



平成28年度  
長岡技術科学大学 大学院  
工学研究科 修士論文

熱音響コアが多段接続された電力フィード  
バック型熱音響発電機の発振状況の推定と  
フィードバック回路の効果

Analysis of spontaneous oscillation condition for electricity-feedback  
thermoacoustic electric generator with multi-stage cores  
and effects of feedback circuit

長岡技術科学大学 大学院 工学研究科  
機械創造工学専攻 13304290

著者氏名 篠田将太郎

指導教員 小林泰秀 准教授

平成29年2月2日



# Abstract

2th,February,2017

Analysis of spontaneous oscillation condition for electricity-feedback traveling-wave thermoacoustic electric generator with multi-stage cores and effects of feedback circuit

No.13304290

SHINODA Shotaro

Department of Mechanical Engineering  
Nagaoka University of Technology

Thermoacoustic phenomenon has attracted attention as one means of utilizing relatively low temperature from waste heat automobiles and factories. When a sufficient temperature difference is applied to the both sides of a regenerator (stack) which has narrow flow channels, a sound wave occurs with resonance frequency of tubes in which the stack is installed. This phenomenon is called thermoacoustic spontaneous oscillation. Thermoacoustic electric generator converts vibration of air column to electric power. Traveling-wave thermoacoustic electric generator of looped-tube type has attracted much attention because of higher efficiency of heat-to-acoustic conversion than standing-wave thermoacoustic electric generator. However, the operating frequency of such systems is fixed because of the resonance frequency of acoustic system and mechanical system. Therefore, there is a problem that the power generation efficiency fluctuates to use the unstable heat sources.

In this research, electricity-feedback traveling-wave thermoacoustic electric generator is studied to solve this problem. The system has two linear motors installed at both sides of a thermoacoustic core (it consists of stack and exchangers) and electrical power is feedback via an electric circuit connected to the linear motors, which replaces the acoustic power feedback by looped tube in conventional looped tube traveling-wave thermoacoustic electric generator. It is expected that the operating frequency can be varied by regulating the electric circuits's coefficients, which makes the system free from the restriction by the resonance of acoustic system. In addition, compact system is expected because of the elimination of the acoustical resonance tubes.

In the previous study a stability analysis method of electricity-feedback thermoacoustic electric generator has been proposed on the basis of the Nyquist stability criterion and frequency responses of subsystems including the thermoacoustic core and linear motors.

In this research, in order to realize a traveling wave electric generator, we extend to deal with multi-stage cores. By using the proposed method, a suitable condition on tube length is analyzed by varying the distance between linear motors. As a result, it is shown that the resultant system actually

oscillates by using electricity-feedback. In addition, to investigate the effect of electricity-feedback on the oscillation situation of the system, analysis and experiments are carried out by changing the series resistance in the feedback circuit. The followings are conclusion.

**(1) Effect on Critical Temperature Ratio (CTR)**

By interpolating the temperature ratio between two frequency responses of experimentally obtained cores at different temperature ratios, a method to estimate CTR (minimum temperature ratio at which oscillation occurs) was proposed. Both estimation and experiments results showed that the CTR becomes lower when feedback circuit is directly connected compared with the case when feedback circuit is opened.

**(2) Effect on direction of acoustic power**

A method of estimating incoming/outgoing traveling-wave pressure components to/from the thermoacoustic core is proposed. Both estimation and experiments results showed that acoustic power flows in the same direction of acoustic power amplification by core when feedback circuit is directly connected, and that acoustic power flows in both direction from the core when feedback circuit is opened.

**(3) Effect on feedback electric power**

With a variation of series resistance in feedback circuit. The feedback electric power was analyzed by using proposed method. Both estimation and experiments results showed that the feedback electric power flows in the same direction to acoustic power amplification by the core and the power becomes larger as the resistance value of the circuit becomes smaller.

In summary, it was experimentally shown that an energy loop in the same direction of core's amplification exists through acoustic and electric power by electricity-feedback, which suggested the practical feasibility traveling-wave thermoacoustic electric generator.

# 目次

第1章 緒言	9
第2章 熱音響現象について	11
第3章 実験装置	13
3.1 熱音響コアの構成	14
3.2 熱音響コアの周波数応答取得系	16
3.3 リニアモータの構成	17
3.4 リニアモータの電気-音響特性取得系	19
3.5 電力フィードバック型熱音響発電機の構成	20
第4章 熱音響コアが多段接続された電力フィードバック型熱音響発電機の安定性解析	21
4.1 安定性解析概要	21
4.2 管路長が一定の場合におけるコア多段解析	27
4.2.1 解析及び発振実験結果	28
4.3 コアが一定数の場合に管路長を調節した安定性解析	38
4.3.1 解析結果	39
4.3.2 リニアモータ端子電圧 $v_{s1}$ , $v_{s2}$ の位相差の解析	43
4.3.3 発振実験結果及び考察	44
第5章 電力フィードバックが発振状況へ与える効果	48
5.1 臨界温度比における効果	48
5.1.1 温度比の内挿によるコアの周波数応答の算出	48
5.1.2 発振実験及び解析結果	50
5.2 音響パワーの流れ方向における効果	59

5.2.1	音響パワーストリームの実測 . . . . .	59
5.2.2	定常発振時進行波圧力成分の解析手法概要 . . . . .	61
5.2.3	解析結果 . . . . .	62
5.3	環送電力における効果 . . . . .	64
5.3.1	環送電力の実測と周波数応答に基づくエネルギー流の推定 . . . . .	64
5.3.2	解析結果 . . . . .	78
<b>第 6 章 結言</b>		<b>81</b>
<b>第 7 章 今後の課題</b>		<b>83</b>
<b>参考文献</b>		<b>85</b>

## 目 次

3.1	Photograph of thermoacoustic core . . . . .	15
3.2	Photograph of stack . . . . .	15
3.3	Apparatus for measuring frequency response of thermoacoustic core . . . . .	16
3.4	Photograph of linear motor . . . . .	18
3.5	Photograph of voice coil . . . . .	18
3.6	Apparatus for measuring frequency response of linear motor . . . . .	19
3.7	Electricity-feedback thermoacoustic electric generator with $n$ -stage cores . . . . .	20
4.1	Closed-loop system . . . . .	26
4.2	Frequency response of $G_{\text{core}_1}$ . . . . .	28
4.3	Frequency response of $G_{\text{core}_1}$ (expanded) . . . . .	29
4.4	Frequency response of $G_{\text{core}}$ ( $n = 2 \sim 5$ ) . . . . .	30
4.5	Frequency response of $G_{\text{other}}$ . . . . .	31
4.6	Nyquist plot for $n = 1$ . . . . .	33
4.7	Nyquist plot for $n = 1$ (expanded) . . . . .	33
4.8	Nyquist plot for $n = 2$ . . . . .	36
4.9	Nyquist plot for $n = 3$ . . . . .	36
4.10	Nyquist plot for $n = 4$ . . . . .	37
4.11	Nyquist plot for $n = 5$ . . . . .	37
4.12	The phase difference between $v_{s1}$ and $v_{s2}$ . . . . .	38
4.13	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 1.256\text{m}$ . . . . .	40
4.14	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 1.756\text{m}$ . . . . .	40
4.15	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 2.256\text{m}$ . . . . .	41
4.16	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 2.756\text{m}$ . . . . .	41



4.17	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 2.956\text{m}$ . . . . .	42
4.18	Nyquist plot at $L_{\text{tube}} = 3.156\text{m}$ . . . . .	42
4.19	Frequency response from $v_{s1}$ to $v_{s2}$ . . . . .	43
4.20	Pressure amplitude time response (measured) . . . . .	45
4.21	Pressure amplitude time response (caseA) . . . . .	46
4.22	Pressure amplitude time response (caseB) . . . . .	46
5.1	Interpolated frequency response of $G_{\text{core1}}$ ( $\alpha = 0.5$ ) . . . . .	49
5.2	Nyquist plot at $T_H = 400\text{ }^\circ\text{C}$ ( $f = 40\sim 200\text{Hz}$ ) . . . . .	51
5.3	Nyquist plot at $T_H = 400\text{ }^\circ\text{C}$ ( $f = 30\sim 200\text{Hz}$ ) . . . . .	51
5.4	Interpolated frequency response of $G_{\text{core1}}$ ( $\alpha = 0.125$ ) . . . . .	52
5.5	Nyquist plot at $T_H = 312.5\text{ }^\circ\text{C}$ . . . . .	54
5.6	Nyquist plot at $T_H = 325.0\text{ }^\circ\text{C}$ . . . . .	54
5.7	Nyquist plot at $T_H = 350.0\text{ }^\circ\text{C}$ . . . . .	55
5.8	Nyquist plot at $T_H = 362.5\text{ }^\circ\text{C}$ . . . . .	55
5.9	Analysis and experimental results of oscillating frequency . . . . .	58
5.10	Analysis and experimental results for CTR . . . . .	58
5.11	Pressure amplitude time response ( $R = 0$ ) . . . . .	60
5.12	Pressure amplitude time response ( $R = \infty$ ) . . . . .	60
5.13	Nyquist plot at $T_H = 320\text{ }^\circ\text{C}$ ( $R = 0$ ) . . . . .	63
5.14	Nyquist plot at $T_H = 355\text{ }^\circ\text{C}$ ( $R = \infty$ ) . . . . .	63
5.15	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 0$ ) . . . . .	65
5.16	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 1$ ) . . . . .	65
5.17	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 4.7$ ) . . . . .	66
5.18	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 10$ ) . . . . .	66
5.19	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 47$ ) . . . . .	67
5.20	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 75$ ) . . . . .	67
5.21	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 100$ ) . . . . .	68
5.22	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 120$ ) . . . . .	68

5.23	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 220$ ) . . . . .	69
5.24	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 470$ ) . . . . .	69
5.25	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 820$ ) . . . . .	70
5.26	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 1500$ ) . . . . .	70
5.27	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 2000$ ) . . . . .	71
5.28	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = 4700$ ) . . . . .	71
5.29	Terminal voltage $v_{s1}$ and $v_{s2}$ amplitude time response ( $R = \infty$ ) . . . . .	72
5.30	Terminal voltage $v_{s1}$ amplitude time response (approximated) . . . . .	73
5.31	Terminal voltage $v_{s2}$ amplitude time response (approximated) . . . . .	73
5.32	Measurement of feedback power at each resistance . . . . .	77
5.33	Measurement of power consumption at each resistance . . . . .	77
5.34	Prediction and measurement of oscillation frequency for each resistance . . . . .	79
5.35	Behavior of $d_{\min}$ at two frequencies . . . . .	80
5.36	Prediction of feedback power at each resistance . . . . .	80

# 表 目 次

3.1	Experimental equipment . . . . .	13
4.1	Analysis and experimental results for Fig. 3.7 ( $n=1$ ) . . . . .	34
4.2	Analysis result for tube length . . . . .	39
4.3	Pressure amplitude and phase (caseA, caseB) . . . . .	47
5.1	Analysis results . . . . .	53
5.2	Experimental results . . . . .	56
5.3	Pressure amplitude and phase ( $R = 0, R = \infty$ ) . . . . .	60
5.4	Calculated traveling-wave pressure components . . . . .	62
5.5	Experimental and analysis results . . . . .	75
5.6	Analysis results . . . . .	79

# 第1章 緒言

未使用のまま捨てられてきた、比較的低温度の自動車や工場廃熱を回収・利用する手段の一つとして熱音響現象の応用が注目されている [1]。管内に設置した細かな流路を持つ円筒型の蓄熱器 (以後スタックと呼ぶ) の両端に高温側・低温側の熱交換器を設置し、スタックに温度勾配を与えることで管内音波が増幅され音響系の共鳴現象が生じる。この現象を熱音響自励発振と呼ぶ。熱音響自励発振により生じる管内の気柱振動を発電機に与えることで、投入した熱エネルギーから電力を得ることができる。

熱音響コア (スタック, 高温側及び低温側熱交換から構成される) とループ状の管路から構成される進行波型熱音響発電機は, 直管から構成される定在波型に比べ, 熱-音波変換効率が高いことが利点として知られている。ただし, 管路の音響系による共振とリニアモータ可動部の機械系による共振に依存して動作周波数が固定であるため, 熱源の温度変化により, 発電効率が変動する課題がある。

本研究では, この課題を解決するために提案されている電力フィードバック型進行波型熱音響発電機 [2] を取り扱う。これは熱音響コアの両端にリニアモータを設置し, ループ管進行波型発電機の音響パワーのフィードバックを電力のフィードバックに置き換えたシステムである。電気回路を経由することで音響系の共振に制約されず, 発電機の小型化も期待できる。ただし電力フィードバック型熱音響発電機が, 実際に進行波型として発振した例は知られていない。本研究の最終目標は, 実際にそのように発振するシステムを構築することである。そのために, 電力フィードバックが発振状況に与える効果を検証し電力フィードバックによってシステムが進行波型発電機に近づくことを示す。

これまでに, 実験的に得られた熱音響コアの周波数応答とリニアモータの電気-音響特性からナイキストの安定判別を用いて電力フィードバック型熱音響発電機の発振の可否並びに発振余裕を推定する手法 [3] [4] が提案されている。取得された各周波数応答を用いて熱音響コアを制御対象, それ以外を補償器とした進行波音波を入出力信号とする閉ループ系とみなし安定性解析を行うことでシステムの安定/不安定を判別するものである。熱音響現象はジェットエンジンなどの機械的損傷を及ぼす要因として古くから知られており, これらを抑制する研究が数多く行われている [5]。これに対し本研究が扱う熱音響発電機や熱音響システムは, 閉ループ系が不安定となる条件を得ることを目的としたものであり, 比較

的最近になって研究が進められている。

本研究では第4章にてまず、進行波型発電機を実現するために、提案手法を熱音響コアを多段接続した場合へと拡張する。第4.1節にてコア一段の場合を取り扱う提案手法を、コア多段の場合に拡張した手法概要について説明する。第4.2～4.3節では拡張手法を用いて安定性解析を行い、コアを一定数接続し管路長を調整することで電力フィードバックを使って発振する予測となること、さらに発振の可否が実験結果と整合することを示す。また管路長の調整がシステムに与える効果について検証する。第5章では発振したシステムを対象に、フィードバック回路の直列抵抗をいくつか変化させて解析及び実験を行い、電力フィードバックがシステムの発振状況に与える効果を検証する。第5.1節ではシステムの発振が生じる臨界温度比を実測・解析する。異なる温度比で取得された二つのコアの周波数応答を内挿補間し臨界温度比を推定する手法を提案する。解析・実測結果共に回路開放時に比べて短絡時の方が臨界温度比が低くなることを示す。第5.2節では管内の音響パワーの流れ方向を実測・予測する。定常発振状態においてコア部に流入・流出する進行波圧力成分の比を解析的に求める手法を提案する。解析・実測共に回路短絡時はコアの音波増幅方向に、開放時はコアの周囲方向に音響パワーが流れることを示す。第5.3節ではフィードバック回路を循環する環送電力を実測、また提案手法を用いて解析する。解析・実測共に回路が開放から短絡に向かうにつれコアの音波増幅方向へ向かう環送電力が大きくなることを示す。最後に、第6節で結言を述べ、今後の課題を第7節で述べる。

## 第2章 熱音響現象について

熱音響エンジンは、熱音響現象を利用した外燃機関である。熱音響コアと共鳴管によって構成される。一般に、自由空間内を音波が伝搬するとき、作動流体や周囲物との熱交換は行われず、断熱圧縮変化となる。一方で、スタックのような極めて狭い流路内を音波が伝搬するとき、スタック内の流路壁近傍の流体は等温圧縮変化となる。ゆえに流路壁と作動流体との熱交換が行われ、熱流と音響パワーの相互変換が生じる。このような熱エネルギーと音エネルギーの相互エネルギー変換現象を、熱音響現象と呼ぶ [6]。

熱音響現象は歴史上、古くから確認されている。1850年、Soundhauss によって丸底フラスコ形状の Soundhauss 管に対して丸底部分を加熱し続けると自励発振が生じる現象が報告され、1859年には、Rijke によって円筒管を垂直に立て、全長の下から四分の一の位置に金網を設置しこの部分を加熱することで共鳴が生じる Rijke 管が報告されている [7]。また日本においても、江戸時代の読本作品にも登場する「吉備津の釜」が同様の現象として報告されている [8]。

熱音響エンジンは、熱力学サイクル的にはスターリングエンジンと等しく、発振が生じることで引き起こされる気柱振動がスターリングエンジンにおけるピストンの役割を担う [9]。また外燃機関であり使用する熱源を選ばず、200~300℃の比較的低温で動作可能なため、工場や自動車廃熱の回収・利用が期待されている。スターリングエンジンに比べ、熱音響エンジンは単純な共鳴管とスタック、熱交換器から成るため低コストで構成可能なメリットを持つ。また効率面でも、1999年に Backhauss らによってカルノー効率の41%を達成する進行波型熱音響エンジン [10] が開発されており、低コストで開発できかつ廃熱駆動できる熱機関として、高い潜在性を持つ技術として注目されている。

熱音響エンジンは一般に、生じた音響パワーをもう一つのスタックに与えることで生じる温度勾配を利用して冷却を行う熱音響冷凍機 [11]、音響パワーをスピーカ（電気-音響相互変換器）に与えて電力に変換する熱音響発電機 [12] に用いられる。熱音響冷凍機は、アイスクリームのキャビネットを冷却する冷凍機の開発 [13] や、近年では船舶の廃熱を利用していけすを冷却する実用化例も報告されている [14]。熱音響発電機は、実用化を目指す研究の一例として、発展途上国の農村地に住む人々の生活の質を向上するために、安価な発電機の開発を目指す SCORE プロジェクト [15] があり、薪ストーブや調理コンロ

の廃熱から発電を行う熱音響発電機 [16] [17] [18] が研究開発されている。

熱音響コアは、スタックに流入する音響パワーを増幅させる。その音響パワー増幅率  $G$  は、スタックに流れ込む音響パワー  $W_{IN}$  と流れ出る音響パワー  $W_{OUT}$  との比であり、粘性による損失が無い理想的な場合を仮定すると増幅率  $G$  は

$$G = \frac{W_{OUT}}{W_{IN}} = \frac{T_H}{T_C} \quad (2.1)$$

のようにスタックの高温端温度  $T_H$ , 冷却端温度  $T_C$  の比に達することが知られている。また、同一の温度比を持つコアを  $n$  段 直列に多段接続した場合、増幅率  $G$  は

$$G = \left( \frac{T_H}{T_C} \right)^n \quad (2.2)$$

のように段数のべき乗に達する [19]。よってコア一段当たりの  $T_H/T_C$  が小さい場合でも大きな増幅率を得ることができ、従来再利用が困難な低温熱源の使用が可能となる。本論文ではこの知見から、多段コアによる音響パワー増幅を利用し進行波型で駆動する電力フィードバック型熱音響発電機を目指す。

## 第3章 実験装置

本章では、熱音響コアの構成とコア部の周波数応答取得系、リニアモータの構成とリニアモータの電気-音響特性取得系、電力フィードバック型熱音響発電機の構成概要について述べる。各使用機器の仕様をまとめたものは Table 3.1 に示される。

Table 3.1: Experimental equipment

Stack	NGK INSULATORS honey-comb ceramics 600 cpi $l = 55\text{mm}$ , $\phi = 50\text{mm}$
Loudspeaker	FOSTEX FW108N
Power Amp.	YAMAHA P1000S
PC	Dell PowerEdge840 (RTAI3.6.1/Linux kernel 2.6.20.21)
A/D, D/A	CONTEC AD12-16(PCI), DA12-4(PCI) (12bit, $\pm 5\text{ V}$ , $10\mu\text{ sec}$ )
Thermometer	ANRITSU HPD-2234
Cartridge heater	HAKKO HLE1201 (100W)
Sheath heater	HAKKO SWD1040 (400W)
Thermo cont.	HAKKO DGC2310
Pressure sens.	NAGANO KEIKI KP15
Bellows	IRIE KOKEN NS151-1 $l = 30\text{mm}$ , $\phi = 51\text{mm}$ , $k = 7.13\text{N/mm}$
Linear motor	FOSTEX FW208N
Oscilloscope	LeCroy W wave Jet 324A (200MHz)
Chiller	EYELA NCC-1110



### 3.1 熱音響コアの構成

熱音響コアの外観を Fig. 3.1 に示す。コア部の全長  $L_{\text{core}} = 436\text{mm}$  で、厚み  $0.1\text{mm}$  のステンレス管、直径  $50\text{mm}$ ・長さ  $55\text{mm}$  で約  $1\text{mm}$  の細管流路を持つハニカムセラミックス製のスタック (外観を Fig. 3.2 に示す)、中央右の高温側熱交換器一個、両側の低温側熱交換器二個と塩ビフランジなどから構成される。右側の低温側熱交換器はスタックの片端面を冷却するため、左側の低温側熱交換器は左側の塩ビ管の保護用に設置されている。左右の低温側熱交換機に塩ビ製フランジが設置され管路と接続される。高温側熱交換器は隙間  $1\text{mm}$ 、幅  $10\text{mm}$  のフィンを持つ銅製の正方形ブロックで、四辺に挿入された四本のカートリッジヒータで加熱されサーモコントローラによって温度調整される。低温側熱交換器は隙間  $1\text{mm}$ 、幅  $5\text{mm}$  のフィンを持つ銅製の正方形ブロックで、水冷チラーを介した循環水によって冷却される。熱電対で熱交換器の表面温度  $T_H$  と  $T_C$  が測定される。スタック壁面上を  $T_H$  から  $T_C$  へ図の右方向へ向かう熱流と釣り合うように、進行波の音響パワーが増幅される。

本論文中では最大で五個のコアを用いるが、高温側熱交換器の加熱にシーズヒータを用いた全長  $396\text{mm}$  のコアが二個含まれる。ただしコアに投入される合計熱容量 (カートリッジヒータ  $100\text{W} \times 4$  の場合とシーズヒータ  $400\text{W} \times 1$  の場合) やスタックなど同一の構成であるため、簡単のため本論文中の解析では全てのコアの性能は等しく、 $L_{\text{core}} = 436\text{mm}$  として扱われる。

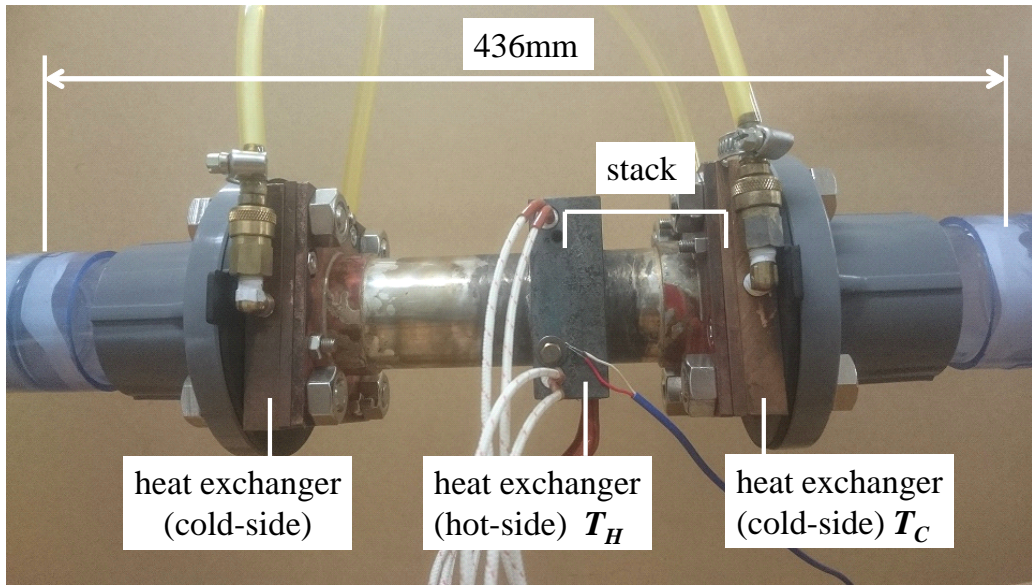


Fig. 3.1: Photograph of thermoacoustic core

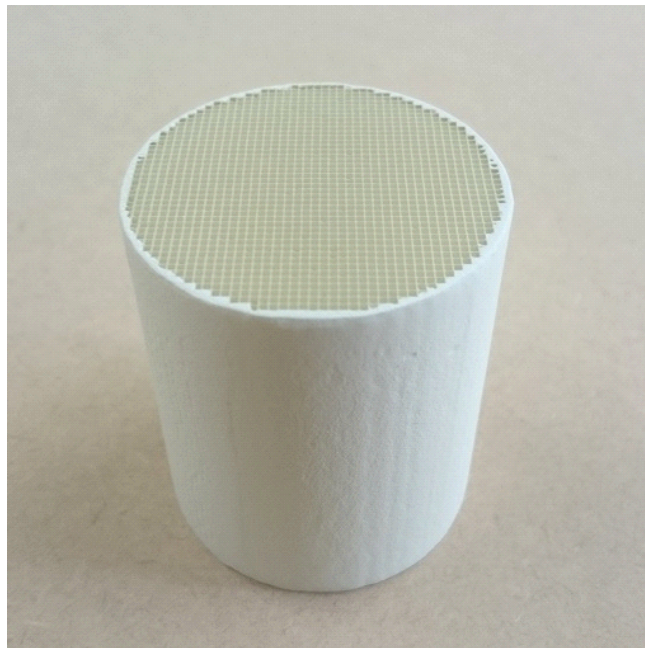


Fig. 3.2: Photograph of stack

### 3.2 熱音響コアの周波数応答取得系

実験装置の構成図を Fig. 3.3 に示す。中央部に熱音響コア，左右に周波数応答測定部 I, II が接続され，左右のスピーカ (SPK1, SPK2) を交互に駆動することでコア部の周波数応答が計測される。周波数応答測定部は，内径 50mm の塩ビ管から構成され，端に音源一個，圧力センサ二個が距離  $l_s := 0.768\text{m}$  離れて設置される。測定対象の端から近接する圧力センサまでの距離  $\Delta l = 34\text{mm}$  である。パソコンの D/A 出力  $w$ ,  $u$  がパワーアンプを介して音源を駆動し，圧力センサの出力電圧  $p_{s1}$ ,  $p_{c1}$ ,  $p_{c2}$ ,  $p_{s2}$  を A/D 変換しパソコンに取り込む。なお，各センサを区別する添え字の  $c$  はコア側， $s$  はスピーカ側を意味するものである。

