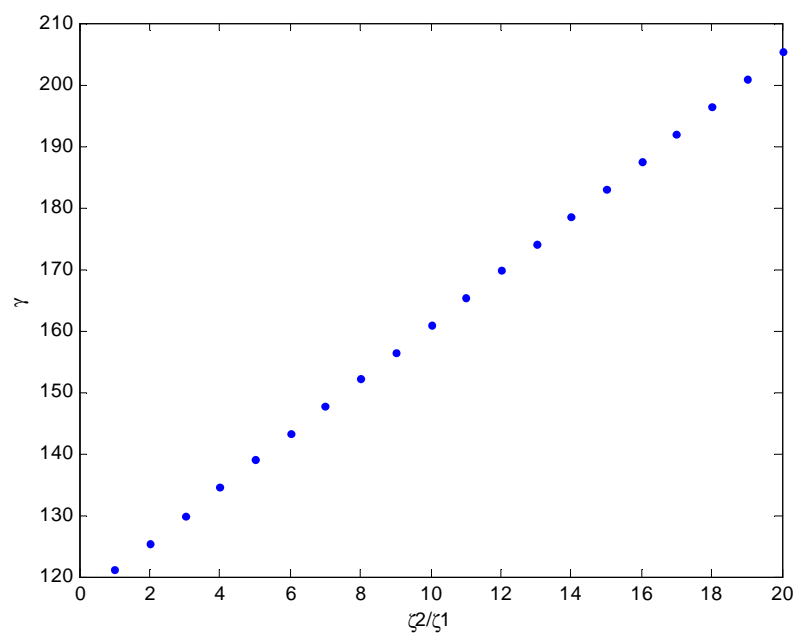


Fig. 5.6: Closed-loop systems of controller with notch filter

Fig. 5.7: Plot of ζ_2/ζ_1 vs. γ

第6章 制御実験

第5章でP補償器とPI補償器の特性がほとんど変わらないこと，P補償器にノッチフィルタを組み合わせても特性が向上しないことが示された．本章では，P補償器， H_{inf} 補償器，提案型補償器の3つの補償器について制御実験を行い，その結果を示す．

6.1 補償器設計

第5章では物理モデルを用いて補償器を設計したが，本章では周波数応答実験の結果を用いて補償器を設計する．設計した補償器のパラメータをTableに，各補償器のボード線図をFig.6.1に示す．ここで， H_{∞} 補償器と提案型補償器のA行列の固有値の実部の最大値はそれぞれ104.43，-300.8であり，提案型補償器は安定な補償器となった．

設計した補償器はMATLABのコマンドc2dを用い，サンプル時間250[μ sec]で離散化した．

Table. 6.1: Parameters

補償器	Values	γ
K_p	$k_p = -0.0126$	97.19
$K_{H_{\infty}}$	二慣性系の計算モデルを用いて設計	1.027
$K_{a_0 a_1}$	$a_0=140, a_1=3$	105.7