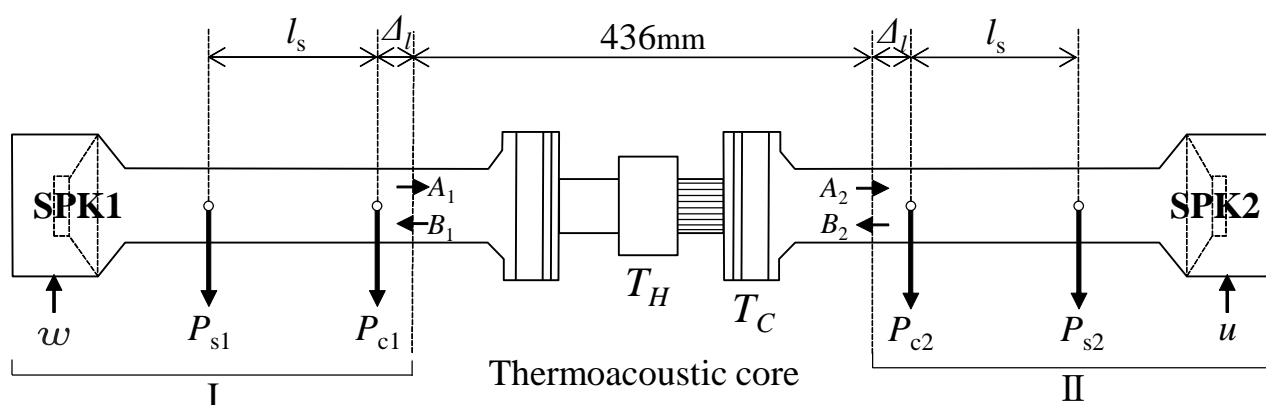


Fig. 3.3: Apparatus for measuring frequency response of thermoacoustic core

### 3.3 リニアモータの構成

リニアモータの外観を Fig. 3.4 に示す。本研究ではリニアモータとしてオーディオスピーカを取り扱う。ただし、オーディオスピーカはダンパやコーン紙など機械抵抗となる要素が多く高い発電効率は望めないため、本研究で用いるリニアモータは、市販のスピーカからダンパとコーン紙を取り除き永久磁石とボイスコイルを分離し、Fig. 3.5 のようにコイルとベローズを組み合わせたものから構成される。ベローズは端面がアクリル製の円盤で接着され、その円盤を介してボイスコイルに接続される。分離された永久磁石は、ボイスコイル間のギャップ・位置調整のため、xyz ステージ上に設置される。リニアモータの機械共振周波数は 45Hz である。リニアモータ開端からアクリル円盤までの距離は 396mm である。

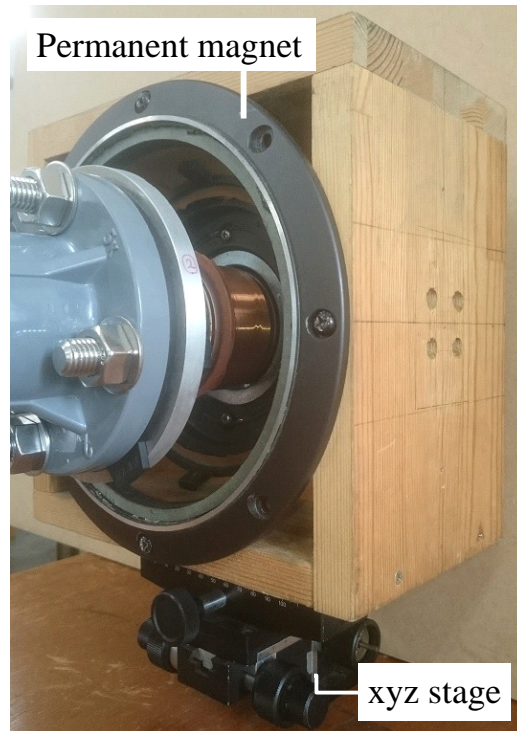


Fig. 3.4: Photograph of linear motor

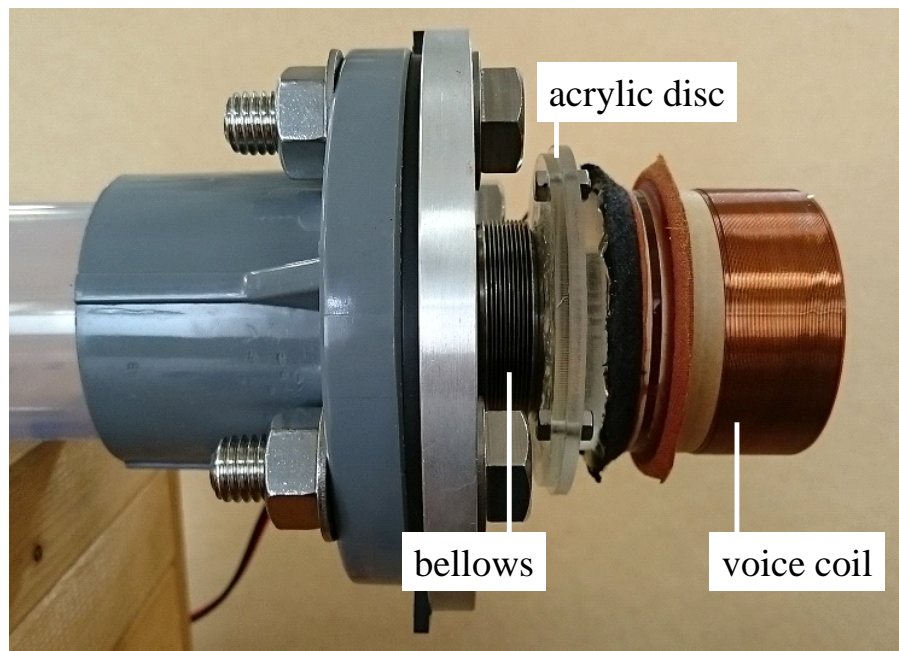


Fig. 3.5: Photograph of voice coil

### 3.4 リニアモータの電気-音響特性取得系

実験装置の構成図を Fig. 3.6 に示す。ここでは装置概要のみ記載し、第4章にて電気-音響特性の算出について述べる。リニアモータに出入りする進行波圧力成分、端子電圧  $v_s$ ,  $v_i$  及び電流を計測するため構成したリニアモータの左側に前述した周波数応答測定部 I を接続し、圧力センサの出力電圧  $p_{s1}$ ,  $p_{c1}$ , 端子電圧  $v_s$ ,  $v_i$  を A/D 変換しパソコンに取り込む。ただし電流計測用に抵抗  $10\Omega$  を直列接続し、その両端の電圧  $v_s$ ,  $v_i$  から電流  $i := (v_s - v_i)/10$  を算出する。図のリニアモータから正の電力が流れる方向に  $v_s$ ,  $i$  の方向を定めている。

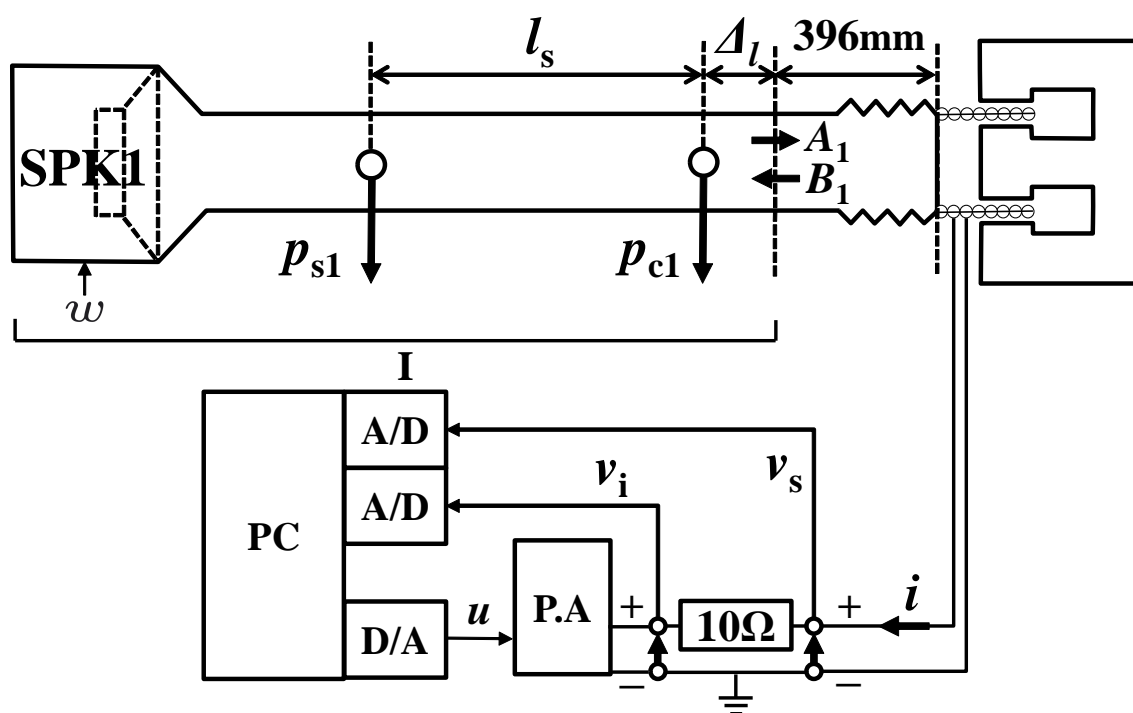


Fig. 3.6: Apparatus for measuring frequency response of linear motor

### 3.5 電力フィードバック型熱音響発電機の構成

実験装置概要を Fig 3.7 に示す。  $n$  段直結に接続された熱音響コアの両側に前述したリニアモータが設置され、塩ビ管で連結される。電力フィードバック回路を短絡とした際に、両側のリニアモータの端子電圧が強め合うように、両者の端子を逆にしてフィードバック回路に接続する。コア部によって増幅された音響パワーを受けリニアモータ  $H_2$  が発電し、発電した電力がフィードバック回路を經由し図の右方向にフィードバックされ  $H_1$  へと送電される。フィードバック回路には負荷抵抗  $Z_3$  が直列に、  $Z_1$ 、  $Z_2$  が並列接続される。管路には二つの圧力センサ  $p_1$ 、  $p_2$  が距離  $l := 0.871\text{m}$  の間隔で設置されている。  $p_1$  はリニアモータから  $\Delta_l = 34\text{mm}$  の位置に設置される。また図中の  $I$  は圧力センサ位置の音響パワー、  $I_C$ 、  $I_H$  はリニアモータ端部の音響パワー、  $P_1$ 、  $P_2$  はフィードバック回路を循環する電力を表す。

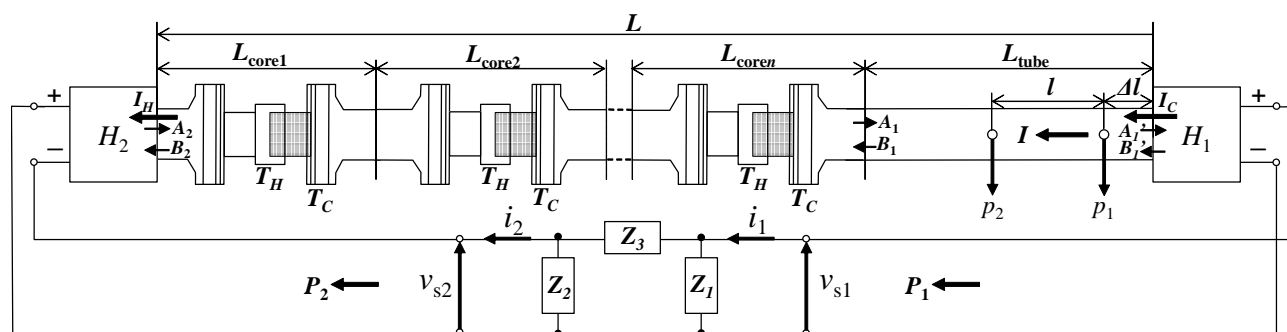


Fig. 3.7: Electricity-feedback thermoacoustic electric generator with  $n$ -stage cores

# 第4章 熱音響コアが多段接続された電力フィード バック型熱音響発電機の安定性解析

電力フィードバック型熱音響発電機を進行波型に近づけるため、熱音響コアの段数を多段とする場合を取り扱う。コアが一段の場合については文献 [3] で、一度取得したリニアモータの電気-音響特性、電気回路の定数を用いて熱音響コアから見た管路の音響特性を算出し、温度比毎に取得された熱音響コアの周波数応答とともに発電機の発振状況を解析する手法が提案されている。そこで本章ではこの手法を熱音響コアが多段の場合に拡張する。

まず第4.1節にてコア一段の場合の発振状況解析手法を多段コアの場合に拡張した解析手順を示す。次に第4.2節にて管路長を一定とした場合に、コア段数を増加させたときの安定性解析、一方で第4.3節ではコア段数を一定とした場合に、管路長を調整したときの安定性解析を行い、電力フィードバックによって発振が生じるシステムを目指す。

## 4.1 安定性解析概要

騒音や振動を伴うシステムの多くでは、外乱として単一周波数  $f$  の正弦波が与えられたとき、その全ての物理量は同一周波数  $f$  で調和振動する。システムへ

$$\omega(t) = \cos \omega t = \operatorname{Re}\{e^{j\omega t}\}, \quad \omega = 2\pi f \quad (4.1)$$

の正弦波信号が与えられたとき、ある地点  $x$  における大気圧からの圧力変動  $p(x, t)$  は

$$p(x, t) = \operatorname{Re}\{\tilde{p}(x)e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{|\tilde{p}(x)|e^{j(\omega t + \angle\tilde{p}(x))}\} \quad (4.2)$$

と表される。ここで  $\tilde{p}(x)$  は位置  $x$  における複素数で、複素振幅と呼ばれる。その絶対値  $|\tilde{p}(x)|$  は  $p(x, t)$  の振幅、 $\angle\tilde{p}$  は  $\omega(t)$  に対する  $p(x, t)$  の位相差を表す。



調和振動のとき、一般に管内を伝搬する音波は平面波とみなすことができ、その振る舞いは一次元波動方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.3)$$

によって定まる。この一般解は、二つの方向に伝搬する進行波より

$$p(x, t) = f\left(\frac{t-x}{c_0}\right) + g\left(\frac{t+x}{c_0}\right) \quad (4.4)$$

となる。 $f(\bullet)$  と  $g(\bullet)$  は任意の関数でそれぞれ  $x$  の正の方向、負の方向に伝搬する進行波を表すものである。 $c_0$  は音速である。ここで、管内に単一周波数の正弦波信号が与えられたとき、空気は同一周波数で調和振動する。このとき式 (4.2) から式 (4.4) の複素振幅は

$$\tilde{p} = \tilde{A}e^{-jkx} + \tilde{B}e^{jkx}, \quad k = \frac{\omega}{c_0} \quad (4.5)$$

となる。 $k$  は波数、 $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  はそれぞれ  $x$  の正方向、負方向に伝搬する進行波圧力成分の複素振幅である。また同様に粒子速度の複素振幅  $\tilde{u}$  も

$$\tilde{u} = \frac{\tilde{A}}{Z_c} e^{-jkx} - \frac{\tilde{B}}{Z_c} e^{jkx}, \quad Z_c = \frac{\rho c_0}{S} \quad (4.6)$$

と表される。 $Z_c$  は特性音響インピーダンスで、 $\rho$  は密度、 $S$  は管の断面積を表す。二つの進行波圧力成分  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  は 2 センサ法 [22] から

$$\tilde{A} := \frac{\tilde{p}_2 - e^{-jkl_s} \tilde{p}_1}{j2 \sin(kl_s)} \quad (4.7)$$

$$\tilde{B} := \frac{-\tilde{p}_2 + e^{jkl_s} \tilde{p}_1}{j2 \sin(kl_s)} \quad (4.8)$$

と求まる。ただし本論文では簡単のため減衰を無視する。

提案手法 [3] はこれらの進行波圧力成分に関する因果的なシステム表現 [20] を用いて、熱音響コア部の周波数応答、リニアモータ部の電気-音響特性から、熱音響コアを制御対象、そのほかのフィードバック電気回路を含む管路部を補償器と見立てた閉ループ系に対してナイキストの安定判別を適用する。

コア一段の場合における発振条件解析手法 [3] を多段コアの場合に拡張した解析手順を以下に示す。複数のコアの周波数応答の入出力成分を結合する手順が新規の内容である。ただし、多段接続されたコアなど、因果的な複数のシステムの結合を chain-scattering 表現 [21] とスター積を用いて容易に表記する

ため、本論文では因果的システムの入力信号の要素 ((4.9) 式の  $\tilde{A}_1$  と  $\tilde{B}_2$ ) の順番を従来研究とは逆に定義する。

### 1. コア部の周波数応答の構成

Fig. 3.3 の装置を用いてコア一段分の周波数応答実験を行い、コア部の因果的システム  $G_{\text{core1}}$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_2 \\ \tilde{B}_1 \end{bmatrix} = G_{\text{core1}} \begin{bmatrix} \tilde{B}_2 \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

の周波数応答を次式で求める。

$$G_{\text{core1}} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_2^1 & \tilde{A}_2^2 \\ \tilde{B}_1^1 & \tilde{B}_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{B}_2^1 & \tilde{B}_2^2 \\ \tilde{A}_1^1 & \tilde{A}_1^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.10)$$

ただし、 $\tilde{A}_1, \tilde{B}_1$  はポート 1 (図ではコアの左端) における進行波圧力成分の複素振幅である。 $\tilde{A}_1^1$  は測定部 I の音源を駆動した場合の複素振幅  $\tilde{A}_1$  を表す。各進行波圧力成分の複素振幅は 2 センサ法より、圧力センサ各部における複素圧力振幅を用いて次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_1 & \tilde{B}_2 \\ \tilde{B}_1 & \tilde{A}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2j \sin kl_s} \begin{bmatrix} -e^{-jk(l_s+\Delta_l)} & e^{-jk\Delta_l} \\ e^{jk(l_s+\Delta_l)} & -e^{jk\Delta_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{c1} & \tilde{p}_{c2} \\ \tilde{p}_{s1} & \tilde{p}_{s2} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

なお減衰を無視したことに対して、二種類の単純な管路の周波数応答測定結果を用いて  $G_{\text{core1}}$  を次のように補正する。

$$G_{\text{core1}} \leftarrow \begin{bmatrix} G_{11} \frac{e^{-j2k\delta}}{G_{11}^2} & G_{12} \frac{e^{-jk\delta}}{G_{12}^1} \\ G_{21} \frac{e^{-jk\delta}}{G_{21}^1} & G_{22} \frac{e^{-j2k\delta}}{G_{22}^2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

ここで、 $G^1$  は  $G_{\text{core1}}$  と同様に測定した短い管路 (長さ  $\delta = 57\text{mm}$ ) の周波数応答、 $G^2$  は周波数応答測定部 I, II それぞれに、端面が閉じた長さ  $\delta$  の管を取り付けて同じ手順で測定した周波数応答である。 $G_{ij}$  は  $G_{\text{core1}}$  の、 $G_{ij}^k$  は  $G^k (k = 1, 2)$  の  $i$  行  $j$  列要素である。短管の長さ  $\delta$  が十分短ければ減衰を無視できるため、短管の周波数応答はモデルにほぼ一致すると見なすことができ、周波数応答測定部 I, II のセンサ間の管内における減衰やセンサの個体差に起因する誤差が、式 (4.12) における補正係数 (分数部分) において支配的となり、周波数応答の補正が行える。

Fig. 3.7 のように多段接続された  $n$  段の熱音響コア

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{n+1} \\ \tilde{B}_1 \end{bmatrix} = G_{\text{core}} \begin{bmatrix} \tilde{B}_{n+1} \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

の周波数応答は各段のコアの周波数応答

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{i+1} \\ \tilde{B}_i \end{bmatrix} = G_{\text{core}_i} \begin{bmatrix} \tilde{B}_{i+1} \\ \tilde{A}_i \end{bmatrix} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (4.14)$$

からスター積による入出力成分の結合によって次式で与えられる。

$$G_{\text{core}} = G_{\text{core}_n} \star \dots \star G_{\text{core}_2} \star G_{\text{core}_1} \quad (4.15)$$

## 2. コア部から見た管路全体の周波数応答の構成

Fig. 3.6 の装置を用いて周波数応答実験を行い、リニアモータ部の伝達マトリクス  $H$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_1 \\ \tilde{B}_1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{v}_s \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

を取得する。 $A_1, B_1$  はリニアモータに流入・流出する進行波圧力成分で、式 (4.11) と同様に圧力センサ二つの出力から算出される。式 (4.10) と同様に、周波数応答測定部 I のスピーカ及びリニアモータを別々に動作させて二組の周波数応答を測定することにより、 $H$  が次式で求まる。

$$H = \begin{bmatrix} \tilde{A}_1^1 & \tilde{A}_1^2 \\ \tilde{B}_1^1 & \tilde{B}_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}^1 & \tilde{i}^2 \\ \tilde{v}_s^1 & \tilde{v}_s^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.17)$$

コアの場合と同様に、リニアモータの周波数応答  $H$  を次のように補正する。

$$H \leftarrow \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21}F & H_{22}F \end{bmatrix}, \quad F := \frac{e^{-j2k\delta}}{G_{22}^2} \quad (4.18)$$

また、二つのリニアモータの  $H$  が式 (4.16) と同様に与えられたとき、Fig. 3.7 の進行波圧力成

分の方向と電流の方向から，次式らが成り立つ。

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}'_1 \\ \tilde{B}'_1 \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{v}_{s1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{B}_2 \\ \tilde{A}_2 \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} \tilde{i}_2 \\ -\tilde{v}_{s2} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

減衰を考慮しない直管の周波数応答  $G_{\text{tube}}$  は，一端に入射する進行波圧力成分が  $\frac{L_{\text{tube}}}{c_0}$  秒後に他端に到達するむだ時間で次式のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}'_1 \\ \tilde{B}_1 \end{bmatrix} = G_{\text{tube}} \begin{bmatrix} \tilde{B}'_1 \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$G_{\text{tube}} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-jkL_{\text{tube}}} \\ e^{-jkL_{\text{tube}}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

このとき，コア部から見た管路の因果的システム  $G_{\text{other}}$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_2 \\ \tilde{B}_1 \end{bmatrix} = G_{\text{other}} \begin{bmatrix} \tilde{B}_2 \\ \tilde{A}_1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

の周波数応答は

$$G_{\text{other}} = \text{CHAIN}^{-1}(H'_2) \star G_{\text{circ}} \star \text{CHAIN}^{-1}(H_1^{-1}) \star G_{\text{tube}} \quad (4.23)$$

と与えられる。 $\text{CHAIN}^{-1}$  は chain-scattering 表現 [21] から因果的システム表現への変換を表す。

ここで

$$H'_2 := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} H_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$G_{\text{circ}} = \text{CHAIN}^{-1}(T_{\text{circ}}) \quad (4.25)$$

$T_{\text{circ}}$  は電気回路の伝達マトリクスである:

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_2 \\ \tilde{v}_{s2} \end{bmatrix} = T_{\text{circ}} \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{v}_{s1} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$T_{\text{circ}} := \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_3}{Z_2} & -\frac{Z_1+Z_2+Z_3}{Z_1Z_2} \\ -Z_3 & 1 + \frac{Z_3}{Z_1} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

3. ナイキストの安定判別:  $G_{\text{core}}, G_{\text{other}}$  の周波数応答が与えられたとき, Fig. 4.1 の閉ループ系が安定となるための必要十分条件は,

$$\phi := |I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}}| \quad (4.28)$$

のナイキスト軌跡が原点を囲まないことである。ただし,  $G'_{\text{core}}$  と  $G'_{\text{other}}$  はそれぞれ, 同一方向の進行波圧力成分がそれぞれ結線されるように入力成分を入れ替えた周波数応答

$$G'_{\text{core}} := G_{\text{core}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$G'_{\text{other}} := G_{\text{other}} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

である。

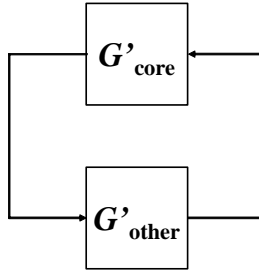


Fig. 4.1: Closed-loop system

## 4.2 管路長が一定の場合におけるコア多段解析

取得された各部の周波数応答と、リニアモータ間の電気回路の素子定数が与えられたとき、Fig. 3.7の電力フィードバック型熱音響発電機の発振の可否と周波数を予測することを考える。提案システムは電力をフィードバック可能な電気回路をリニアモータ間に備えているが、コアが一段の場合は電力フィードバックを切っても発振し、定在波型熱音響発電機として動作する。ただし、両側のリニアモータ間を音波が反射する一次共振周波数がリニアモータの共振周波数に一致するように試行錯誤で  $L = 3.051\text{m}$  とした。次の場合を考える：

1. コアの段数  $n = 1$ ,  $Z_1$  と  $Z_2$  は開放とし,  $Z_3 = R$ , 負荷抵抗  $R(\Omega)$  を 0, 4.7, 10, 47, 75, 120, 220, 470, 820, 1.5k, 2.0k, 4.7k,  $\infty$  と変えて発振状況の解析及び実験を行う。
2. コアの段数  $n = 2, 3, \dots, 5$ ,  $Z_1$  と  $Z_2$  は開放,  $Z_3 = R = 0, \infty$  の二通りに対して解析及び実験を行う。段数によらずリニアモータ間の距離が一定となるように, 直管の長さ  $L_{\text{tube}} = L - \sum_{i=1}^n L_{\text{core}_i}$  とする。

### 4.2.1 解析及び発振実験結果

音速  $c_0 = 346(\text{m/s})$ , 空気密度  $\rho_0 = 1.21(\text{kg/m}^2)$ , 管の断面積  $S = \pi 0.025^2(\text{m}^2)$ , また管壁の減衰を考慮するため, 複素波数  $k = (\omega - j0.7)/c_0$  を用いて解析を行った。なお本論文中は全て上記の条件で解析が行われる。 $T_C = 16^\circ\text{C}$ ,  $T_H = 100, 200, 300, 400^\circ\text{C}$  で取得したコアの周波数応答  $G_{\text{core}_1}$  を Fig. 4.2 に示す。なお周波数範囲は  $40\sim 200\text{Hz}$  としており, これは一次共振の範囲内であることや, この範囲外の低周波域では粘性損失の影響を受け, 高周波域ではスタックの壁面と流体との熱交換が困難になり発振しにくい領域であると考えられるためである。

図の右下要素  $A_1$  から  $B_1$  まで, 及び左上要素  $B_2$  から  $A_2$  までのゲインは他に比べて比較的低い値となっており, コア部で反射される成分はそのままコアを通過する成分よりも小さいことが分かる。

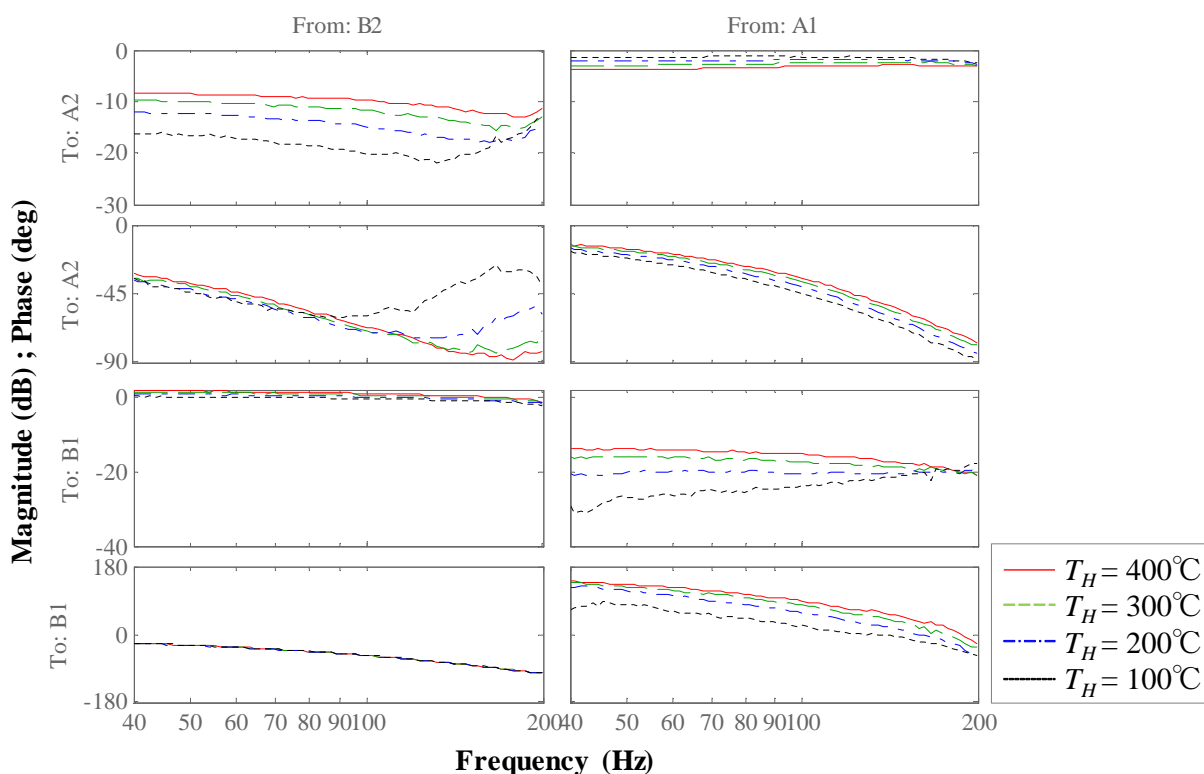


Fig. 4.2: Frequency response of  $G_{\text{core}_1}$

ゲイン範囲を拡大した図を Fig. 4.3 に示す。右上要素から、進行波圧力成分  $A_1$  から  $A_2$  までのゲインが 0dB 以下となっており、この方向の進行波は抑制される。また  $T_H$  が高い応答ほどゲインは低くなる事が分かる。左下要素から、 $B_2$  から  $B_1$  までのゲインは 0dB を超えており、この方向の進行波は増幅される。また  $T_H$  が高い応答ほどゲインは高くなる事が分かる。

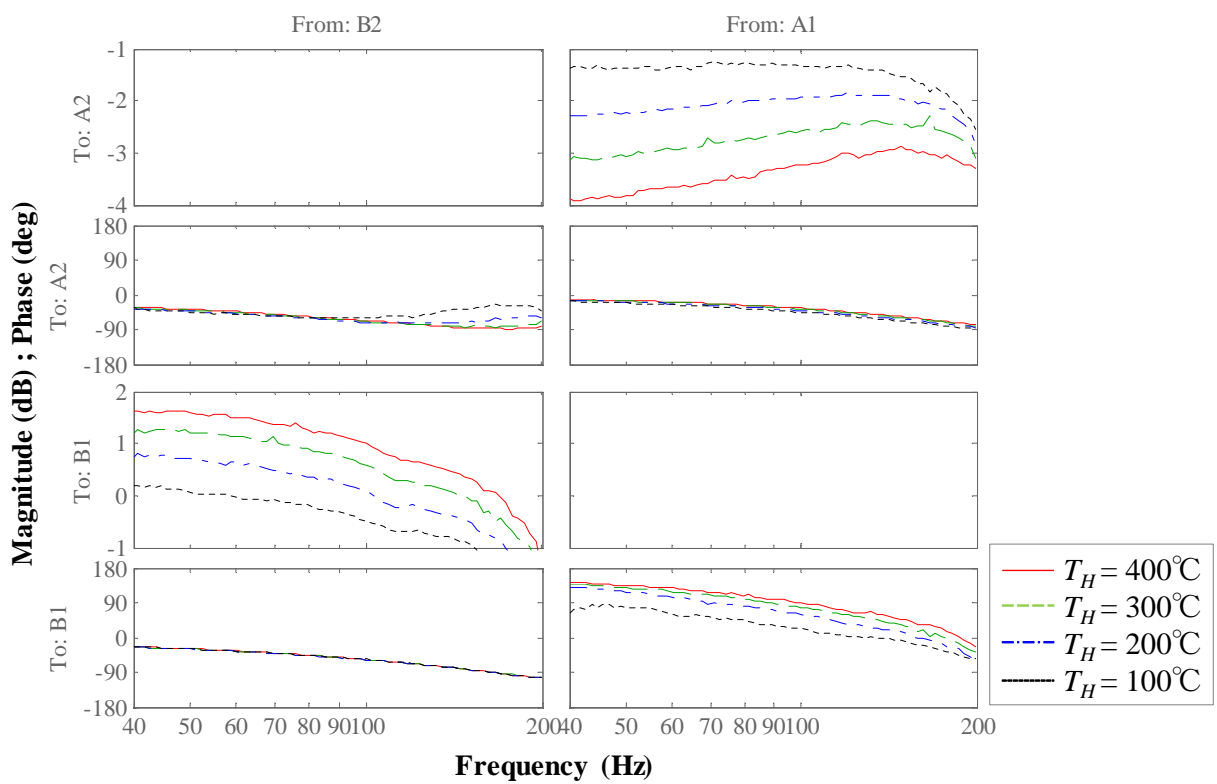


Fig. 4.3: Frequency response of  $G_{\text{core1}}$  (expanded)



また、 $T_H = 400\text{ }^\circ\text{C}$ における  $n = 2\sim 5$  段までの多段コアの周波数応答  $G_{\text{core}}$  を Fig. 4.4 に示す。前述で取得したコアの周波数応答  $G_{\text{core}1}$  から式 (4.15) を用いた。なお複数のコアは同一のものとみなし  $G_{\text{core}1} = G_{\text{core}i} (i = 2\sim 5)$  としている。段数の増加に伴い、右上要素の進行波が抑制される  $A_1$  から  $A_2$  までのゲインは低くなること、左下要素の進行波が増幅される  $B_2$  から  $B_1$  までのゲインは高くなることから、コア多段による音響パワー増幅の効果が確認できる。

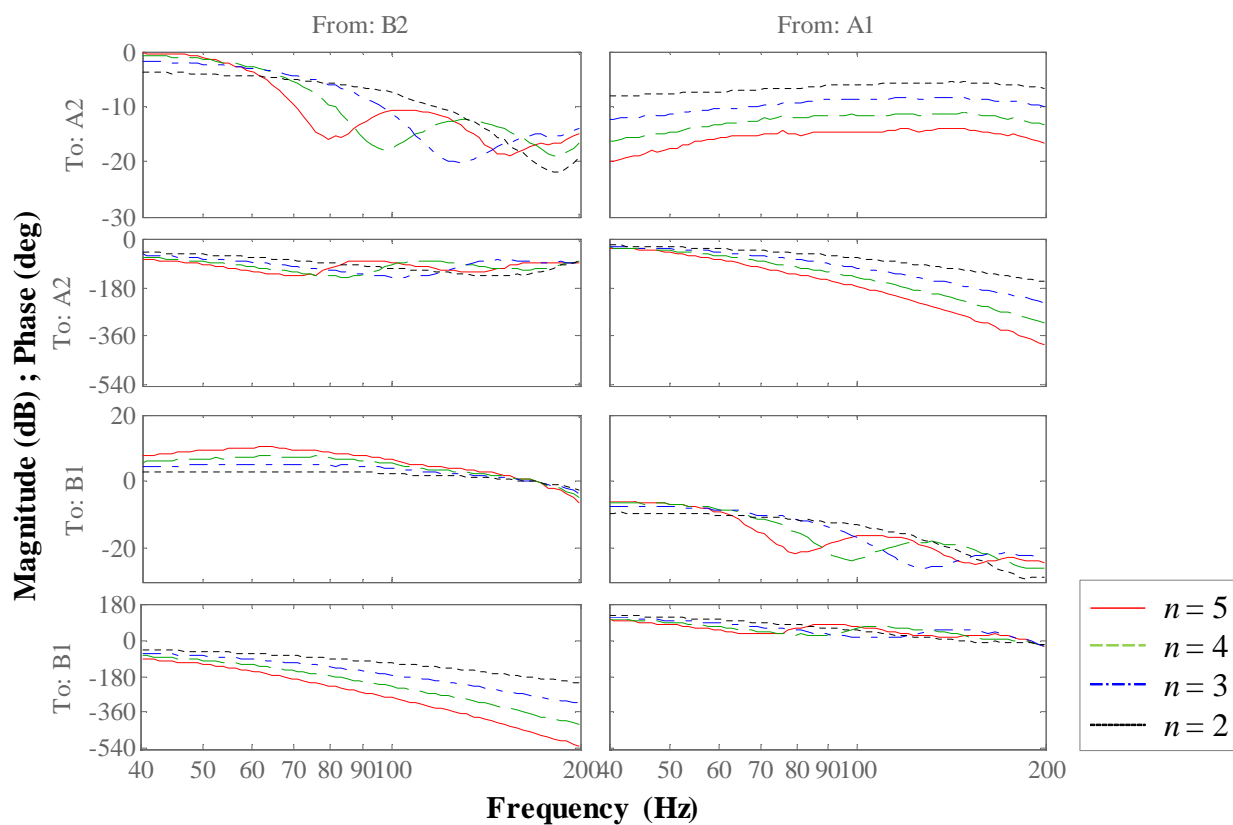


Fig. 4.4: Frequency response of  $G_{\text{core}}$  ( $n = 2\sim 5$ )

次に、リニアモータの端子間を短絡及び開放とした場合について、前節の方法で算出した管路  $G_{\text{other}}$  の周波数応答を Fig. 4.5 に示す。ただし、本論文では  $R = 10\text{M}\Omega$  を開放時として解析する。Fig. 4.5 の対角要素には、左側のリニアモータにおける反射特性（左上要素）と、右側のリニアモータに接続された直管の位相遅れ（右下要素）が顕著に表れている。一方、非対角項は、進行波圧力が電力に変換され同方向の進行波として戻って来る経路を示しており、開放時は電力フィードバックループが切れるため 0、短絡時は 45Hz 付近でゲインが極大となっており、リニアモータの共振により電力を介して音波がフィードバックされることが確認できる。ただしこのときの極大ゲインは  $-7.5\text{dB}$  程度と低い値となっており、一方向へパワーを循環するシステムを構築するには、コアによる音響パワーの増幅が必要であると考えられる。Fig. 4.4 の同一の周波数点のゲインを見ると、コア五段のとき  $8.3\text{dB}$  程度となっており、進行波型としての発振が期待できる。

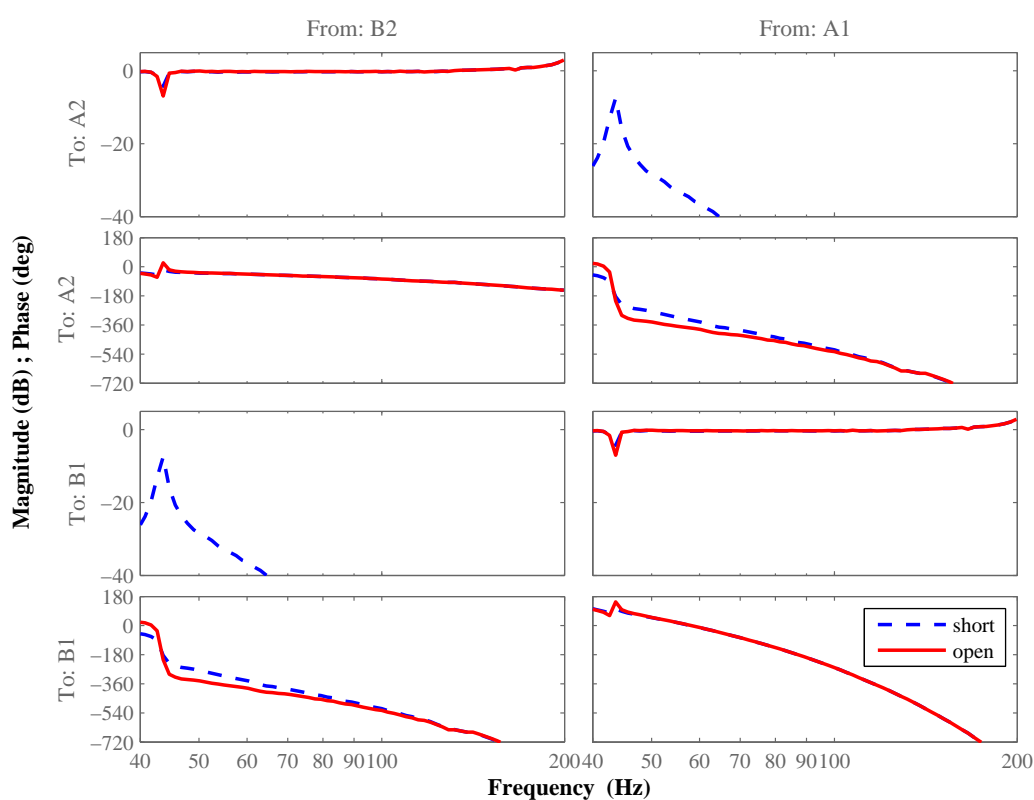


Fig. 4.5: Frequency response of  $G_{\text{other}}$

コア一段に設定し  $T_H = 400\text{ }^\circ\text{C}$  の応答を用いて 40~200Hz の範囲でナイキスト軌跡を描画した結果を Fig. 4.6 に示す。図中の記号○は始点の 40Hz, □は終点の 200Hz, ☆はリニアモータの共振周波数 45Hz を示す。回路短絡時 ( $R = 0$ ) の軌跡 (青破線), 開放時 ( $R = \infty$ ) の軌跡 (赤実線) とともに原点を囲んでおり, 発振するという予測結果が得られた。原点付近を拡大した結果を Fig. 4.7 に示す。短絡時の軌跡の方がわずかに左側にずれており, より大きな余裕をもって軌跡が原点を回っていることが分かる。

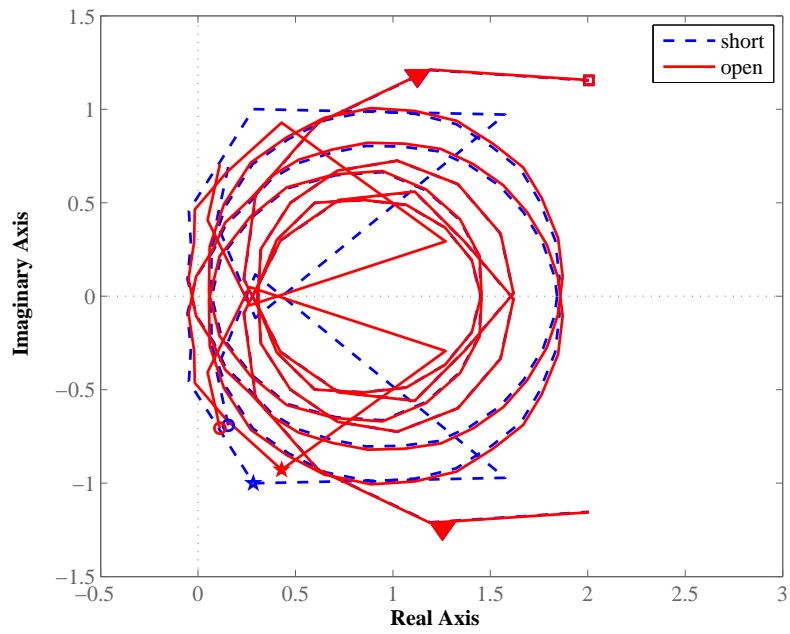


Fig. 4.6: Nyquist plot for  $n = 1$

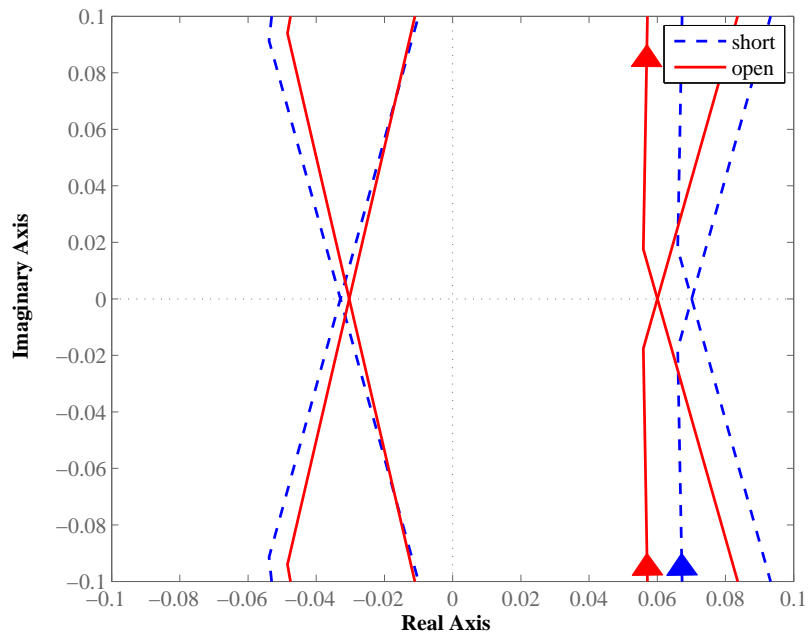


Fig. 4.7: Nyquist plot for  $n = 1$  (expanded)

端子間抵抗値毎に得られたナイキスト軌跡に対して数値的な自動処理を行い、原点に対して軌跡がこの周波数範囲で回転した角度  $\theta$ ，原点からの最短距離  $d_{\min}$ ，その際の周波数  $\hat{f}_r$  を算出した結果と，発振実験の結果を Table 4.1 に示す。なお実験では解析で得られた発振に至る温度比 ( $T_H = 400^\circ\text{C}$ ) を与えても自励発振が生じなかったため，左側のリニアモータ  $H_2$  をフィードバック回路から切り離れた状態で端子間に 4V<sub>pp</sub>, 49Hz の正弦波を 1 秒程度印加した。電圧を印加する際の 1 秒という設定時間は，リニアモータ端子電圧が最大振幅に成長するまでの時間より決定したものである。印加した直後にリード線を用いて抵抗を接続した。リニアモータ加振後，端子間の抵抗値  $R$  によらず，発振は持続した。表には，二回の実験の平均値を記載している。発振周波数は予測値・実験値共に抵抗値によらずほぼ一定となった。予測値と実験値の誤差は 0.5% 程度と小さく，発振周波数をよく推定できていると言える。また，抵抗値が小さくなるにつれて軌跡-原点間距離  $d_{\min}$  は長く，管内圧力振幅  $|\tilde{p}_r|$  は大きくなっており，両者には定性的な関連が見られる。そこで，リニアモータに入射する進行波圧力振幅  $\tilde{B}_2$  が  $d_{\min}$  に比例すると仮定して算出した端子間電圧及び抵抗の消費電力の予測値  $\hat{v}_{s1}$ ,  $\hat{v}_{s2}$ ,  $\hat{P}$  も表中に記載する。具体的には，開放時の  $\hat{v}_{s1}$  が実験値に一致するように試行錯誤で  $\tilde{B}_2 = 31000d_{\min}$  と与え，閉ループ系の  $\tilde{A}_1$ ,  $\tilde{B}_2$  に対して式 (4.9)，式 (4.22)，式 (4.29)，式 (4.30) より成り立つ関係式

$$(I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}}) \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (4.31)$$

に  $\tilde{B}_2$  を代入して  $\tilde{A}_1$  を求め，次いで式 (4.23) より  $\tilde{A}_2$ ,  $\tilde{B}_1$  を求めた。その後  $\tilde{A}_2$ ,  $\tilde{B}_2$  より  $H_2$  を用い

Table 4.1: Analysis and experimental results for Fig. 3.7 ( $n=1$ )

$R(\Omega)$	Analysis						Experiment				
	$\theta(\text{rad})$	$d_{\min}$	$\hat{f}_r(\text{Hz})$	$\hat{v}_{s1}(\text{V}_{\text{pp}})$	$\hat{v}_{s2}(\text{V}_{\text{pp}})$	$\hat{P}(\text{mW})$	$ \tilde{p}_r (\text{kPa})$	$f_r(\text{Hz})$	$v_{s1}(\text{V}_{\text{pp}})$	$v_{s2}(\text{V}_{\text{pp}})$	$P(\text{mW})$
0	-4.41	0.032	49.6	8.6	8.6	0.0	1.20	49.2	8.6	8.6	0.0
4.7	-4.41	0.032	49.6	8.5	8.7	1.1	1.19	49.2	8.4	8.6	0.6
10	-4.41	0.032	49.6	8.3	8.7	2.0	1.18	49.2	8.4	8.6	0.8
47	-4.39	0.031	49.5	7.8	8.7	3.4	1.15	49.2	7.9	8.4	0.8
75	-4.38	0.030	49.5	7.7	8.7	3.0	1.13	49.2	7.8	8.1	0.1
120	-4.36	0.030	49.5	7.6	8.6	2.3	1.12	49.2	7.7	8.0	0.1
220	-4.35	0.030	49.5	7.6	8.5	1.5	1.11	49.2	7.6	7.8	0.0
470	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	0.7	1.10	49.2	7.5	7.7	0.0
820	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	0.4	1.10	49.2	7.5	7.7	0.0
1.5k	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	0.2	1.10	49.2	7.5	7.7	0.0
2.0k	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	0.2	1.10	49.2	7.5	8.2	0.0
4.7k	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	0.1	1.10	49.2	7.5	8.2	0.0
$\infty$	-4.35	0.030	49.5	7.7	8.4	-0.0	1.09	49.2	7.5	8.1	0.0