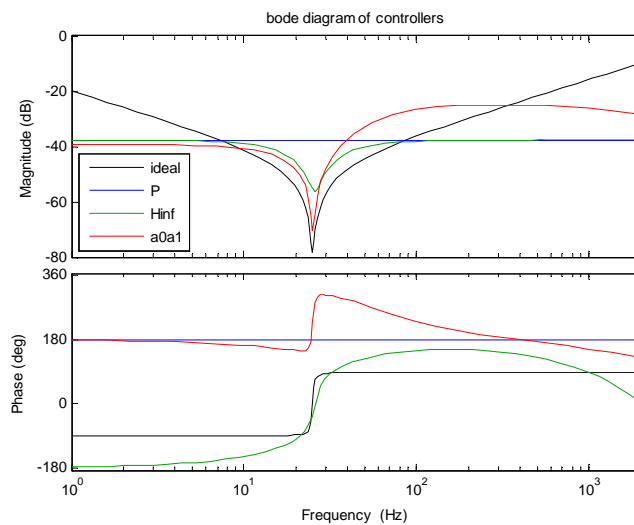


Fig. 6.1: Bode diagram of controllers

6.2 制御実験

設計した補償器を用いて2種類の速度制御実験を行った。

6.2.1 実験1

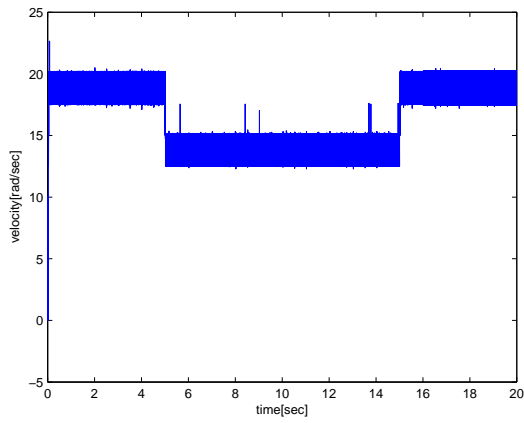
目標速度を $20[\text{rad}/\text{sec}]$ とし、 $5[\text{sec}]$ から $10[\text{sec}]$ の間、従動用モータに定格トルクの 0.1 倍である $0.0637[\text{Nm}]$ のトルクを加える。このときの従動用モータの速度を Fig.6.2(a), (b), (c) に示す。また、 $0[\text{sec}]$ から $0.5[\text{sec}]$ までの応答を拡大したものを Fig.6.2(a'), (b'), (c') に示す。

6.2.2 実験2

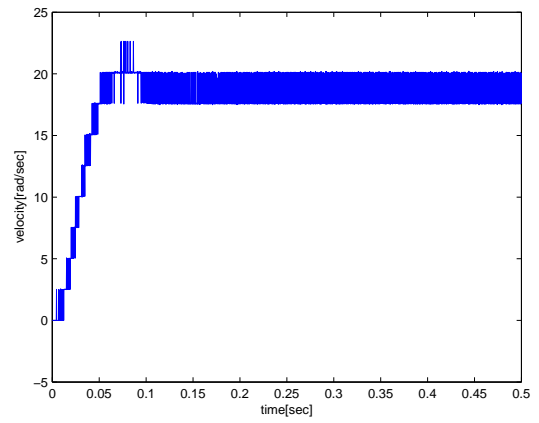
また、目標速度を $20[\text{rad}/\text{sec}]$ とし、 $7[\text{Hz}]$ の周期外乱を従動用モータから与えた。このときの従動用モータの速度を Fig.6.3 に示す。

6.3 考察

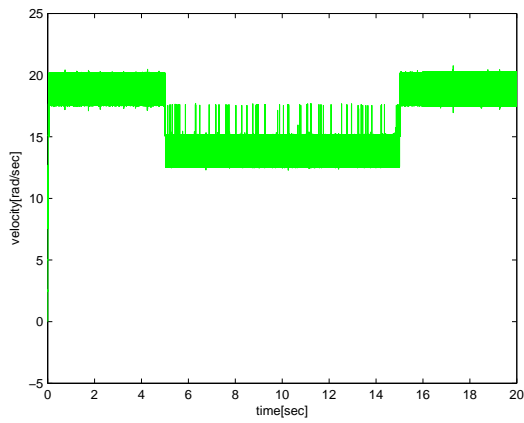
Fig.6.2(a), (b), (c), Fig.6.3 に示した時間応答では、大きな差が見られない。(a'), (b'), (c') に示した立ち上がりに注目するとオーバーシュートは H_∞ 補償器が一番小さく、比例補償器と提案型補償器にはほとんど差が見られない。各補償器の低周波域におけるゲインがほぼ同じため、結果に大きな違いが生じなかった。