て  $\tilde{i}_2, \tilde{v}_{s2}$  を求め、 $T_{\text{circ}}$  を用いて  $\tilde{i}_1, \tilde{v}_{s1}$  を算出し、平均電力  $\hat{P}$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \text{Re}\{(v_{s1} - v_{s2})\tilde{i}\}, \tilde{i} := \tilde{i}_1 = \tilde{i}_2 = (\tilde{v}_{s1} - \tilde{v}_{s2})/R \quad (4.32)$$

を算出した。<sup>1</sup>

実験・解析共に、抵抗値が大きくなると  $v_{s1}, v_{s2}$  が小さくなる傾向があること、各抵抗値で  $v_{s2}$  の方が  $v_{s1}$  より大きいこと、 $R = 47\Omega$  付近で抵抗の消費電力が最大となっていることがわかる。

コアの段数  $n = 2 \sim 5$  とした場合のナイキスト軌跡を Fig. 4.8 から Fig. 4.11 に示す。なお、二つのリニアモータは同一構成であるため、一方の電気-音響特性  $H$  のみ取得し解析を行った。段数の増加に伴い  $T_H$  方向に増幅される音響パワーは大きくなるため、より回路短絡の条件で発振しやすくなるという予想だったが、開放時（赤実線）・短絡時（青破線）ともに段数が増えるごとに軌跡は点 1 へ向かい原点を囲わず、五段でも発振しない予測となった。

実際にコア五段で実験装置を構成し発振実験を行った。コア一段のときと同様にリニアモータ端子に電圧を印加したが、オシロスコープ上の端子電圧  $v_{s1}, v_{s2}$  らの振幅波形はすぐさま減衰してしまうことを確認した。このとき、より発振しやすくするためにもう一方の  $H_1$  を加振し  $T_C$  から  $T_H$  方向へ音波を供給したが、発振に至ることはなかった。またフィードバック回路開放時、両者の瞬時波形に約  $138^\circ$  の位相差を確認した。このときの概略図を Fig. 4.12 に示す。

<sup>1</sup>なお  $d_{\min}$  がゼロの場合、式 (4.31) の  $(I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}})$  の行列は非正則となり定常発振時の  $\tilde{A}_1$  と  $\tilde{B}_2$  の比を表す関係式となる。一方で  $d_{\min}$  がゼロでない場合、 $(I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}})$  の行列は正則となり式 (4.31) は  $\tilde{A}_1 = \tilde{B}_2 = 0$  となる。ただし本論文では  $d_{\min}$  が十分に小さいと仮定し、 $\tilde{A}_1$  と  $\tilde{B}_2$  の関係式として用いる。

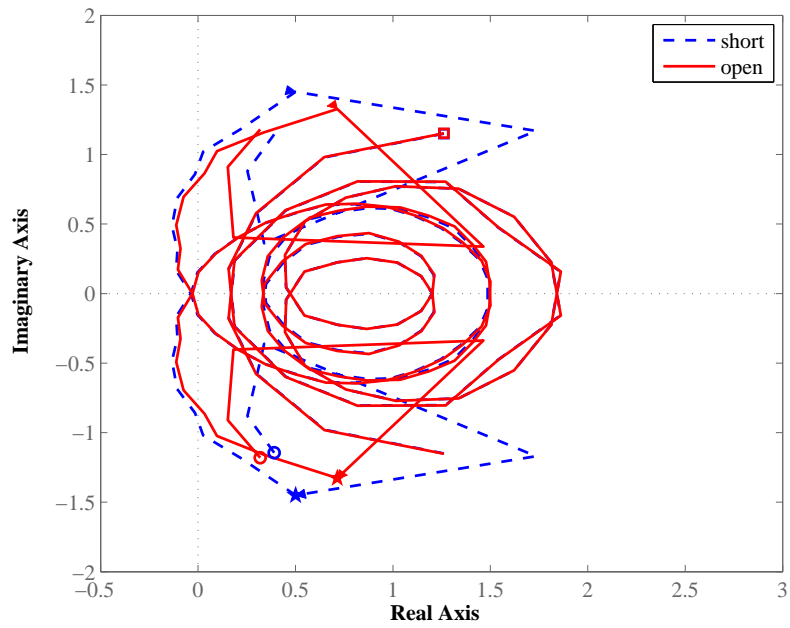


Fig. 4.8: Nyquist plot for  $n = 2$

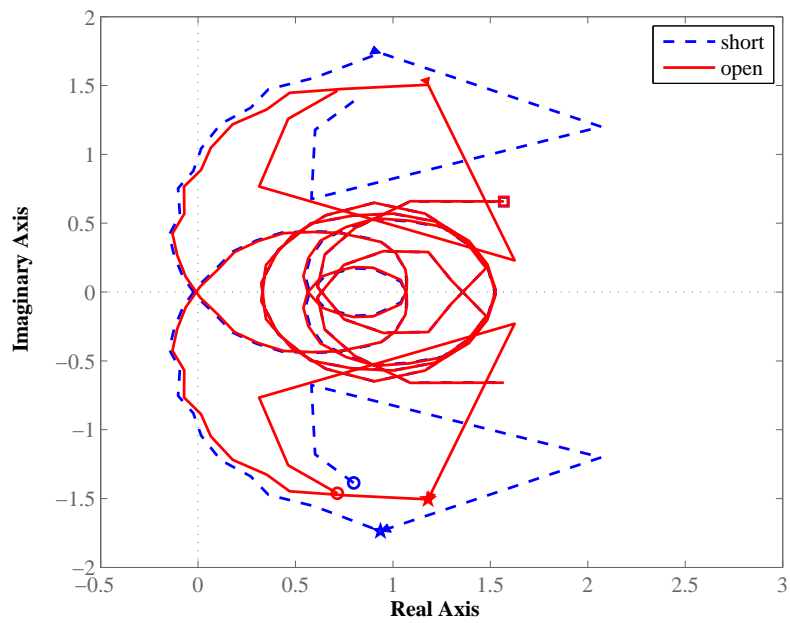


Fig. 4.9: Nyquist plot for  $n = 3$

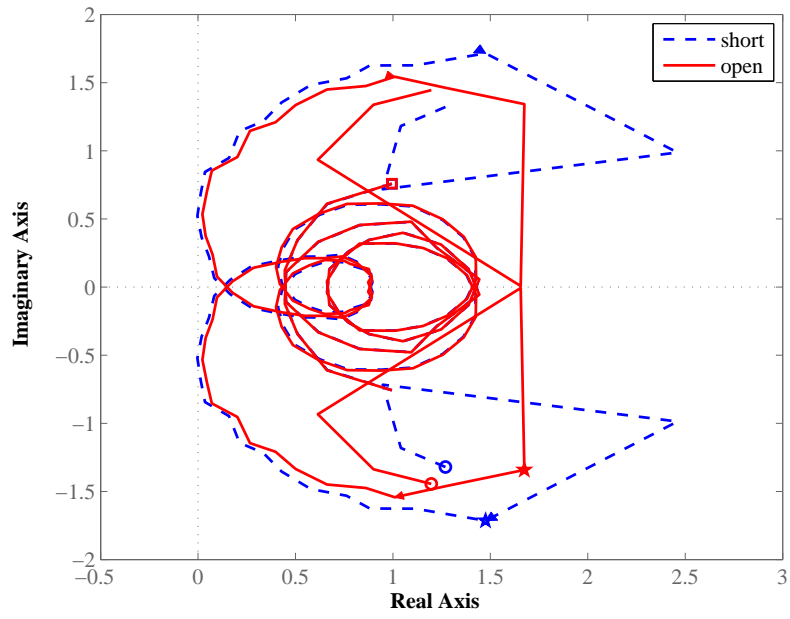


Fig. 4.10: Nyquist plot for  $n = 4$

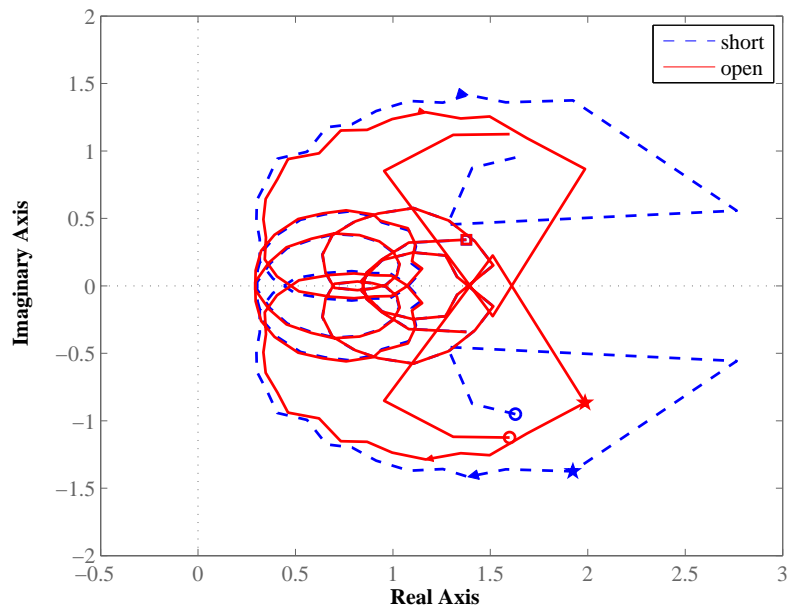


Fig. 4.11: Nyquist plot for  $n = 5$



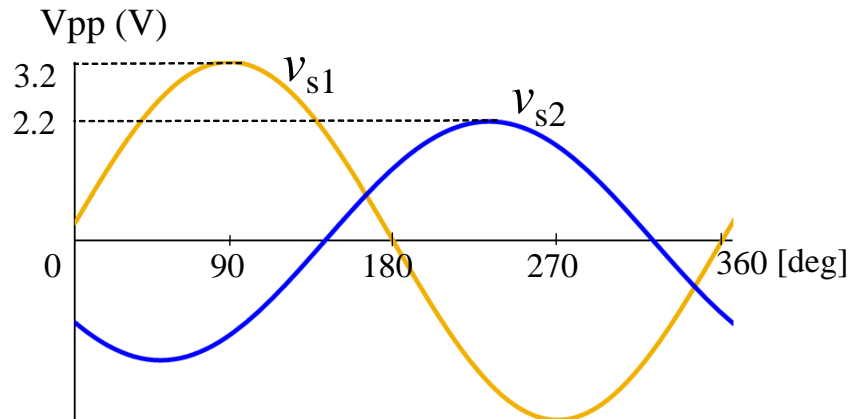


Fig. 4.12: The phase difference between  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$

### 4.3 コアが一定数の場合に管路長を調節した安定性解析

前節では、熱音響コアが多段接続された電力フィードバック型熱音響発電機に対し、リニアモータ間距離を一定とした場合における発振状況を解析した。コア五段でも発振する結果は得られなかったが、発振実験より電力フィードバック回路開放時においてリニアモータを強制加振した結果、端子電圧  $v_{s1}$ ,  $v_{s2}$  に約  $138^\circ$  の位相差を確認した。本節では、この位相差に注目し管路長変更による位相調整で進行波型発電機の発振を目指す。コアが一定数接続された状態でリニアモータ間距離を変更し、発振状況の解析及び実験を行う。さらに提案されるリニアモータの位相差解析より、実験結果と比較を行う。また発振実験により、装置に設置された二つの圧力センサの出力信号から、管内音場における進行波圧力成分を観測する。

### 4.3.1 解析結果

熱音響コアの段数は、実験装置で再現できる最大数の五段に設定し、リニアモータ間距離を変更した場合の安定性解析を行った。管路を前節の  $L_{\text{tube}} = 0.871\text{m}$  から徐々に延長し、各設定長における回路開放時、短絡時の軌跡を確認した。

Table 4.2 に発振の可否、軌跡の回転角  $\theta$ 、軌跡-原点間最短距離  $d_{\text{min}}$ 、予測発振周波数  $\hat{f}_r$  らの解析結果を示す。なお、原点を囲わないとき（実部が正の領域）の  $d_{\text{min}}$  を負の値として表記している。また Fig.4.13～Fig.4.18 に各設定長において描画したナイキスト軌跡を示す。結果より、管路  $L_{\text{tube}}$  の延長に伴いナイキスト線図中の 45Hz の周波数（図中記号☆に対応する）が原点に近づいていくことが確認できる。 $L_{\text{tube}} = 2.956\text{m}$  まで延長したとき、短絡時の軌跡のみが原点を囲むことから進行波で発振する予測が得られた。一方で、 $L_{\text{tube}} = 2.956\text{m}$  から更に延長した場合は発振しない予測となった。前節の装置の管路長  $L = 3.051\text{m}$  ではフィードバック回路開放時に  $v_{s1}$  に対する  $v_{s2}$  の位相遅れ約  $138^\circ$  が生じていた。管路長を延長することで更に位相遅れは大きくなる方向へ向かい、同相に近くなったために発振する予測が得られたと考えられる。

Table 4.2: Analysis result for tube length

$L_{\text{tube}}(\text{m})$	oscillation		$\theta$ (rad)		$d_{\text{min}}$		$\hat{f}_r(\text{Hz})$	
	short	open	short	open	short	open	short	open
0.871	×	×	0.59	0.59	-0.302	-0.290	97.5	97.3
1.256	×	×	0.10	0.09	-0.224	-0.260	58.9	58.9
1.756	×	×	0.53	0.53	-0.012	-0.056	54.5	54.6
2.256	○	○	6.51	6.52	0.116	0.059	49.6	49.4
2.756	○	○	7.21	14.7	0.048	0.006	41.0	45.1
2.956	○	×	6.95	-0.18	0.091	-0.154	44.5	40.7
3.156	×	×	-0.24	-0.25	-0.085	-0.032	44.3	88.0

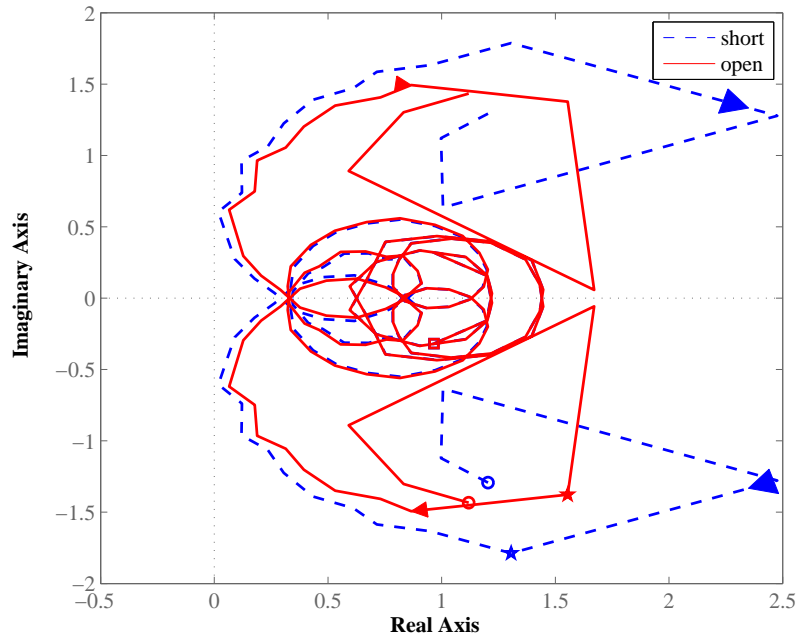


Fig. 4.13: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 1.256\text{m}$

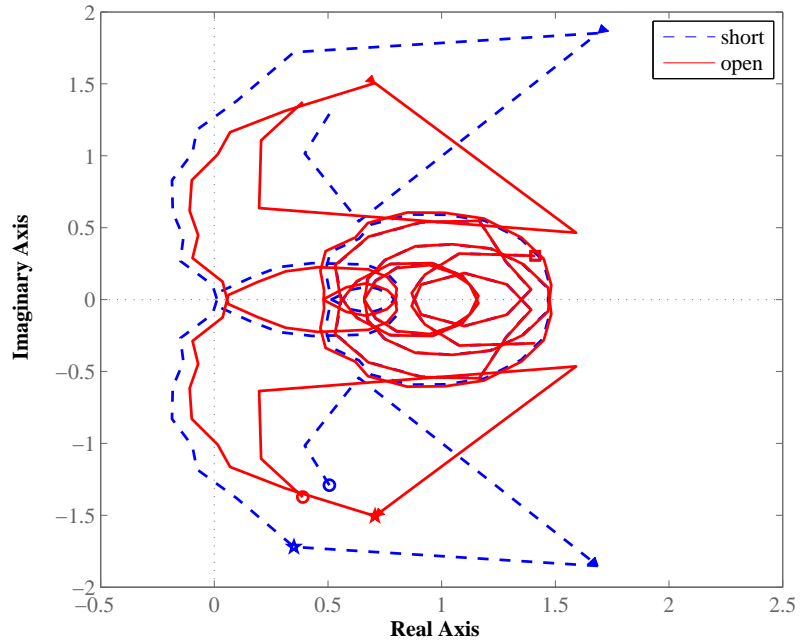


Fig. 4.14: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 1.756\text{m}$

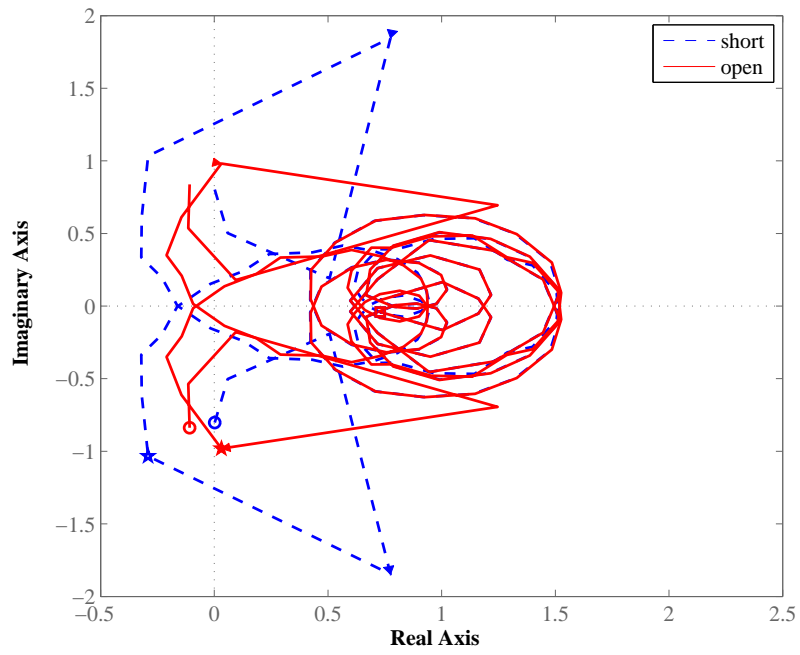


Fig. 4.15: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 2.256\text{m}$

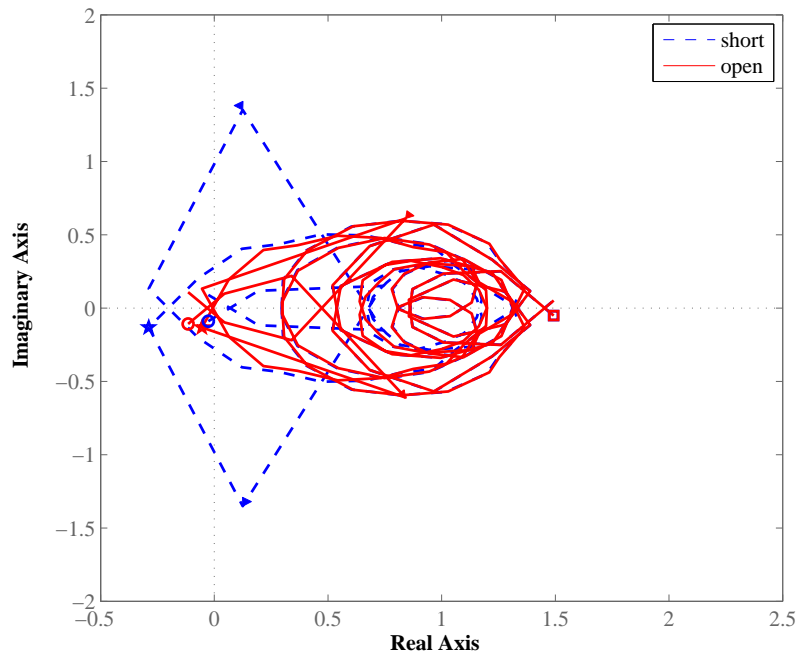


Fig. 4.16: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 2.756\text{m}$

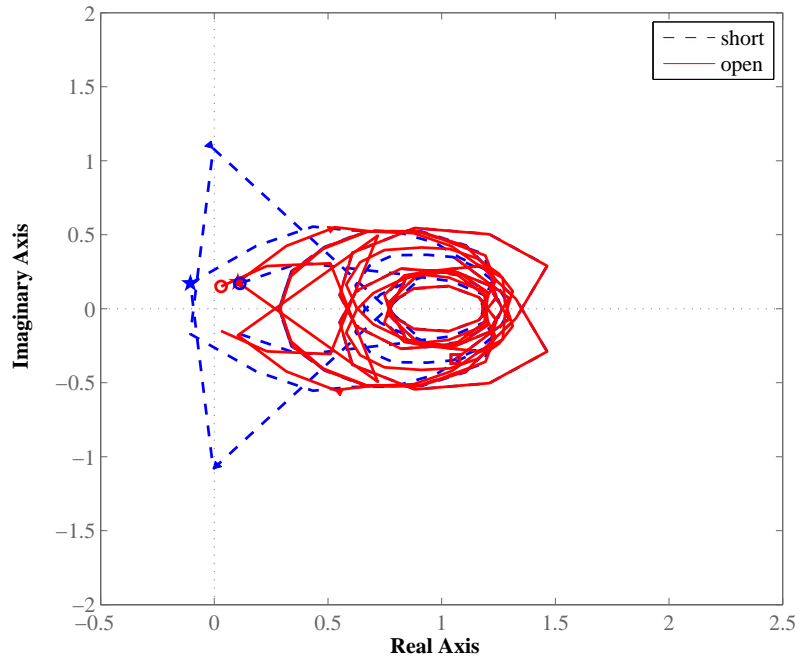


Fig. 4.17: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 2.956\text{m}$

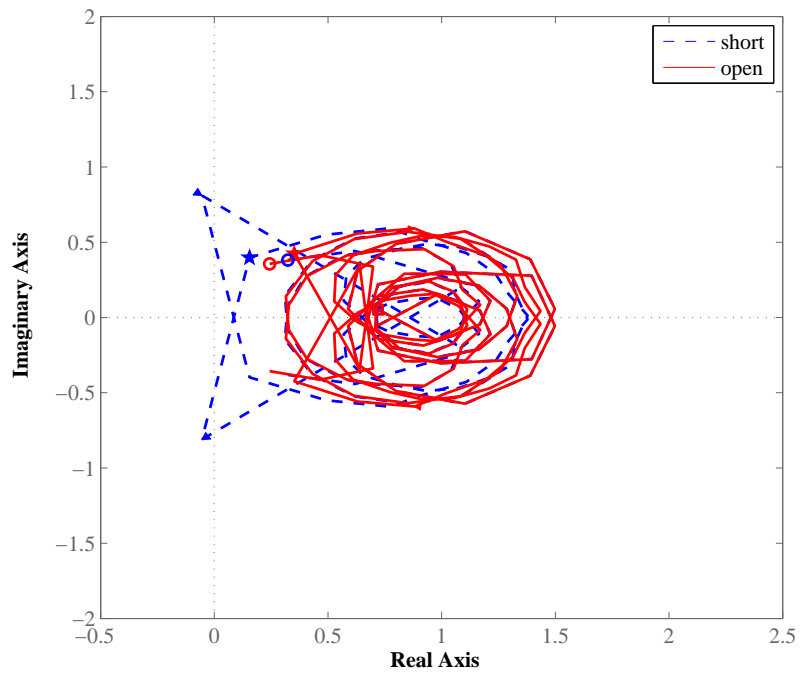


Fig. 4.18: Nyquist plot at  $L_{\text{tube}} = 3.156\text{m}$

### 4.3.2 リニアモータ端子電圧 $v_{s1}$ , $v_{s2}$ の位相差の解析

ここでは、前節で行った管路延長の効果を検証するために、自励発振に至るとは限らない系における  $v_{s1}$  と  $v_{s2}$  間の位相差を議論する。実験的に得られたコアおよびリニアモータの周波数応答と、減衰の無い管路モデルに基づいて  $v_{s1}$  から  $v_{s2}$  までの周波数応答を導出する。Fig.3.7のフィードバック回路を切り離し、 $v_{s1}$  の端子に交流電源を接続したときの、 $v_{s1}$  から  $v_{s2}$  までの周波数応答関数は式 (4.23) より次式で与えられる。

$$\frac{v_{s2}}{v_{s1}} = -\frac{1}{h_{12}} \left[ \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (\text{CHAIN}^{-1}(H^{-1}) * G_{\text{tube}} * G_{\text{core}}) \right\} * \frac{h_{22}}{h_{12}} \right] \quad (4.33)$$

なお行列  $H$  の  $i$  行  $j$  列成分を  $h_{ij}$  と表す。式 (4.33) を用いて求めた周波数応答を Fig.4.19 に示す。43Hzにおいて管路延長前（青線）の位相差は約  $-120^\circ$  と実験値に近い値となった。約 2.1m 延長後（赤線）の位相差は約  $60^\circ$  となり位相差が小さくなっていることが分かる。一方、ゲイン特性は管路延長前は 0dB に満たないが、延長後は 10dB となった。本解析はリニアモータ  $H_2$  は開放 ( $i_2 = 0$ ) としており、二つのリニアモータ間における電力のゲインが 1 を超える保証を与えるものではないが、位相差が小さくなったこと、ゲインが大きくなったことと合わせると延長後の方が  $v_{s1}$  と  $v_{s2}$  間を直結することにより自励発振が生じる可能性が高いと考えられる。

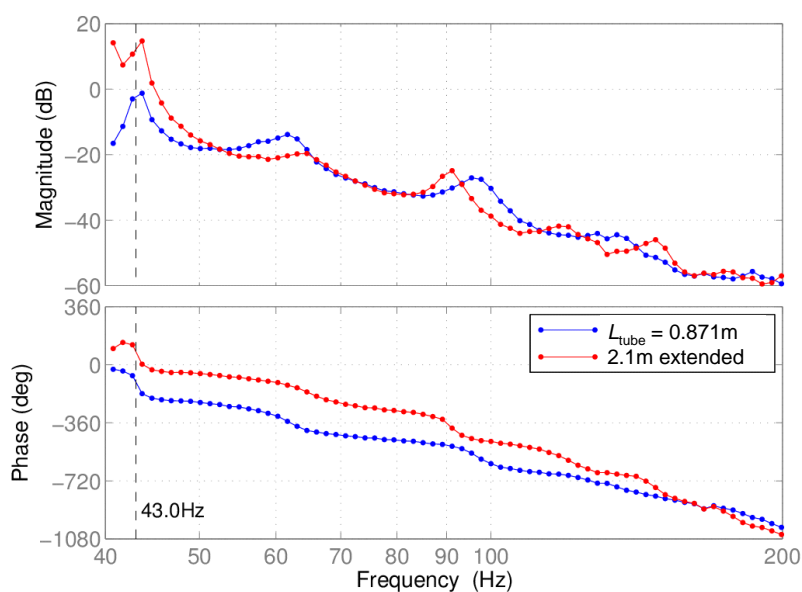


Fig. 4.19: Frequency response from  $v_{s1}$  to  $v_{s2}$

### 4.3.3 発振実験結果及び考察

実験装置を構成し、 $L_{\text{tube}} = 2.956\text{m}$ にて発振実験を行った結果、回路短絡時 $T_H = 270^\circ\text{C}$ にて自励発振が生じ発振が持続することを確認した。このときの発振周波数は $43.2\text{Hz}$ であった。コイルが激しく振動し永久磁石に衝突してしまうことから $T_H = 400^\circ\text{C}$ の実験は困難であったため、 $T_H = 270^\circ\text{C}$ で維持した。実際には $T_H = 300^\circ\text{C}$ 程度までコイルの激しい振動は確認されなかったが、安全性を考慮し本章では $30^\circ\text{C}$ 低い温度比に設定している。発振中に回路を開放させたところ、リニアモータ端子電圧は徐々に減衰し発振は停止した。このとき、リニアモータ $H_1$ 端子に $4\text{Vpp}$ 、 $43\text{Hz}$ で正弦波を印加させたところ、 $v_{s1}$ と $v_{s2}$ の位相差がほぼ $0^\circ$ になることを確認した。実験では $v_{s1}$ を加振後、電源から切り離れた状態( $i_1 = 0$ )で位相差を計測しているため、これを考慮し解析を行うことでより実験に近い結果が得られると考えられる。

次に、発振時の圧力センサの出力電圧  $p_1$ ,  $p_2$ , リニアモータ端子電圧  $v_{s1}$  を A/D 変換しサンプリング周期 0.2ms で 10 秒間の時間応答波形を三回記録した (これを caseA とする)。また圧力センサや A/D 変換によるチャンネル毎の個体差の影響を考慮するため、結線はそのまま圧力センサ取り付け位置を入れ替えた実験 (これを case B とする) も行った。取得した一回の時間応答波形を圧力に換算したもの (caseA) を Fig. 4.20 に示す。なお、図から分かるように使用している圧力センサの出力信号は約 1ms の階段状波形であるため、FFT 解析を行い  $v_{s1}$  の基本周波数を算出し、その周波数成分における  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  の振幅と、 $v_{s1}(t)$  に対する位相角を求め、基本周波数成分の正弦波を描画したものを Fig. 4.21 (caseA) , Fig. 4.22 (caseB) に示す。結果より、リニアモータ側センサの圧力振幅が約 15 % 程度大きいことが分かる。これは、管内はほぼ一次共振モードの圧力分布と考えられることから、妥当な結果と言える。caseA では僅かに  $p_1$  の方が、caseB は逆に  $p_2$  の方が進んでいるように見える。

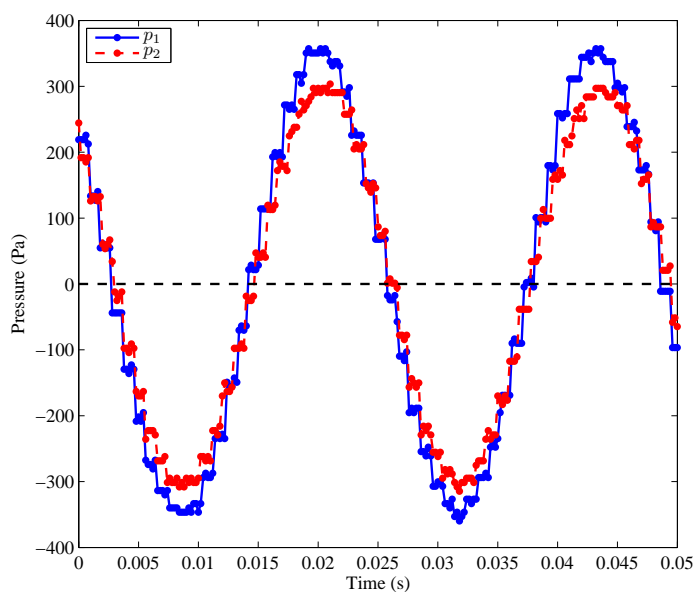


Fig. 4.20: Pressure amplitude time response (measured)



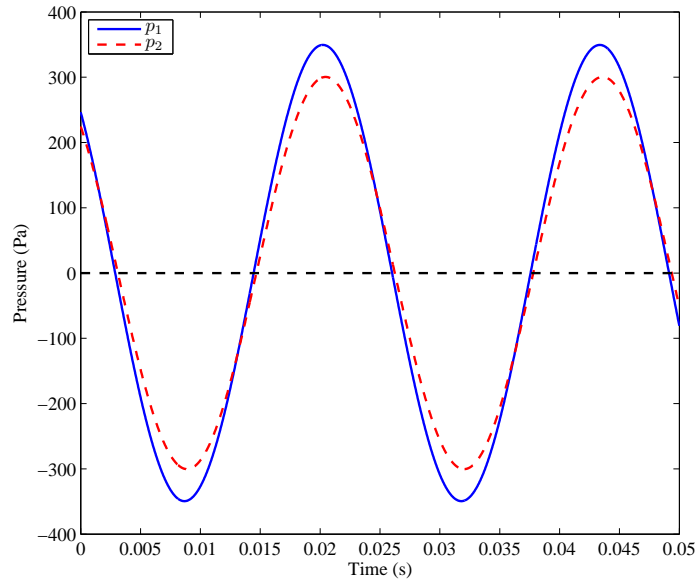


Fig. 4.21: Pressure amplitude time response (caseA)

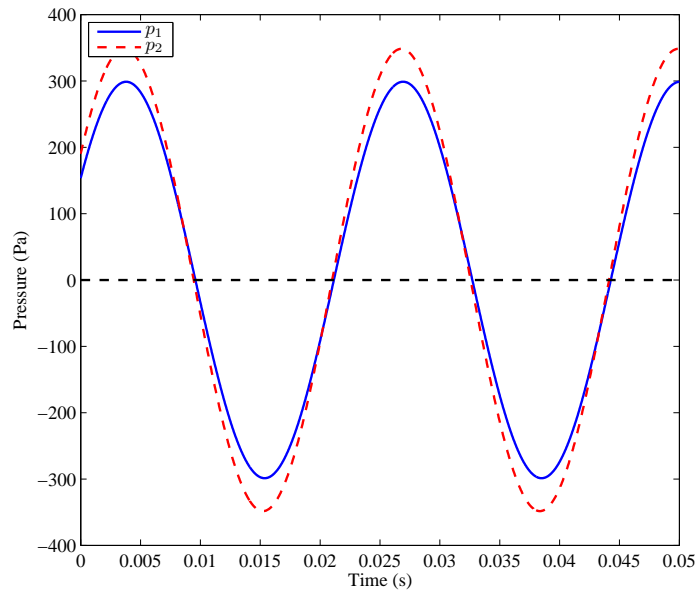


Fig. 4.22: Pressure amplitude time response (caseB)

両者の明確な位相差を示すため、上述したFFT解析より算出した位相角、 $p_1(t)$ 、 $p_2(t)$ の振幅値の三回の計測結果をTable 4.3に示す。基本周波数は表の全ての場合において43.2Hzとなった。リニアモータ側センサの位相が2~3°進んでいることがわかる。これらがセンサ入替によらないことから電力フィードバックにより $T_C$ から $T_H$ 方向の進行波音波が生じていると考えられる。ただし、純粋な進行波音場であれば、進行方向に対して $\frac{l_s}{c_0} = 2.56\text{ms}$ のむだ時間が生じるため、発振周波数43.2Hzより2センサ間には $\frac{2.56\text{ms}}{23.1\text{ms}} \times 360^\circ = 40^\circ$ 程度の位相差がつくと予想できるが、結果はこれの5~8%程度となっていることから定在波成分が優勢なシステムであると考えられる。

本節では、管路長を約2.1m延長することで発振する予測となり、実験の結果実際に発振が生じること、開放時のリニアモータ端子電圧間の位相差約138°がほぼゼロになること、管内にコアが音波を増幅する方向の進行波圧力成分が僅かに存在することを示した。今後の課題として、高効率なリニアモータの検討、電気回路での位相調整が挙げられる。現状は市販のスピーカを改造したリニアモータを使用しているため、より変換効率が高いリニアモータを用いることで進行波圧力成分が優勢な音場形成が期待できる。熱音響発電機への適用を対象としたリニアモータで効率が約90%に達するものも報告されている[23]。また現在のシステムは全長約6mと巨大で、LC回路を用いたフィードバック回路内での位相調整が可能になれば、システム全体の体積も減らすことが出来るため、装置の小型化や電力密度の向上が期待できる。

Table 4.3: Pressure amplitude and phase (caseA, caseB)

		amp. (Pa)		phase (deg)	
		$ \tilde{p}_1 $	$ \tilde{p}_2 $	$\angle\tilde{p}_1$	$\angle\tilde{p}_2$
case A: (right: $p_1$ ; left: $p_2$ )	#1	310	267	-99.4	-102.9
	#2	287	246	-99.3	-102.8
	#3	297	256	-99.1	-102.7
case B: (right: $p_2$ ; left: $p_1$ )	#1	243	283	257.9	260.2
	#2	245	286	-101.8	-99.7
	#3	244	284	258.0	260.2

## 第5章 電力フィードバックが発振状況へ与える効果

前章では、リニアモータ間距離を変化させて安定性解析を行い、フィードバック回路短絡時に発振し、開放時には発振しない管路長を求めた。発振の可否は実験結果に整合し、電力フィードバックを使用して発振するシステムを得た。また音波増幅方向の進行波圧力成分が他方よりも大きいことを確認し、電力フィードバックにより、管内にわずかに進行波成分が生じることを示した。

本章では、このシステムを対象にフィードバック回路短絡・開放の条件で電力フィードバックが発振状況へ与える効果を検証する。具体的には、システムの臨界温度比、音響パワーの流れ方向、環送電力に注目し、これらを予測するために提案手法の拡張を行い電力フィードバック接続の有効性を示す。

### 5.1 臨界温度比における効果

一般に、臨界温度比（熱音響自励発振が生じる  $T_H$  と  $T_C$  の比）が低いほど低温熱源での駆動が可能であるため、実用上有用なシステムであるといえる。そこで本節では臨界フィードバック回路短絡・開放の条件で臨界温度比を測定・比較する。その際、臨界温度比を予測するために異なる温度比で取得された二つの周波数応答からコアの応答を内挿し、温度比を詳細に変化させた場合の安定性解析を行う手法を提案する。

#### 5.1.1 温度比の内挿によるコアの周波数応答の算出

臨界温度比を推定するためには、温度比を細かく変化させてコアの周波数応答  $G_{\text{core}}$  を取得することが望ましいが、実験の手間を考慮すると容易ではない。そこで、 $T_H = 200, 300, 400$  °C で取得した応答を用いて、その温度範囲内の応答を算出することでより所望の  $T_H$  の応答を得ることを提案する。コアの音響パワー増幅率は理論上  $T_H/T_C$  に比例するため、温度比の線形近似が可能であると考えられる。

具体的には上限温度  $\overline{T_H}$  および下限温度  $\underline{T_H}$  のコアの応答を用いてこの範囲内の温度  $T$

$$T = \alpha \underline{T_H} + (1 - \alpha) \overline{T_H} \quad (5.1)$$

の応答  $G_{\text{core}}(T)$  を

$$G_{\text{core}}(T) = \alpha G_{\text{core}}(\underline{T_H}) + (1 - \alpha) G_{\text{core}}(\overline{T_H}) \quad (5.2)$$

と求める。ただし  $0 \leq \alpha \leq 1$  である。Fig. 5.1 に  $T_H = 200, 300, 400^\circ\text{C}$  で取得された熱音響コアの周波数応答,  $\underline{T_H} = 200^\circ\text{C}$ ,  $\overline{T_H} = 400^\circ\text{C}$ ,  $\alpha = 0.5$  とし  $300^\circ\text{C}$  に内挿補間した応答をそれぞれ示す。補間応答はゲイン・位相共に実測応答にほぼ一致しており、その妥当性が確認できる。なお図で空白となっている右下要素  $A_1$  から  $B_1$  まで、及び左上要素  $B_2$  から  $A_2$  までのゲインは、Fig. 4.2 で示したようにコア部で反射される成分で、表示範囲より小さい。

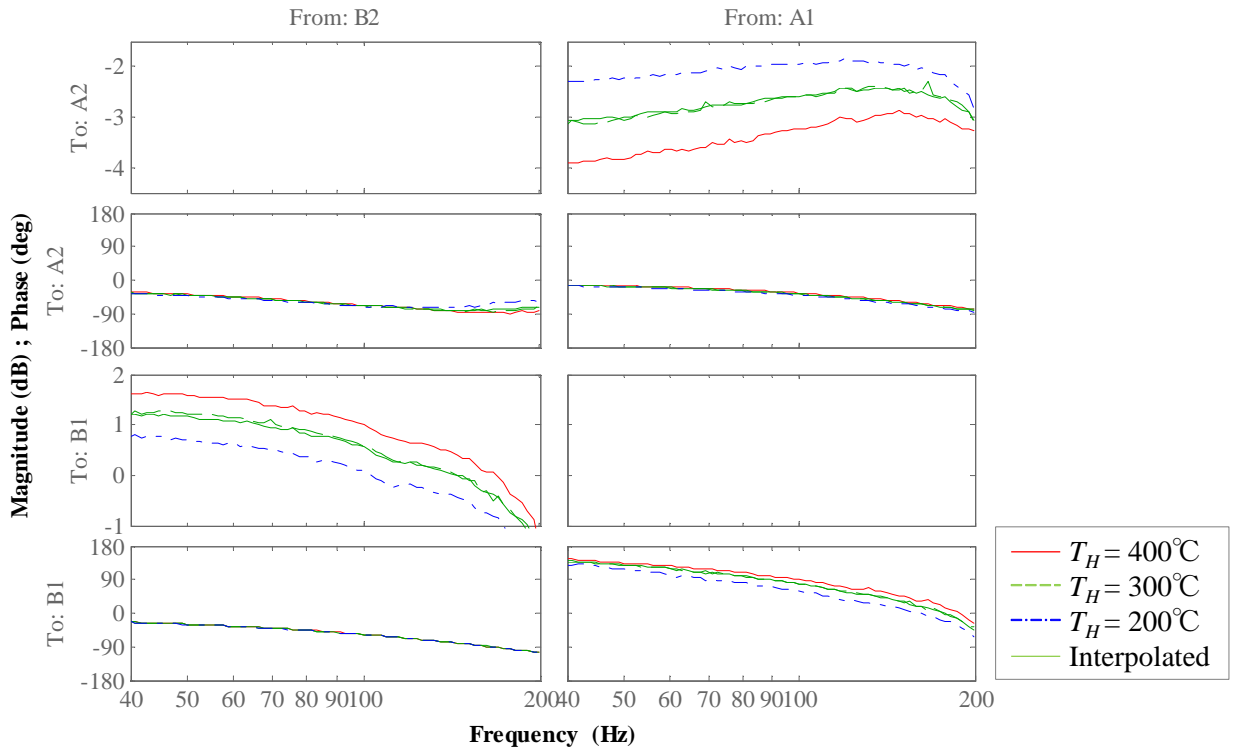


Fig. 5.1: Interpolated frequency response of  $G_{\text{core}_1}$  ( $\alpha = 0.5$ )

### 5.1.2 発振実験及び解析結果

第 4.3 節の安定性解析では、フィードバック回路短絡・開放で比較し、短絡時のみ軌跡が原点を囲み発振すると予測した。しかし周波数応答取得時の周波数ステップが大きくなり軌跡が粗かったこと、また周波数範囲の下限を 40Hz としていたが、これより低い周波数で発振するケースがあったため、本節の解析では、軌跡の周波数点間隔を 20 分割しナイキスト軌跡をスプライン補間し、下限値を 30Hz とすることとした。本節以降では全て上記の条件で解析を行う。周波数範囲変更・補間前の結果を Fig. 5.2、後の結果を Fig. 5.3 に示す。周波数範囲の下限を下げ軌跡に対してスプライン補間を行ったことで、実際には図のように開放時の軌跡も原点を囲むことが分かった。

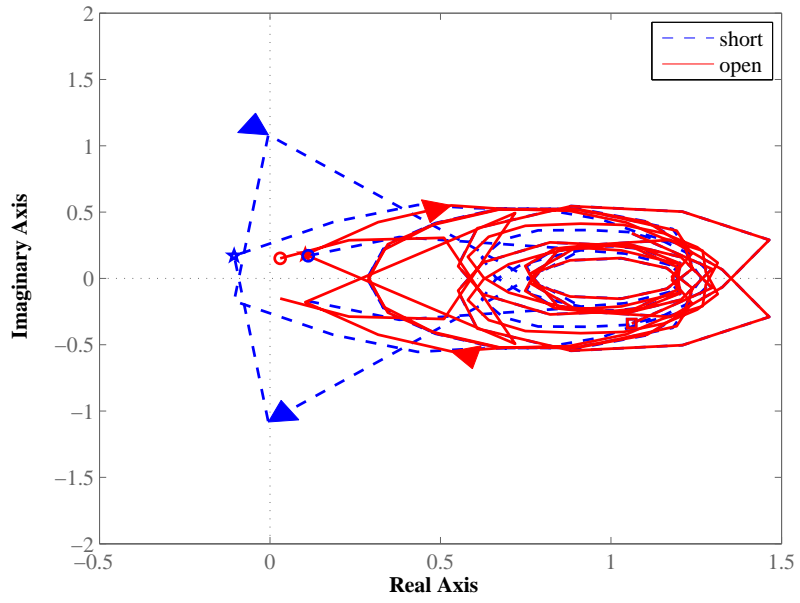


Fig. 5.2: Nyquist plot at  $T_H = 400\text{ °C}$  ( $f = 40\sim 200\text{ Hz}$ )

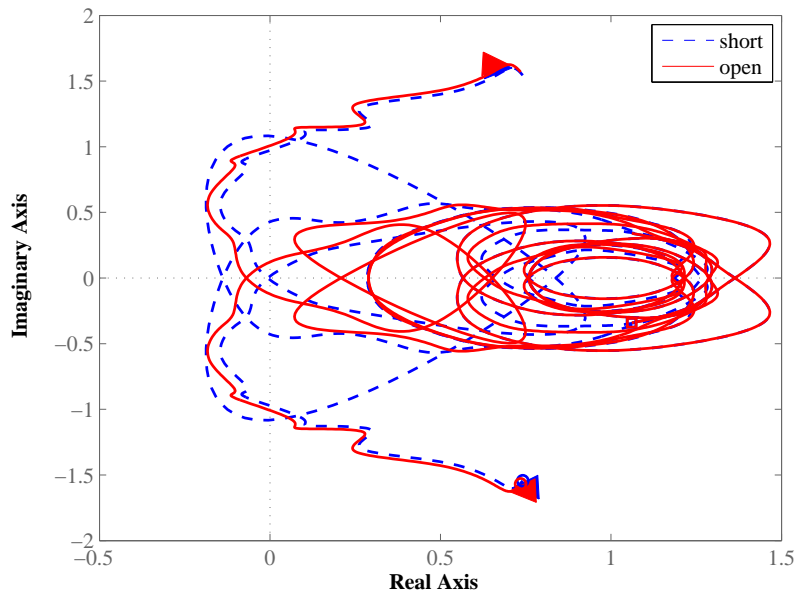


Fig. 5.3: Nyquist plot at  $T_H = 400\text{ °C}$  ( $f = 30\sim 200\text{ Hz}$ )

$T_H = 200, 300, 400$  °C で取得された三つのコアの周波数応答から、 $\alpha = 0.125$  刻みで  $200 \sim 300$ ,  $300 \sim 400$  °C 範囲内をそれぞれ 8 分割 ( $12.5$  °C 刻み) した。補間された各周波数応答を Fig. 5.4 に示す。これらの応答を用いて同様の安定性解析を行い、回路短絡・開放の二通りで軌跡-原点間最短距離  $d_{\min}$ 、その時の発振周波数  $f_r$  を求め、ナイキスト軌跡が原点を囲む温度比を探索した。解析結果を Table. 5.1 に示す。

$200 \sim 300$  °C 範囲では両条件で原点を囲わない結果となった。短絡時は、 $T_H = 312.5$  °C では原点を囲まず (Fig. 5.5),  $T_H = 325.0$  °C で囲む (Fig. 5.6), 一方で開放時は  $T_H = 350.0$  °C では原点を囲まず (Fig. 5.7),  $T_H = 362.5$  °C で囲み (Fig. 5.8), 発振する予測となった。表より短絡時に比べ開放時の方が発振周波数が  $5\text{Hz}$  程度低いことが分かる。また回路短絡時,  $T_H = 400$  °C にて二つの異なる周波数の軌跡が原点を囲む結果となった。Fig. 5.3 がこれに対応するナイキスト軌跡で、原点を軌跡が二回囲んでいることから複数モードで発振していると考えられる。

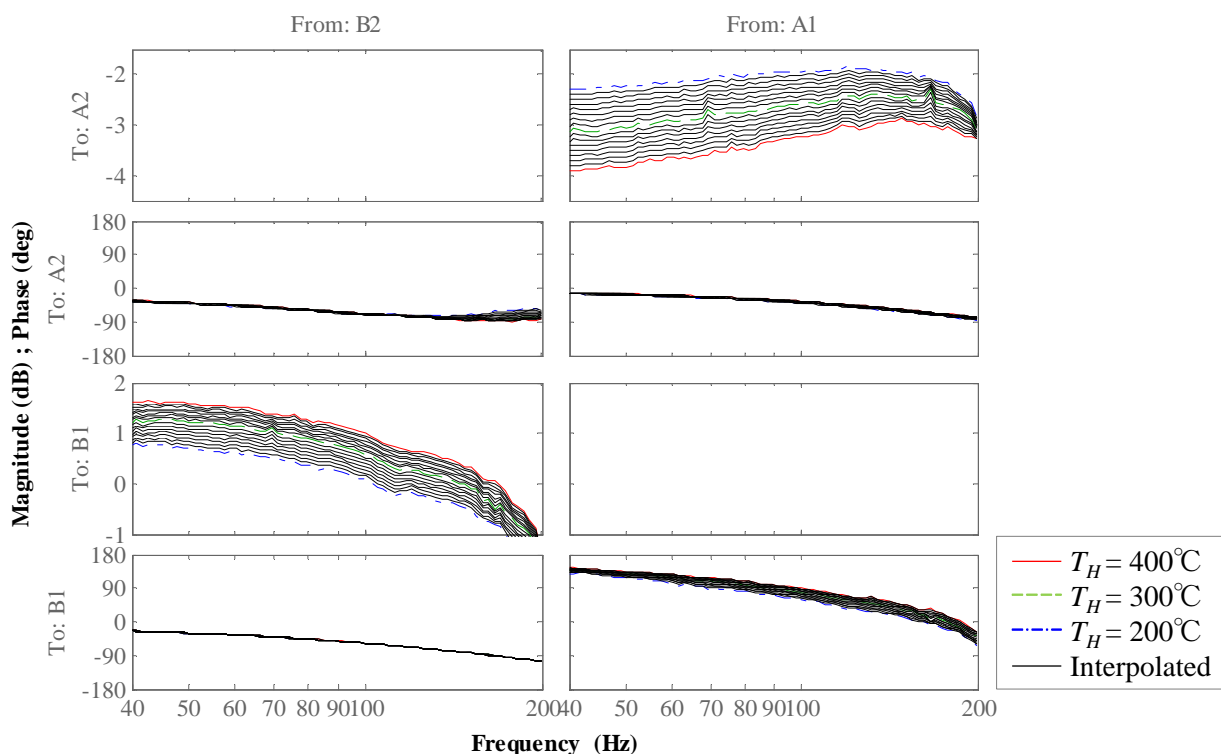


Fig. 5.4: Interpolated frequency response of  $G_{\text{core1}}$  ( $\alpha = 0.125$ )