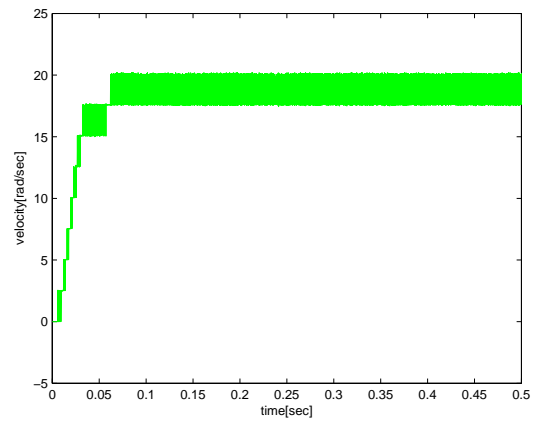
(a) P 補償器



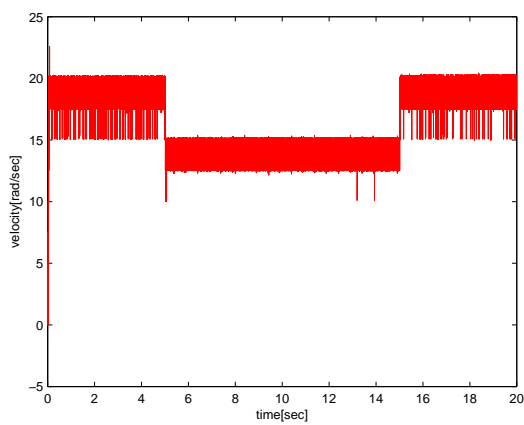
(a') P 補償器



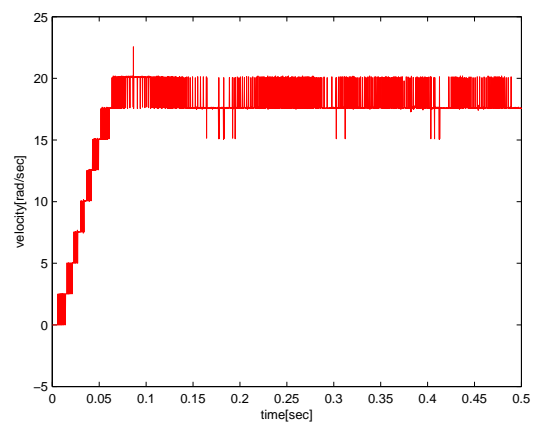
(b) H_∞ 補償器



(b') H_∞ 補償器

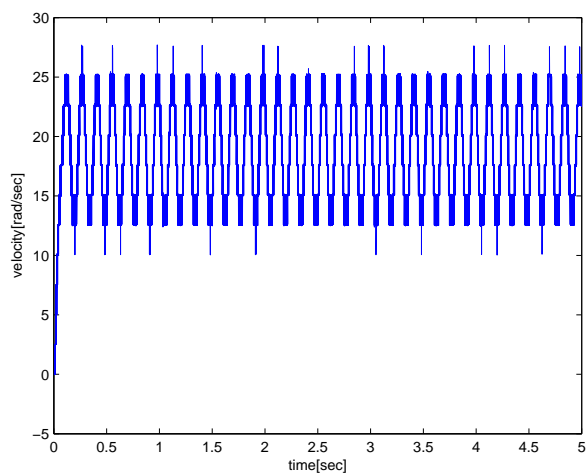


(c) 提案型補償器

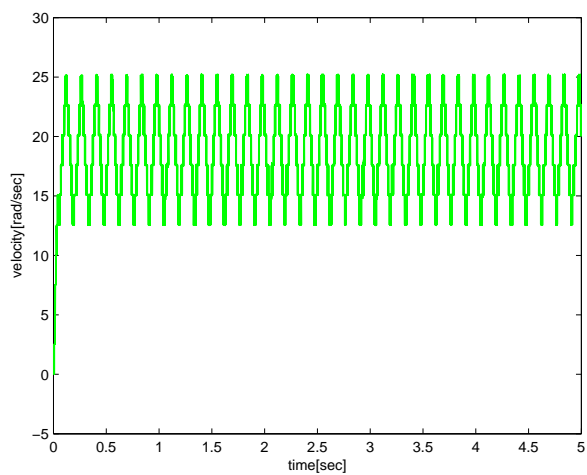
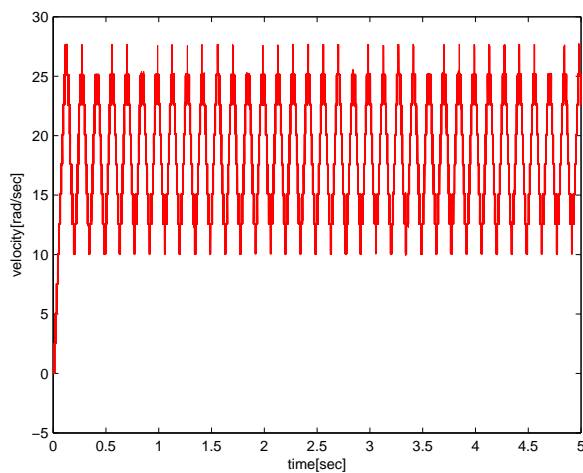


(c') 提案型補償器

Fig. 6.2: Experimental result(step disturbance)



(a) P 補償器

(b) H_∞ 補償器

(c) 提案型補償器

Fig. 6.3: Experimental result(sine-wave disturbance)

第7章 結言

本論文では二慣性系の外乱抑制問題に対して、物理パラメータに陽に依存する補償器の設計手法を提案した。まず、計算モデルを用いて提案手法と P,PI 補償器との外乱抑制性能を、閉ループ系の H_∞ ノルムによって評価し、比較した。その結果、提案手法を用いて設計した補償器は、2つの調整パラメータを適切に選ぶことで従来手法よりも高い外乱抑制性能を得られることを示した。

次に、提案補償器の有効性を検証するために、提案手法と P 補償器で外乱抑制性能を比較する実験を行った。実験は二慣性系の負荷側に外乱トルクを入力し、その際の速度変動の最大値で外乱抑制性能の評価を行った。その結果、実験においても提案手法は P 補償器よりも良い外乱抑制性能を得られた。以上の結果から、次のような見知を得た。