Table 5.1: Analysis results

$T_H/T_C$	$T_H(^{\circ}\text{C})$	oscillation		$d_{\min}$		$\hat{f}_r(\text{Hz})$	
		short	open	short	open	short	open
2.33	400.0	○	○	0.137	0.071	44.6	40.0
2.28	387.5	○	○	0.117	0.051	44.5	39.9
2.24	375.0	○	○	0.093	0.031	44.5	39.8
2.20	362.5	○	○	0.077	0.011	44.5	39.6
2.16	350.0	○	×	0.050	-0.008	44.5	39.4
2.11	337.5	○	×	0.044	-0.023	44.4	39.2
2.07	325.0	○	×	0.008	-0.033	44.4	38.9
2.03	312.5	×	×	-0.038	-0.042	44.4	38.7
1.98	300.0	×	×	-0.035	-0.056	44.4	38.5
1.94	287.5	×	×	-0.073	-0.077	44.3	38.0
1.90	275.0	×	×	-0.107	-0.093	44.3	37.6
1.85	262.5	×	×	-0.136	-0.115	44.3	37.3
1.81	250.0	×	×	-0.167	-0.144	44.2	37.2
1.77	237.5	×	×	-0.198	-0.179	44.2	37.0
1.72	225.0	×	×	-0.226	-0.217	44.2	36.8
1.68	212.5	×	×	-0.253	-0.222	44.1	35.7
1.64	200.0	×	×	-0.280	-0.230	44.1	35.6



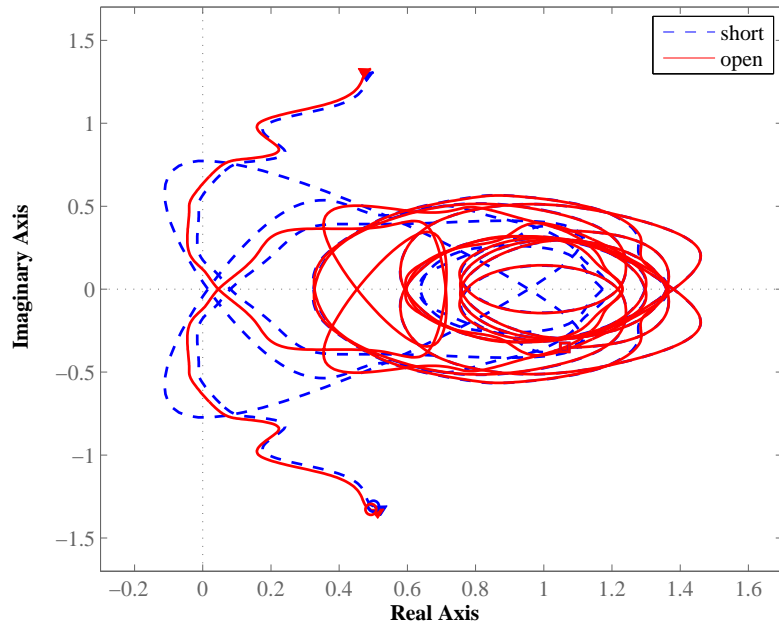


Fig. 5.5: Nyquist plot at  $T_H = 312.5\text{ }^\circ\text{C}$

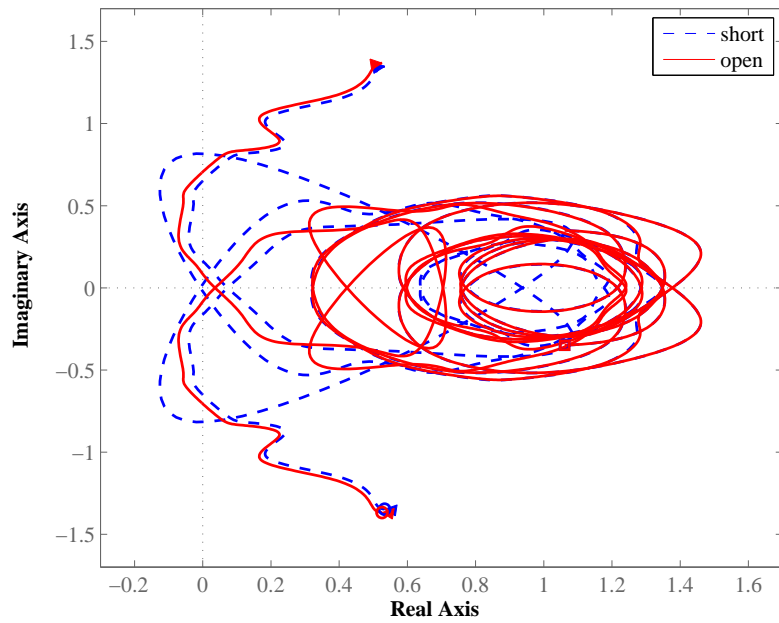


Fig. 5.6: Nyquist plot at  $T_H = 325.0\text{ }^\circ\text{C}$

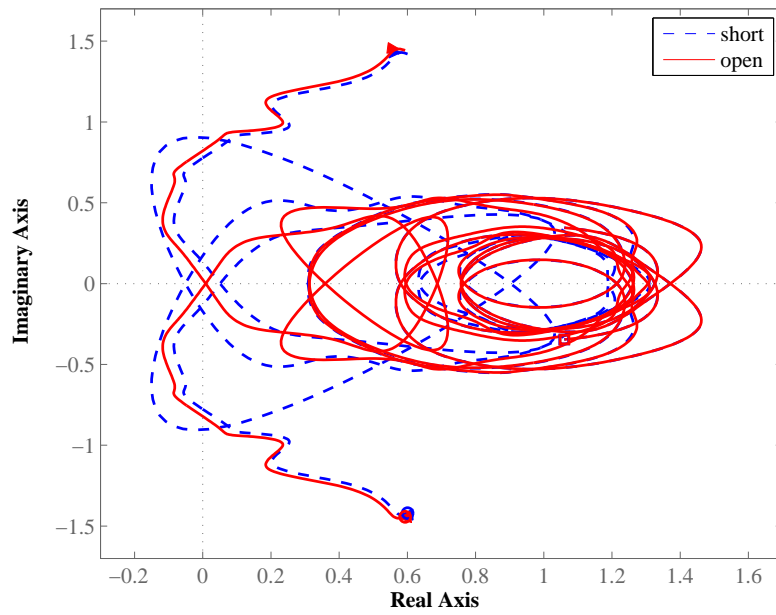


Fig. 5.7: Nyquist plot at  $T_H = 350.0\text{ }^\circ\text{C}$

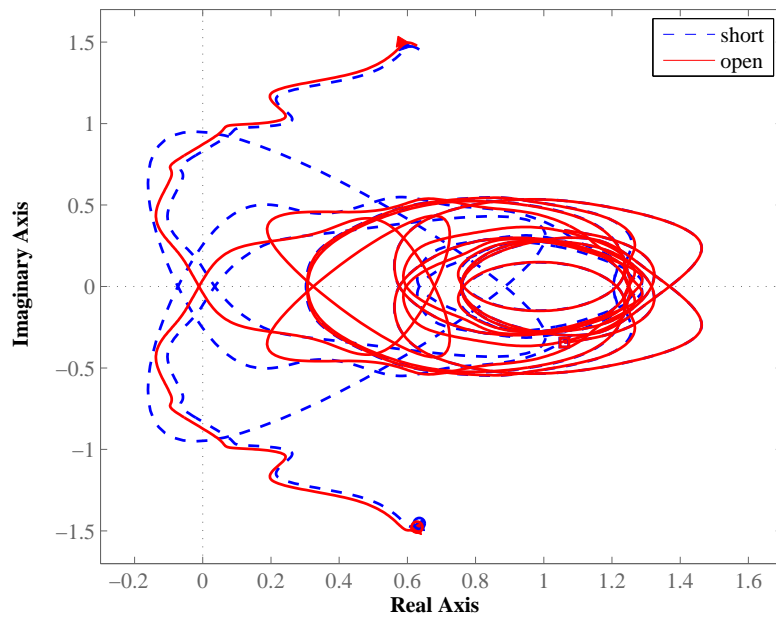


Fig. 5.8: Nyquist plot at  $T_H = 362.5\text{ }^\circ\text{C}$

次に、装置を構成し発振実験を行った。 $T_H$  を室温から徐々に増加させ、両条件で発振が生じた時の臨界温度比、センサ  $p_1$  の圧力、発振周波数を記録した。測定結果を Table. 5.2 に示す。回路短絡時は  $T_H = 252^\circ\text{C}$  のとき、43.4Hz で自励発振が生じることを確認した。一方、開放時は  $T_H = 400^\circ\text{C}$  までの範囲で自励発振は生じなかった。ただし、定在波型エンジンに対して、外部から刺激を与えた場合に発振が開始する温度比は、刺激を与えないで発振が開始する温度比よりも小さくなることが報告されている [24]。そこで第 4.2 節と同様の手法でリニアモータ端子に 4Vpp, 43Hz の正弦波を印加し発振を促した。この結果、短絡時は加振時  $T_H = 238^\circ\text{C}$  にて発振が生じ、開放時は  $T_H = 350^\circ\text{C}$  付近で 38.6Hz の発振が生じた。その後加振周波数を 38Hz とし、発振する最低温度を探索した結果、 $T_H = 295^\circ\text{C}$  となった。なお短絡時は前節で説明したようにコイルが激しく振動するため、解析で得られた高温度比における複数モードの検証については行えていない。

Table 5.2: Experimental results

$T_H/T_C$	$T_H(^{\circ}\text{C})$	oscillation		$ \tilde{p}_1 (\text{Pa})$		$f_r(\text{Hz})$	
		short	open	short	open	short	open
2.16	350	-	○	-	639	-	38.6
1.98	300	-	○	-	435	-	38.0
1.96	295	-	○	-	345	-	37.9
1.96	294	-	×	-	-	-	-
1.88	270	○	×	330	-	43.2	-
1.82	252	○	×	241	-	43.4	-
1.77	238	○	×	144	-	43.5	-
1.76	237	×	×	-	-	-	-

Fig. 5.9 に発振周波数の実測及び予測値  $\hat{f}_r$  と温度比の関係を示す。実験・予測共に短絡時はリニアモータの共振周波数 45Hz に近いこと，一方で回路開放時は 5Hz 程度低い発振周波数となり，実測・予測の誤差は約 2~6 % と小さいことが分かる。Fig. 5.10 に，臨界温度比の測定・推定結果の比較を示す。発振実験による加振時の臨界温度比は短絡時: 1.77, 開放時: 1.96, 解析による臨界温度比の予測値は短絡時: 2.07, 開放時: 2.20 となった。実験・解析共に短絡時の臨界温度比の方が開放時より低く，電力フィードバックにより臨界温度比が低下したと考えられる。

実験結果に比べ解析で予測された臨界温度  $T_H$  は約 80 °C 程度高い値となった。解析では管路部分の周波数応答は減衰のないむだ時間モデルを与えているが，実験装置の管路部は実際には摩擦係数の高い塩ビ管で構成されている。よって損失を無視した解析の方が実験に比べ臨界温度比は低くなると考えられる。エラーの原因として考えられるのは，周波数応答取得時の周波数ステップを大きく与えている点である。スプライン補間を行う前の解析結果である Fig. 5.2 を見ると，原点付近をナイキスト軌跡が少ない周波数点で大きく囲っていることが確認でき，この周波数付近で実際には更に大きく原点を囲っている可能性がある。本研究では実験の省略化のために周波数ステップを大きく与えているが，更に細かいステップで応答を取得し解析を行うことで臨界温度比は低下すると考えられる。

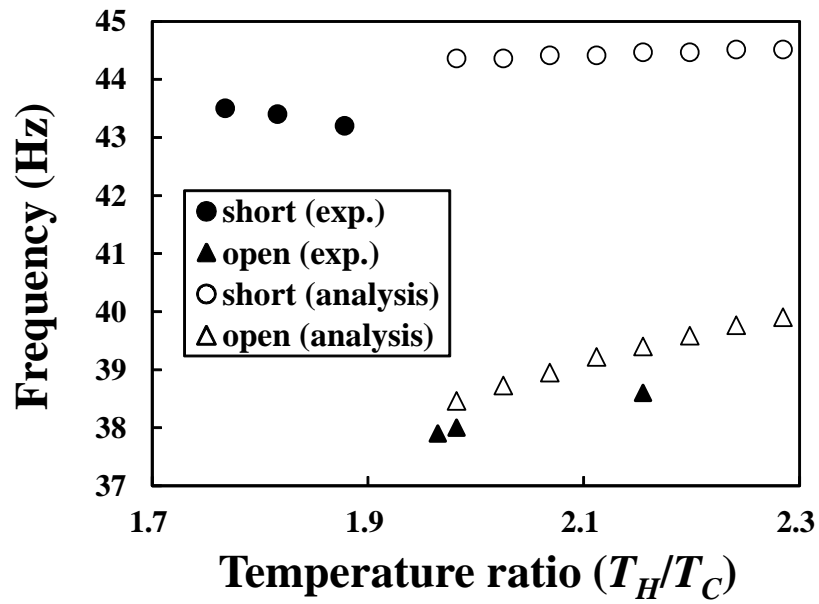


Fig. 5.9: Analysis and experimental results of oscillating frequency

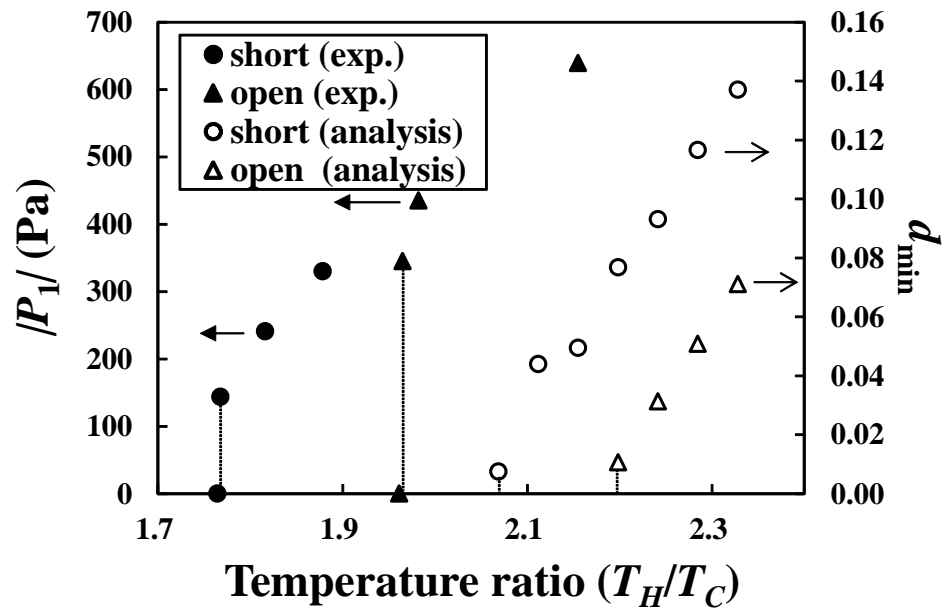


Fig. 5.10: Analysis and experimental results for CTR

## 5.2 音響パワーの流れ方向における効果

第 4.2 節にて、電力フィードバック回路短絡時にコアの  $T_C$  から  $T_H$  方向へ向かう進行波圧力成分が僅かながらに観測された。本節では新たにフィードバック回路開放時における進行波圧力成分を実測し、短絡時の結果と比較し電力フィードバックの効果进行调查する。次に実測結果を検証するために第 4 章で提案したコア多段の解析手法を拡張し、定常発振状態におけるコア部に流入・流出する進行波圧力成分の比を解析的に求め、音響パワーの流れ方向を判別する手法を提案する。

### 5.2.1 音響パワ一流れの実測

実験装置を構成し、フィードバック回路短絡・開放それぞれの発振時における管内の音響パワーの流れ方向を観測する。システムの臨界温度比の実測で、 $T_C = 12^\circ\text{C}$  のとき回路短絡時は  $T_H = 238^\circ\text{C}$ 、開放時は  $T_H = 295^\circ\text{C}$  で発振が開始することが確認された。そこで本節では両条件で発振が生じる  $T_C = 12^\circ\text{C}$   $T_H = 300^\circ\text{C}$  に設定した。なお第 4.3 節で既に回路短絡時については実験が行われているが、高温側温度の設定条件が異なるため再度実験を行う。

発振のきっかけを与えるために、安定性解析より推定された発振周波数 ( $R = 0$ : 43Hz,  $R = \infty$ : 39Hz), 4Vpp でリニアモータ  $H_1$  を加振した結果、短絡時は 43.0Hz, 開放時は 38.1Hz で発振を確認した。次に、第 4.3 節と同じ手順で回路短絡・開放それぞれ、発振時の圧力センサの出力電圧  $p_1$ ,  $p_2$ , リニアモータ端子電圧  $v_{s1}$  を A/D 変換し 10 秒間の時間応答波形を三回記録した。Fig. 5.11 に回路短絡時, Fig. 5.12 に開放時の、取得した一回の圧力センサ時間応答波形を圧力換算したものを示す。短絡時はリニアモータ側センサ  $p_1$  が、開放時はコア側センサ  $p_2$  が僅かに進んでいるように見える。また振幅は両者ともリニアモータ側センサ  $p_1$  の圧力振幅の方が大きく、管内はほぼ一次共振の圧力分布と考えられるため妥当な結果である。電力が輸送される短絡時の方が管内圧力振幅が大きく発振強度が高いことが分かる。両者の明確な位相差を示すため、FFT 解析より算出した位相角,  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  の振幅値の三回の計測結果を Table 5.3 に示す。

結果より、回路短絡時は  $p_1$  に対して  $p_2$  が平均 2.1 度の位相遅れ、回路開放時は  $p_2$  に対して  $p_1$  が平均 1.8 度の位相遅れとなることから、短絡時は電力フィードバックにより  $T_C$  から  $T_H$  へ向かう音波増幅方向の進行波が、開放時はコアをエネルギー源としたリニアモータ  $H_1$  側へ向かう進行波の方が他方より大きいことが分かる。

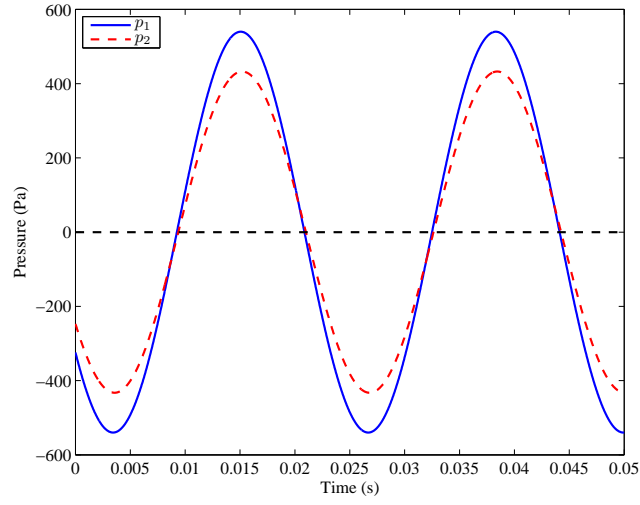


Fig. 5.11: Pressure amplitude time response ( $R = 0$ )

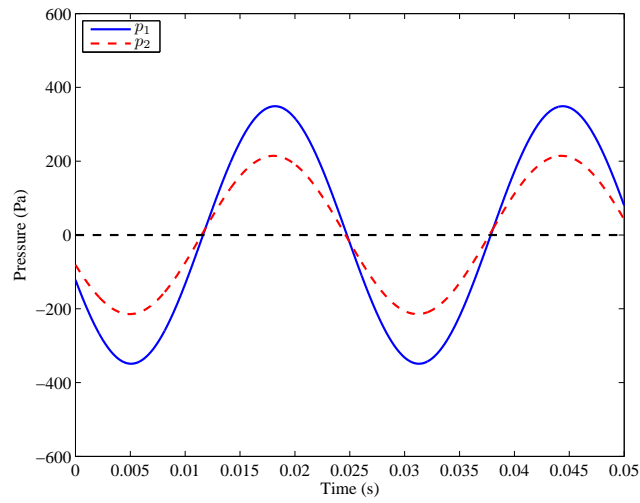


Fig. 5.12: Pressure amplitude time response ( $R = \infty$ )

Table 5.3: Pressure amplitude and phase ( $R = 0, R = \infty$ )

		amp. (Pa)		phase (deg)	
		$ \tilde{p}_1 $	$ \tilde{p}_2 $	$\angle\tilde{p}_1$	$\angle\tilde{p}_2$
short ( $R = 0$ )	#1	539.9	432.7	-101.7	-103.7
	#2	539.8	432.7	257.7	255.7
	#3	535.5	429.6	-101.4	-103.5
open ( $R = \infty$ )	#1	348.9	214.4	-252.3	-250.4
	#2	350.7	215.7	107.7	109.5
	#3	351.6	216.6	107.7	109.5

### 5.2.2 定常発振時進行波圧力成分の解析手法概要

定常発振状態における各部の進行波圧力成分の比を解析的に求める手法を提案する。そのためにまず、ナイキスト軌跡が原点を通る臨界状態に対応する熱音響コアの周波数応答  $G_{\text{core1}}$  を、第 5.1 節で提案された異なる温度比で取得した二つの応答から、その範囲内温度を内挿補間する手法より算出し、仮定された一箇所での進行波圧力成分に対する他の箇所におけるそれらを算出する。

定常発振を仮定した式 (4.31)

$$(I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}}) \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} = 0$$

より、ナイキスト軌跡が原点を通る場合 ( $d_{\text{min}} = 0$ )、点  $(0, 0)$  に重なる周波数点において  $(I - G'_{\text{core}}G'_{\text{other}})$  の行列は非正則となり、定常発振時の  $\tilde{A}_1$  と  $\tilde{B}_2$  の比を表す関係式となり固有ベクトルに相当する  $\tilde{A}_1$ ,  $\tilde{B}_2$  はゼロ以外の解をもつ。式 (4.31) に対し例えば  $\tilde{B}_2$  を適当な値に仮定し  $\tilde{A}_1$  を求め、次いで式 (4.22) を用いることで  $\tilde{A}_1$ ,  $\tilde{B}_2$  が算出できる。

管内が進行波音場であれば、Fig. 3.7 の左方向に流れる音響パワーを正とすると  $|\tilde{B}| > |\tilde{A}|$  となる。本手法では  $\tilde{A}_1$  と  $\tilde{B}_2$  の関係式から  $\tilde{B}_2$  を適当な仮定値として与えるため定量的な予測はできないが、各進行波圧力成分の比をみることで、音響パワーの増幅方向が判別できる。



### 5.2.3 解析結果

まず、フィードバック回路短絡・開放時それぞれのナイキスト軌跡が原点を通る周波数応答  $G_{\text{core1}}$  を内挿補間より算出する。第 5.1 節の臨界温度比の予測には  $\alpha = 0.125$  刻みで 200~300, 300~400 °C 範囲内を 8 分割し解析を行った。本節では原点を通る安定限界となる周波数応答が必要となるため、さらに詳細な  $\alpha = 0.008$  刻みで 300~400 °C 範囲内を 125 分割 (0.8 °C 刻み) し解析を行った。内挿補間の結果、回路短絡時は  $T_H = 320$  °C, 開放時は  $T_H = 355$  °C に補間された応答を用いることで軌跡がほぼ原点付近を通ることが分かった。Fig. 5.13, Fig. 5.14 にこのときの補間応答を用いた回路短絡・開放時のナイキスト線図を示す。短絡・開放どちらも軌跡が確かに原点を通っていることが分かる。このとき、実際に式 (4.22), (4.31) から、各進行波圧力成分の比を算出した。なお  $|\tilde{B}_2| = 1$  を仮定値として与えている。

Table 5.4 に解析結果を示す。ナイキスト軌跡が原点を通る場合、 $(I - G'_{\text{core}} G'_{\text{other}})$  の行列は非正則となるため、式 (4.31) の 1 行目を用いた場合 (eq.1), 2 行目を用いた場合 (eq.2) はおおよそ同一の結果が得られていることが分かる。Fig. 3.7 のコア部に流入・流出する各進行波圧力成分において、回路短絡時は  $|\tilde{A}_1| < |\tilde{B}_1|$ ,  $|\tilde{A}_2| < |\tilde{B}_2|$  となり、コアの音波増幅方向の進行波圧力成分が大きいこと、回路開放時は  $|\tilde{A}_1| > |\tilde{B}_1|$ ,  $|\tilde{A}_2| < |\tilde{B}_2|$  となり、コアから出ていく方向の進行波圧力成分が大きいことが分かる。

解析より得られた進行波の増幅方向は、短絡時は  $T_C$  から  $T_H$  へ向かう音波増幅方向の進行波が、開放時はコアからリニアモータ  $H_1$  側へ向かう進行波の方が他方より大きいという実験結果に一致しており、電力フィードバックの有無で音響パワーの流れ方向が切り替わることが分かる。

Table 5.4: Calculated traveling-wave pressure components

		Pressure amplitude (Pa)			
		$ \tilde{A}_1 $	$ \tilde{B}_1 $	$ \tilde{A}_2 $	$ \tilde{B}_2 $
short ( $R = 0$ )	eq.1	0.437	0.440	0.782	1.000
	eq.2	0.411	0.432	0.782	1.000
open ( $R = \infty$ )	eq.1	0.486	0.467	0.968	1.000
	eq.2	0.480	0.460	0.968	1.000

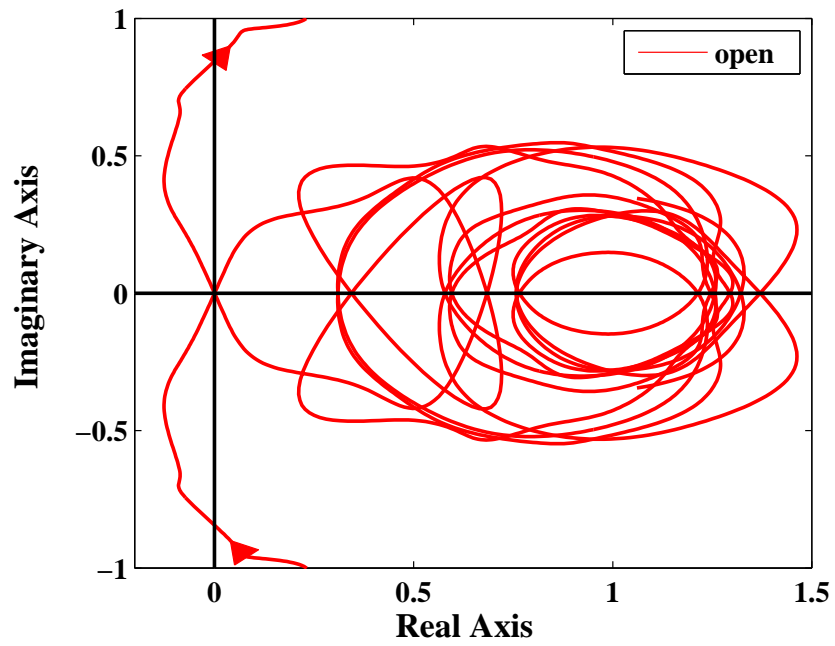


Fig. 5.13: Nyquist plot at  $T_H = 320\text{ }^\circ\text{C}$  ( $R = 0$ )

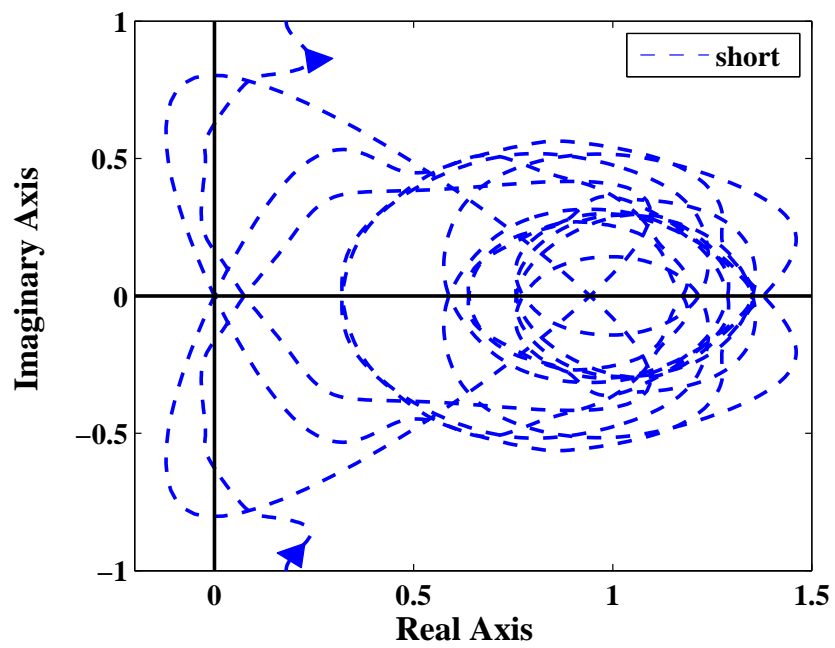


Fig. 5.14: Nyquist plot at  $T_H = 355\text{ }^\circ\text{C}$  ( $R = \infty$ )

## 5.3 環送電力における効果

提案される電力フィードバック型熱音響発電機は、コアによって音波が増幅される方向に位置するリニアモータ  $H_2$  が発電し、フィードバック回路を經由し  $H_1$  へと電力を輸送するシステムを目指しているが、実際に電力が  $H_2$  から  $H_1$  方向へと流れている確証はない。そこで本節では、電力フィードバック回路を循環する電力(環送電力)の向きと大きさを推定する。回路短絡から開放まで直列抵抗を短絡から開放へと変化させて電力の解析を行い、発振実験の結果と比較し解析手法の妥当性と電力フィードバックの有効性を示す。なお本節から、カートリッジヒータで構成される熱音響コアを追加製作し、五段全て同一構成のものを使用していることに注意する。

### 5.3.1 環送電力の実測と周波数応答に基づくエネルギー流れの推定

実験装置を構成し、直列抵抗  $R(\Omega)$  を  $R = 0$  から開放まで 15 通りに 0, 1, 4.7, 10, 47, 75, 100, 120, 220, 470, 820, 1.5k, 2.0k, 4.7k,  $\infty$  と変更して発振実験を行った。 $T_C = 10^\circ\text{C}$ ,  $T_H = 300^\circ\text{C}$  に設定し、リニアモータ  $H_2$  を加振し、抵抗値毎に定常状態に達した後、圧力センサの出力電圧  $p_1, p_2$ , リニアモータの端子電圧  $v_{s1}, v_{s2}$  をサンプリング周期 0.2ms で 10 秒間記録した。このとき取得した  $v_{s1}, v_{s2}$  の各時間応答波形を Fig. 5.15 から Fig. 5.29 に示す。実験時、 $R = 220\Omega$  においてのみオシロスコープ上で端子電圧波形にうなりが生じていることを確認しており、それは Fig. 5.23 から確認できる。波形より複数モードで発振していると考えられる。ただし  $v_{s1}, v_{s2}$  は回路短絡付近で 20Vpp を超える振幅値となっており、使用している A/D ボードでは  $\pm 10\text{V}$  が検出限界であるため、Fig. 5.15 からも分かるように振幅のピーク付近が平坦化されている。そこで取得した時間応答波形より最小二乗近似を行い正弦波を描画した。Fig 5.30, Fig 5.31 に取得した  $R = 0$  における  $v_{s1}, v_{s2}$  の時間応答波形と、近似された波形を示す。ほぼ実測した時間応答波形と重なっており、近似の妥当性が確認できる。

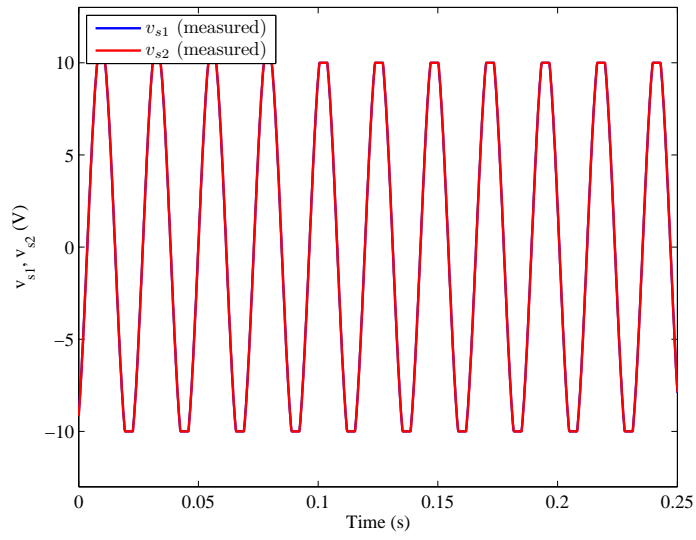


Fig. 5.15: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 0$ )

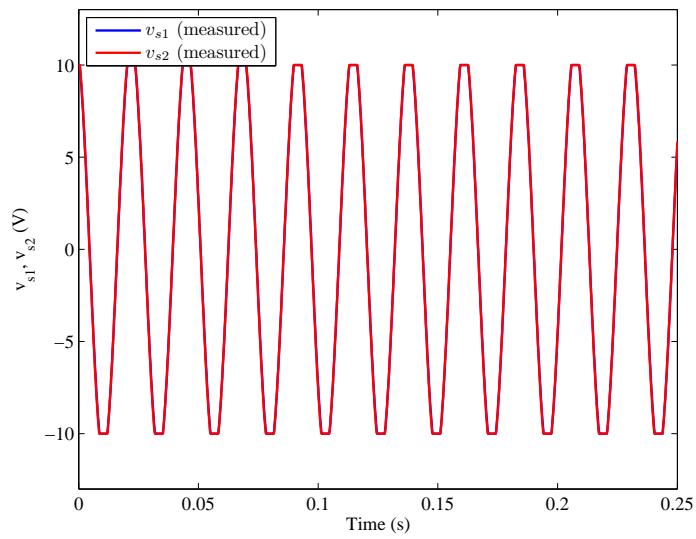


Fig. 5.16: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 1$ )

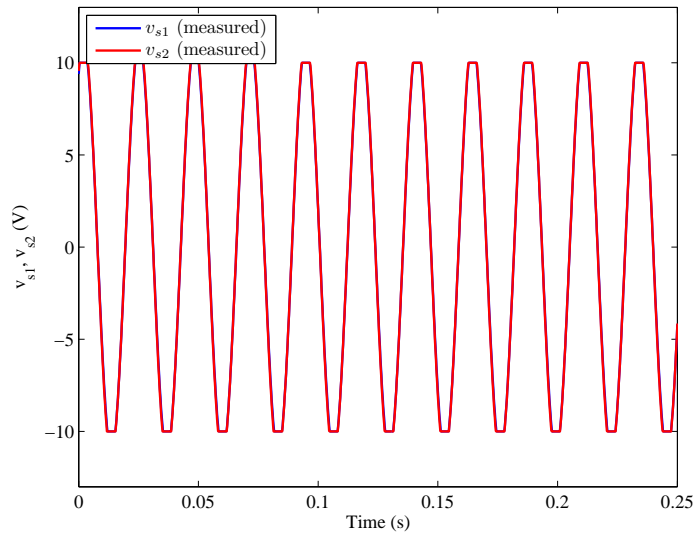


Fig. 5.17: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 4.7$ )

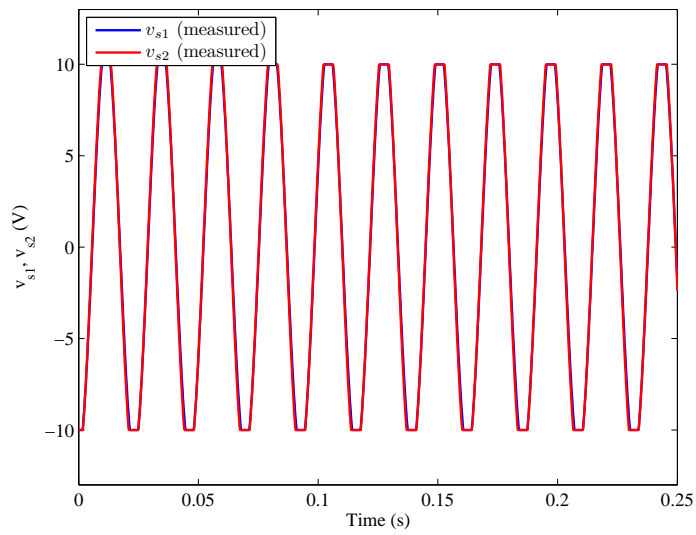


Fig. 5.18: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 10$ )

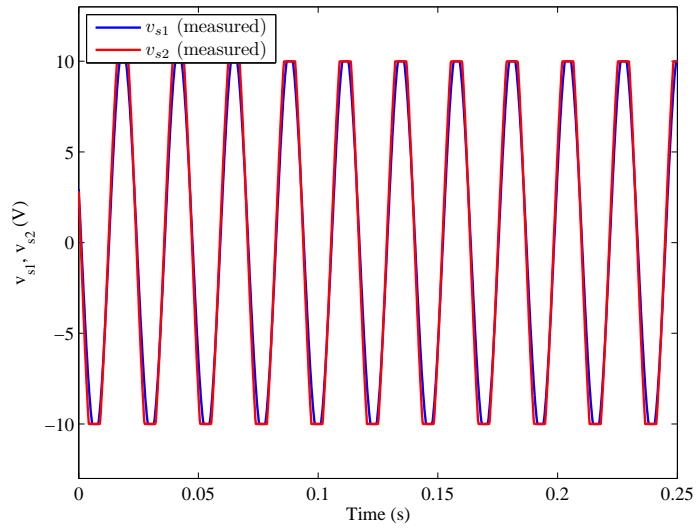


Fig. 5.19: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 47$ )

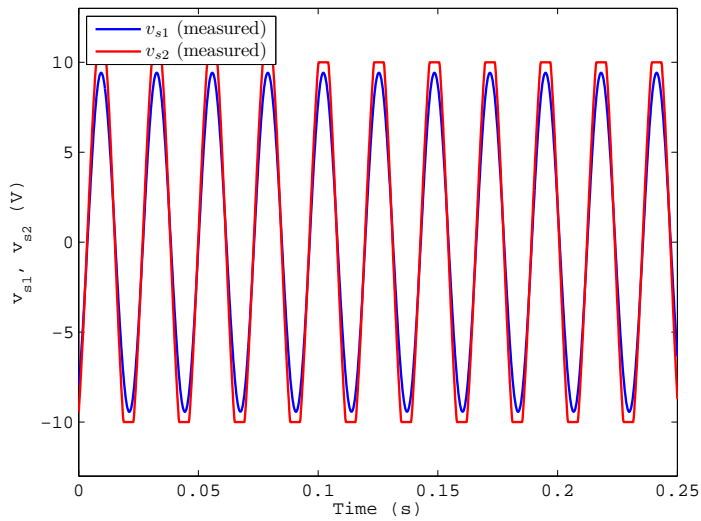


Fig. 5.20: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 75$ )

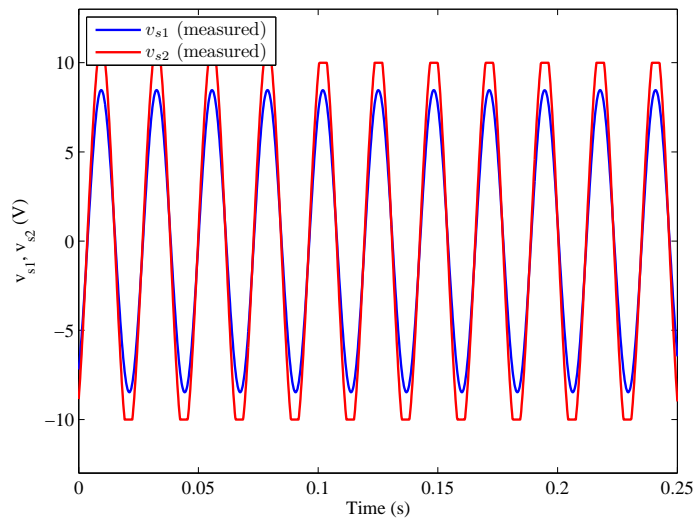


Fig. 5.21: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 100$ )

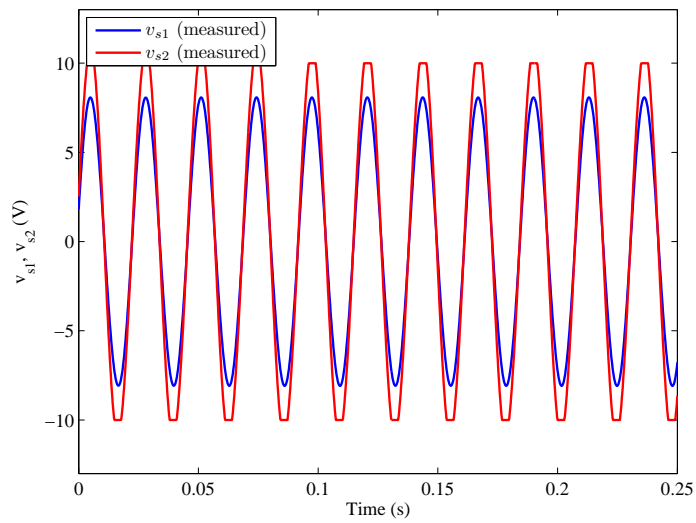


Fig. 5.22: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 120$ )

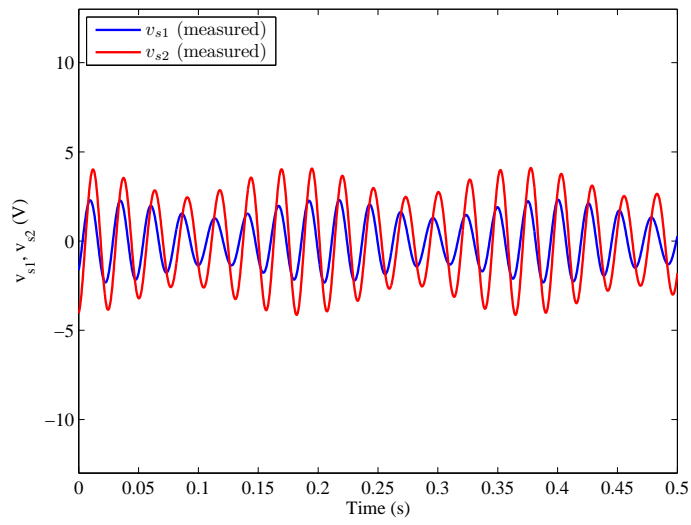


Fig. 5.23: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 220$ )

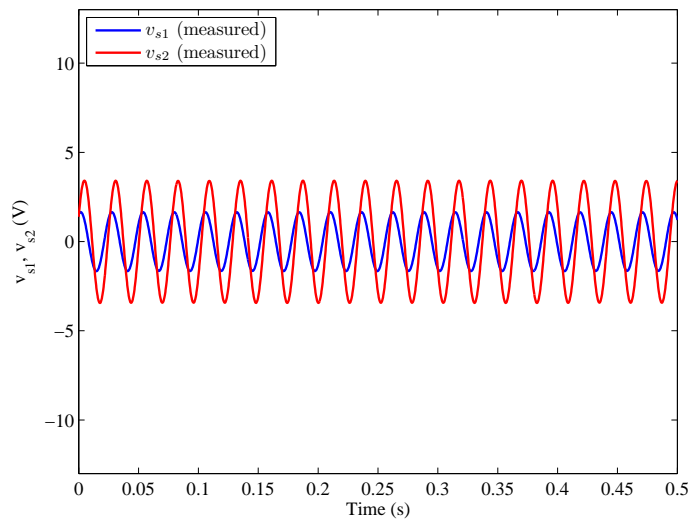


Fig. 5.24: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 470$ )



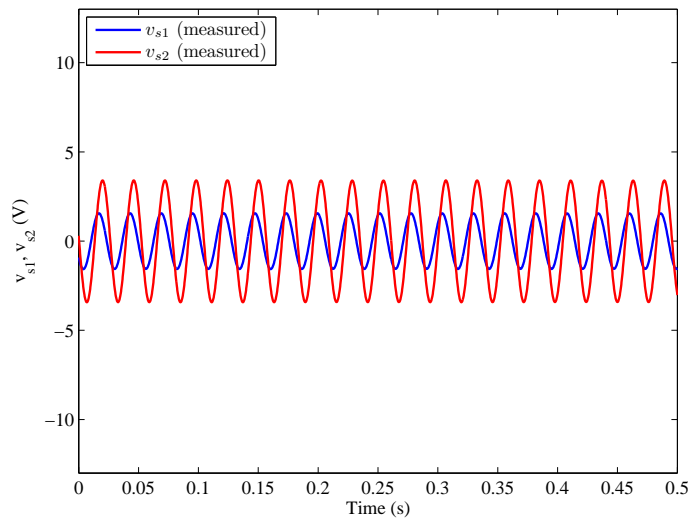


Fig. 5.25: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 820$ )

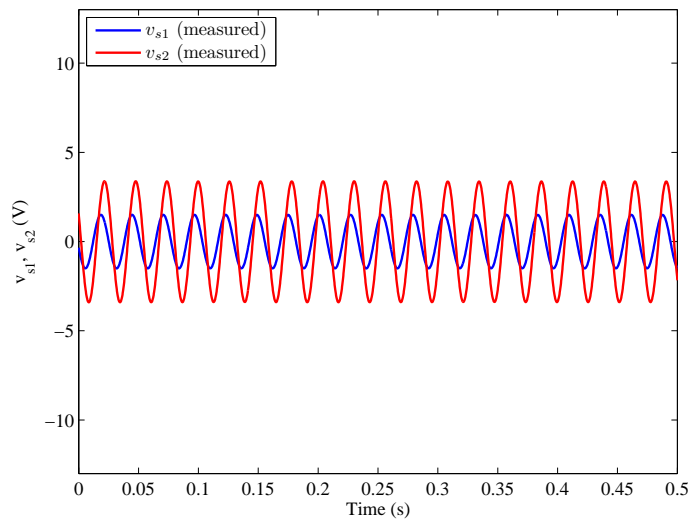


Fig. 5.26: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 1500$ )

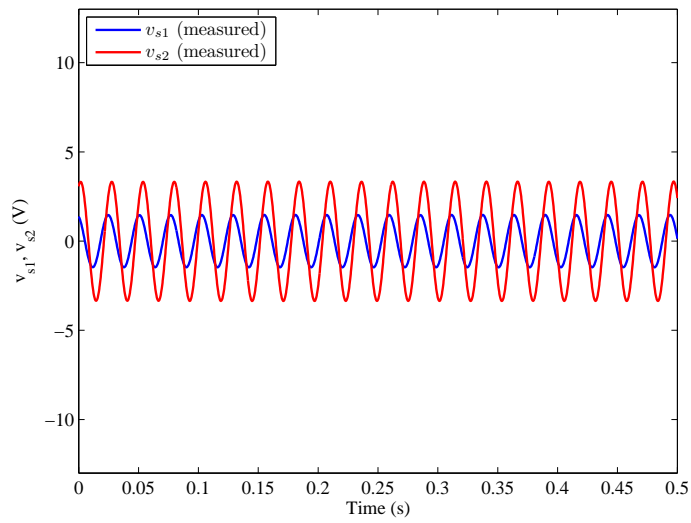


Fig. 5.27: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 2000$ )

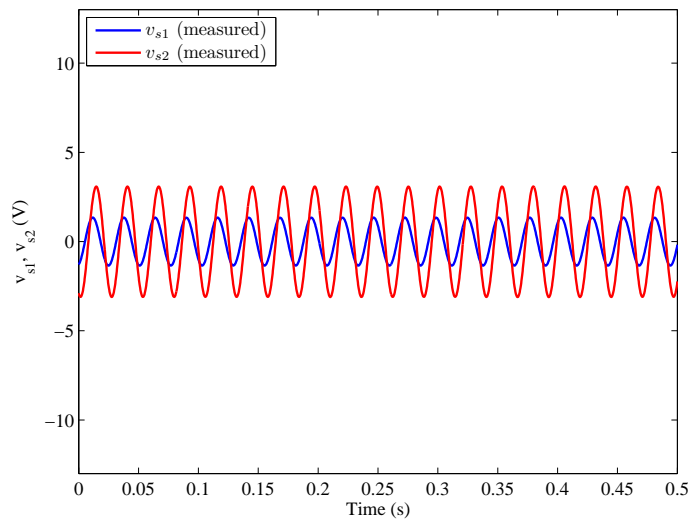


Fig. 5.28: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = 4700$ )

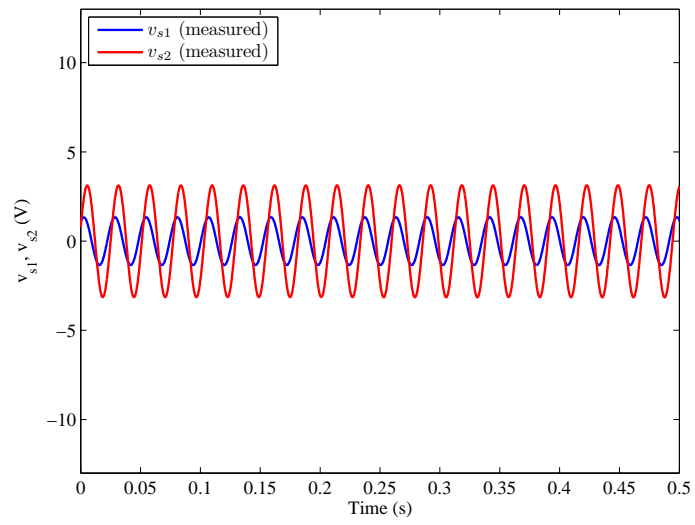


Fig. 5.29: Terminal voltage  $v_{s1}$  and  $v_{s2}$  amplitude time response ( $R = \infty$ )