- 制御対象の物理パラメータを陽に含むため、物理パラメータが変化した場合に補償器の再設計を行う必要がない。調整パラメータの数は比例積分 (PI) 制御の場合と同等 (2つ) であり、同程度の手間で調整を行うことができる。
- 提案手法は H 補償器に似た動特性を有しており、従来の比例制御、比例積分制御等よりも構造に関する制約が少なく、不安定な補償器を表現することもできる。その結果、高い制御性能が得られる。

以上より本論文では二慣性系の外乱抑制問題において提案手法が有用であると考えられる。

本論文では速度制御と外乱抑制問題のみを扱ったが、位置制御、目標値追従問題に発展させていくのが今後の課題である。

参考文献

- [1] Yasuhide Kobayashi, Yuta Sugano, Tetsuya Kimura:
A Disturbance Attenuation Controller Design for Two-inertia Systems which Explicitly Depends on Physical Parameters(2010)
- [2] Guoguang Zhang, Junji Furusho: Speed Control of Two-Inertia System by PI/PID Control(2000)
- [3] 劉: 線形ロバスト制御, コロナ社 (2002)
- [4] 安川電機株式会社: $\Sigma - V$ シリーズユーザーマニュアル設計保守編 アナログ電圧・パルス列指令形
資料番号 SIJP S800000 45E
- [5] オリエンタルモーター株式会社: チューニングレス AC サーボモーターユニット NX シリーズ ユー
ザーズマニュアル