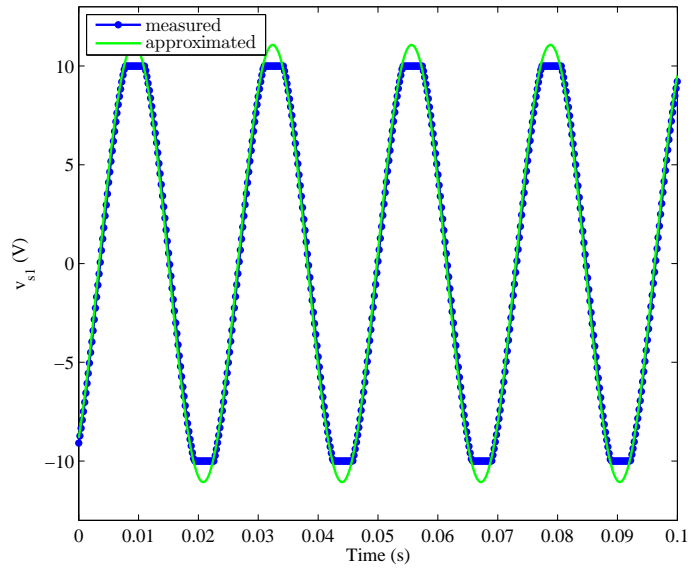


Fig. 5.30: Terminal voltage  $v_{s1}$  amplitude time response (approximated)

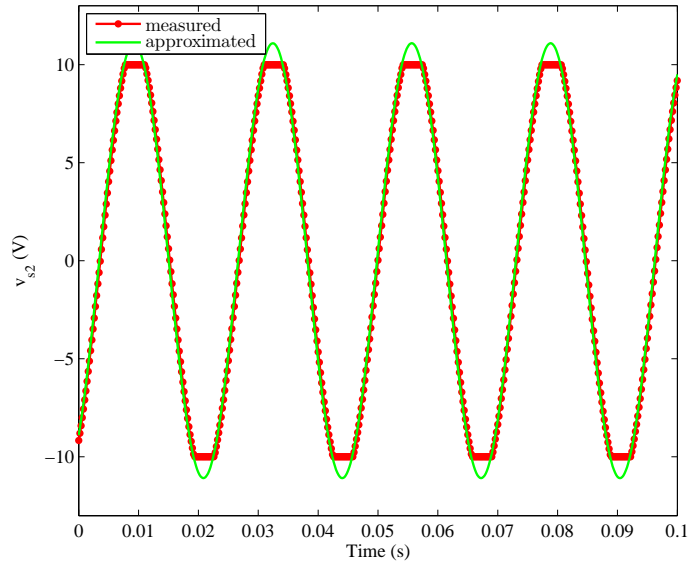


Fig. 5.31: Terminal voltage  $v_{s2}$  amplitude time response (approximated)

これらの各時間応答波形の基本周波数成分  $f_1$  における複素振幅  $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{v}_{s1}, \tilde{v}_{s2}$  を算出し、圧力センサ位置の音響パワー  $I$

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\tilde{p} \bar{\tilde{v}}\} = \frac{|\tilde{B}|^2 - |\tilde{A}|^2}{2Z_c} \quad (5.3)$$

とフィードバック回路前後の電力  $P_1, P_2$ , 抵抗部の消費電力  $P_R$

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\tilde{v}_{s1} \tilde{i}\} \quad (5.4)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\tilde{v}_{s2} \tilde{i}\} \quad (5.5)$$

$$\tilde{i} := \tilde{i}_1 = \tilde{i}_2 = (\tilde{v}_{s1} - \tilde{v}_{s2})/R, \quad P_R = P_1 - P_2 \quad (5.6)$$

を求めた結果を Table 5.5 の左側に示す。さらに、安定性解析に使用しているリニアモータの電気-音響特性  $H$  を用いて、リニアモータ  $H_1$  の電力→音響パワーの変換効率、リニアモータ  $H_2$  の音響パワー→電力の変換効率

$$\eta_{H_1} = \frac{I_C}{-P_1}, \quad \eta_{H_2} = \frac{-P_2}{I_H} \quad (5.7)$$

を算出した解析結果を Table 5.5 の右側に示す。リニアモータ端部の音響パワー  $I_C$  と  $I_H$  は、式 (4.19)

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}'_1 \\ \tilde{B}'_1 \end{bmatrix} = H_1 \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{v}_{s1} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \tilde{B}_2 \\ \tilde{A}_2 \end{bmatrix} = H_2 \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ -\tilde{v}_{s2} \end{bmatrix}$$

より算出した各進行波圧力成分の複素振幅から求めた。 $H_2$  に  $[\tilde{i} \ -\tilde{v}_{s2}]^T$  のベクトルをかけると  $[\tilde{B}_2 \ \tilde{A}_2]^T$  のベクトルが得られ、 $H_2$  に入力される音響パワー  $I_H$  が計算できるため変換効率  $\eta_{H_2}$  の算出が可能となる。同様に  $\eta_{H_1}$  も求まる。ただし、二つのリニアモータは同一仕様のため  $H_1 = H_2 = H$  と仮定している事に注意する。これらは実験装置 Fig. 3.7 中の  $I, I_C, I_H, P_1, P_2$  らに対応し、図の矢印を正方向とする。

表左側の結果より、抵抗値が小さい ( $R \leq 120\Omega$ ) 領域においては、リニアモータ側の圧力  $p_1$  がコア側の圧力  $p_2$  より  $2^\circ$  程度進んでおり、Fig. 3.7 の右から左に音響パワーが流れることがわかる ( $I > 0$  となることから確認できる)。この向きは  $R = 220\Omega$  以降で逆転し、発振周波数も約 43Hz から 38Hz にジャンプしている。この傾向は端子電圧の位相差にも見られる。ただし抵抗値によらず  $0 < \text{Re}\{\tilde{v}_{s1}\} < \text{Re}\{\tilde{v}_{s2}\}$  が成り立ち、電力の向き ( $P_1, P_2$  の符号) は変化しない。負号より、Fig. 3.7 の左から右に送電されることがわかる。Fig. 5.32 に各抵抗における環送電力  $P_1, P_2$  の変化を示す。  $R = 4.7\Omega$  の点に落差が生じているが、基本的に環送電力の大きさは、抵抗値が小さいほど大きくなることが分かる。また Fig. 5.33 に各抵抗における消費電力  $P_R$  の変化を示す。  $R = 75\Omega$  のとき、最大消費電力  $P_{\max} = 40\text{mW}$  が得られていることが分かる。よって現状の発電機の熱-電気変換効率  $\eta$  はヒータの合計投入熱量  $W_{\text{total}}$ ,

$$W_{\text{total}} = 100 \times 20 = 2000(\text{W}) \quad (5.8)$$

より

$$\eta = \frac{P_{\max}}{W_{\text{total}}} = \frac{0.04}{2000} = 0.002\% \quad (5.9)$$

となった。なお実験で使用しているヒータのコントローラはPI制御による入力 ON/OFF 制御であるが、上記の効率は常時 ON タイムであると仮定した場合のものである。

Table 5.5: Experimental and analysis results

$R$ ( $\Omega$ )	$f_1$ (Hz)	$ \tilde{p}_1 $ (Pa)	$ \tilde{p}_2 $ (Pa)	$\angle \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_2}$ (deg)	$I$ (mW)	$ \tilde{v}_{s1} $ (V)	$ \tilde{v}_{s2} $ (V)	$\angle \frac{\tilde{v}_{s2}}{\tilde{v}_{s1}}$ (deg)	$ \tilde{i} $ (mA)	$P_1$ (mW)	$P_2$ (mW)	$P_R$ (mW)	$I_C$ (mW)	$I_H$ (mW)	$\eta_{H_1}$ (%)	$\eta_{H_2}$ (%)
0	43.1	628	492	2.2	43	11.1	11.1	-0.4	-	-	-	-	-	-	-	-
1	43.1	638	497	2.0	41	11.1	11.2	0.1	107	-585	-592	7	301	647	51	92
4.7	43.1	625	487	2.0	40	10.8	10.9	0.4	41	-198	-202	4	45	272	23	74
10	43.1	644	502	2.4	51	11.2	11.7	1.7	62	-293	-313	20	97	385	33	81
47	43.0	628	483	2.0	40	10.5	12.2	3.5	40	-191	-228	37	43	323	22	71
75	43.1	571	436	1.7	28	9.4	11.8	2.6	33	-150	-190	40	39	277	26	69
100	43.2	510	392	1.9	24	8.4	10.9	2.3	25	-105	-137	32	21	215	20	64
120	43.2	498	379	1.4	17	8.1	10.8	1.3	23	-91	-122	31	17	198	19	62
220	38.3	531	316	-1.6	-19	1.8	3.3	-42.5	11	-3	-15	12	-29	148	-1107	10
470	38.4	528	315	-1.7	-20	1.6	3.4	-42.1	5	-2	-8	6	-26	143	-1683	6
820	38.4	522	311	-1.9	-22	1.6	3.4	-41.3	3	-1	-5	4	-25	138	-2584	3
1.5k	38.4	512	307	-1.7	-19	1.5	3.4	-40.7	2	-1	-3	2	-24	132	-4414	2
2.0k	38.4	507	304	-1.8	-19	1.5	3.3	-40.4	1	-0	-2	1	-23	128	-5789	1
4.7k	38.4	477	285	-1.9	-18	1.4	3.1	-39.6	0	-0	-1	1	-20	109	-13348	1
$\infty$	38.4	500	300	-1.8	-19	1.4	3.3	-39.6	0	-0	-0	0	-22	123	-	0

表の右側の結果より、 $I_C$  と 2 センサの圧力計測から算出された  $I$  は本来同程度となるべきだが、特に  $R = 1\Omega$  のとき両者には大きな違い (41mW と 301mW) が見られる。しかし、 $R = 220\Omega$  以上で  $I$  と同様に  $I_C$  の符号が逆転しており (このため  $\eta_{H_1}$  の値が見掛け上大きくなっている)、周波数応答  $H$  の妥当性が確認できる。 $I$  と  $I_C$  が同程度の  $R = 4.7\Omega$  を見ると、 $H_1$  側からコアに入射した音響パワーは約 6 倍に増幅される。その後  $H_2$  で 0.74 倍の電力  $P_2$  に変換される。電力  $P_2$  は抵抗で若干消費され  $P_1$  に変換された後、 $H_1$  で 0.23 倍の音響パワーに変換される。この一巡ゲインは 1 倍を超えており、音響パワーと電力を介して、図の反時計回りにエネルギーのフィードバックループが実現できていることがわかる。

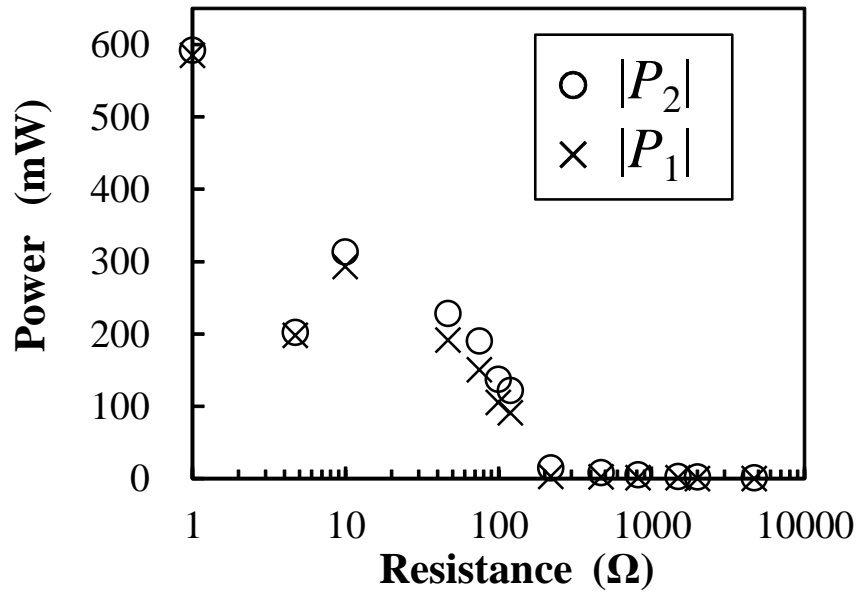


Fig. 5.32: Measurement of feedback power at each resistance

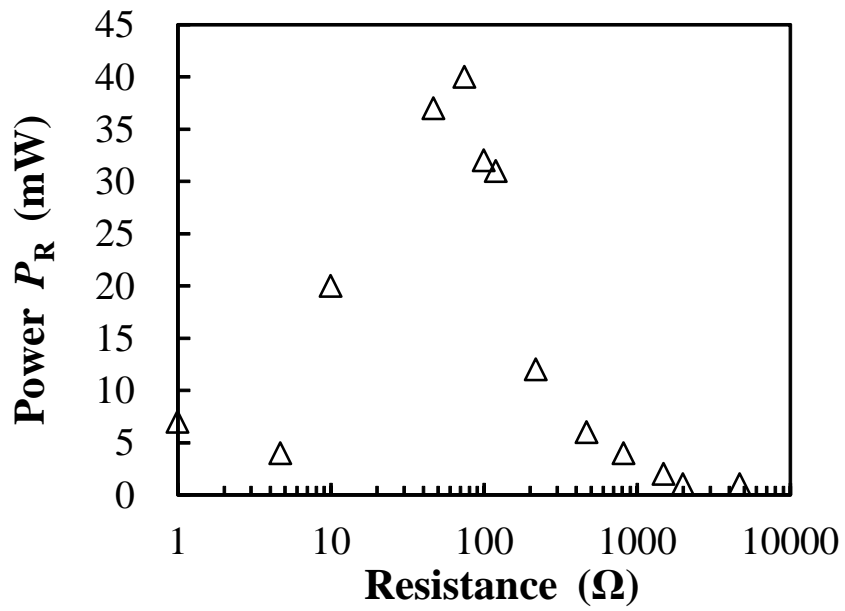


Fig. 5.33: Measurement of power consumption at each resistance



### 5.3.2 解析結果

第 4.2 節の解析手法より，抵抗値  $R$  毎に得られたナイキスト軌跡に対して数値的な自動処理を行い，解析に用いた 30 ~ 200Hz の範囲で原点に対して軌跡が回転した角度  $\theta$ ，原点からの最短距離  $d_{\min}$ ，その際の周波数  $\hat{f}_r$  を算出した結果を Table 5.6 に示す。ただし，コアの周波数応答取得時の  $T_C$  が今回の実験よりも高く (16°C)， $T_H = 300^\circ\text{C}$  の応答 ( $G_{\text{core}}^{300^\circ\text{C}}$  とする) では発振しない解析結果となったため， $T_C$  の低下に伴うゲイン上昇を考慮して 400°C で取得された応答と合わせて

$$G_{\text{core}}(300^\circ\text{C}) = 0.4G_{\text{core}}^{300^\circ\text{C}} + 0.6G_{\text{core}}^{400^\circ\text{C}} \quad (5.10)$$

と補間した応答を用いた。Fig. 5.34 に周波数の予測と実測結果の比較を示す。予測・実測共に， $R = 0 \sim 120\Omega$  周辺において軌跡は 45Hz 付近で原点を囲み，それよりも  $R$  が大きいときは 39Hz 付近で囲み，発振周波数が約 5Hz 切り替わることが分かる。実測に比べ解析結果の方が周波数が切り替わる抵抗値が 20Ω 程度小さいが，発振周波数の予測誤差は約 3% に収まっており，よく推定できていることが分かる。ここで， $d_{\min}$  の振る舞いに注目し，二つの周波数点の各抵抗における  $d_{\min}$  の変化を算出しグラフ化したものを，Fig. 5.35 に示す。なお負の  $d_{\min}$  は実部がゼロ以上で安定な領域を示す。44Hz の周波数点において， $R = 0 \sim 120\Omega$  の範囲では短絡に近づくほど大きく余裕をもって囲むことが分かる。一方で  $R = 220 \sim \infty\Omega$  の範囲では原点を囲わず，開放に近づくにつれ原点から離れていく。39Hz の周波数点において， $R = 0 \sim 120\Omega$  範囲では原点を囲わず，抵抗が大きくなるにつれ原点方向に軌跡が移動することが分かる。一方で  $R = 220 \sim \infty\Omega$  範囲では軌跡が原点を囲み，抵抗値によらずほぼ一定の距離を維持することが分かる。また  $R = 100\Omega$  の点では両方の周波数で正の  $d_{\min}$  となっており原点を囲んでいることから，実験で観測されたうなりに対応すると考えられる。

次に，第 4.2 節の手法と同様に，実験で  $P_R$  が最大となった  $R = 75\Omega$  で同程度の  $\hat{P}_R$  となるように，試行錯誤で  $\tilde{B}_2 = d_{\min} \times 10000$  と与え，各部の周波数応答を用いて算出した電力も Table 5.6 に示す。また Fig. 5.36 に解析より求めた環送電力  $\hat{P}_1$ ， $\hat{P}_2$  の変化を示す。抵抗値が小さいほど環送電力が大きくなるという，実験と同様の傾向が得られていることが分かる。

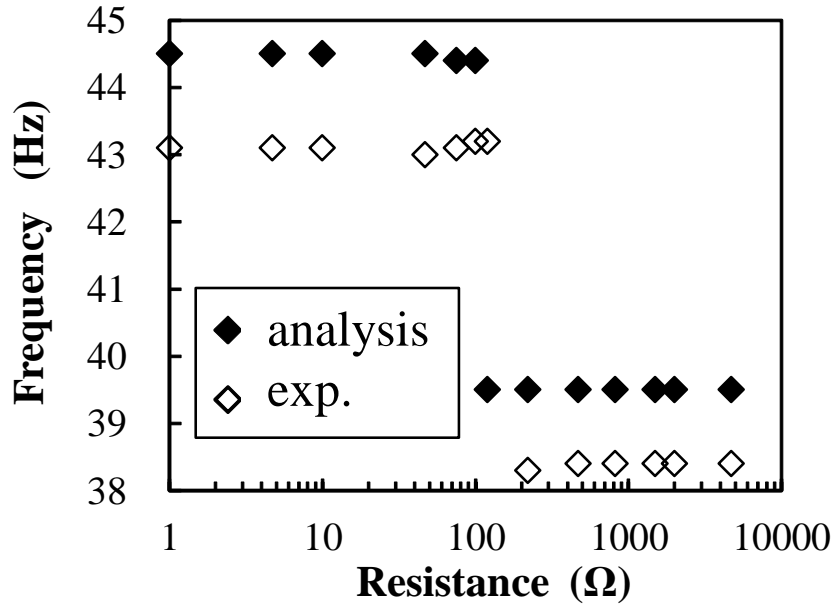


Fig. 5.34: Prediction and measurement of oscillation frequency for each resistance

Table 5.6: Analysis results

$R$ ( $\Omega$ )	$\theta$ (rad)	$d_{\min}$ -	$\hat{f}_r$ (Hz)	$\hat{P}_1$ (mW)	$\hat{P}_2$ (mW)	$\hat{P}_r$ (mW)
0	-5.4	0.070	44.5	-358	-358	0
1	-5.4	0.069	44.5	-348	-350	2
4.7	-5.4	0.067	44.5	-321	-328	7
10	-5.4	0.064	44.5	-283	-297	14
47	-5.4	0.056	44.5	-169	-213	44
75	-5.4	0.036	44.4	-65	-107	42
100	-11.7	0.013	44.4	-6	-12	6
120	-5.4	0.006	39.5	-1	-3	2
220	-5.4	0.009	39.5	0	0	0
470	-5.4	0.008	39.5	0	0	0
820	-5.4	0.008	39.5	0	0	0
1.5k	-5.4	0.008	39.5	0	0	0
2.0k	-5.4	0.008	39.5	0	0	0
4.7k	-5.4	0.007	39.5	0	0	0
$\infty$	-5.4	0.007	39.5	-	-	-

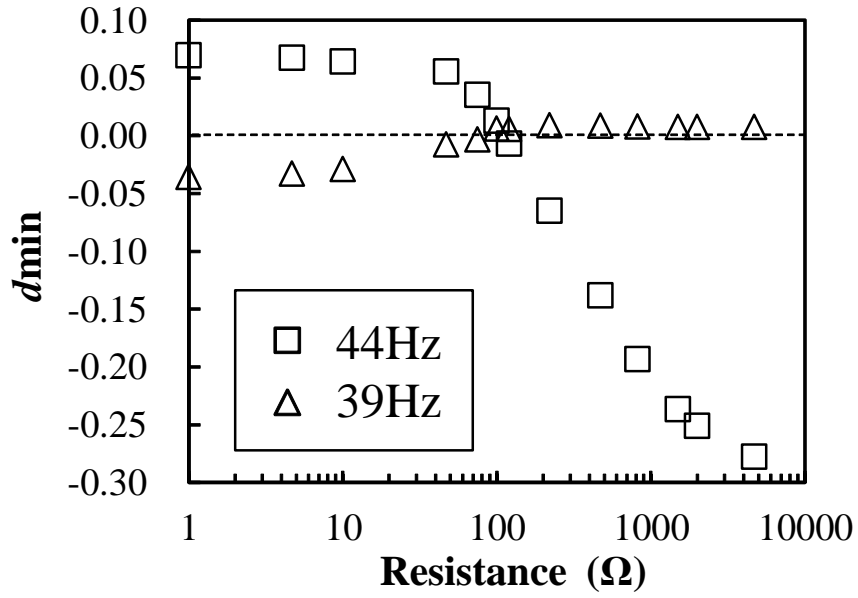


Fig. 5.35: Behavior of  $d_{\min}$  at two frequencies

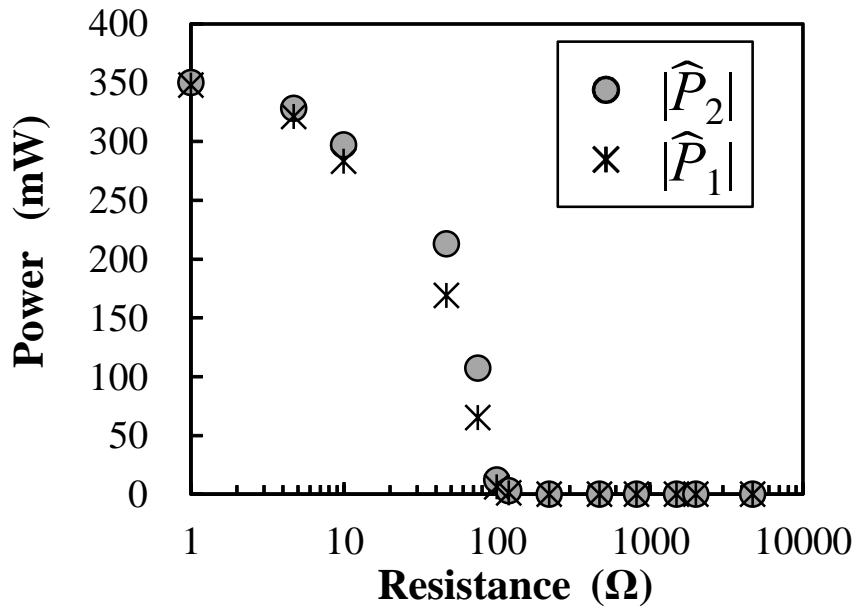


Fig. 5.36: Prediction of feedback power at each resistance

## 第6章 結言

本論文では、電力フィードバック進行波型熱音響発電機を実現するために、多段接続された熱音響コアを持つ電力フィードバック型熱音響発電機に対して分割されたシステムの周波数応答に基づいてシステム全体の発振状況を予測する手法を示した。

第4章では、提案される熱音響コアを多段接続した場合の安定性解析を行った。第4.1節ではフィードバック回路短絡・開放の条件で、

- (1) コア一段の場合の解析結果が実際の発振状況に一致すること
  - (2) 五段の場合は発振せず開放時のリニアモータ端子電圧間に約  $138^\circ$  の位相差が生じること
- を示した。

第4.2節では(2)の位相差に注目し管路延長による位相調整を検討した結果、

- (3) 約 2.1m の延長で回路短絡時に発振する予測となること

を示した。実験の結果実際に発振が生じ、

- (4) 強制加振後の端子電圧間の位相差がほぼ 0 となること
- (5) コアが音波を増幅する方向の進行波圧力成分の方が他方よりも大きいこと

を示した。またリニアモータ端子電圧間の位相差を解析する手法を提案し、管路の延長によって位相差が小さくなるという(4)の結果に整合する結果が得られた。

第5章では、第4章で構築した電力フィードバック型熱音響発電機を対象に、フィードバック回路の短絡・開放の条件で電力フィードバックがシステムの発振状況に与える効果をいくつか検証した。第5.1節ではシステムの臨界温度比の実測及び解析を行った。発振実験の結果、

- (6) フィードバック回路短絡時の方が低温度比で発振すること
- (7) 短絡・開放で発振周波数が異なり、短絡時はリニアモータの共振に近い周波数で発振すること

を示した。また取得された異なる温度比のコアの周波数応答から、温度比間の応答を補間しその妥当性を実験的に示した。さらに、それらの温度比毎の応答を用いた安定性解析により、(6)、(7)に整合する

結果を得た。第 5.2 節では音響パワー流れ方向の実測及び解析を行った。軌跡が原点を通る臨界状態に対応する熱音響コアの周波数応答を内挿補間より算出し、定常発振状態における各部の進行波圧力成分の比を解析的に求める手法を提案した。解析結果より、

(8) 回路短絡時はコアの音波増幅方向の進行波成分が大きいこと

(9) 開放時はコアから出ていく方向の進行波圧力成分が大きいこと

を示した。音響パワーの流れ方向を実測した結果は (8), (9) に整合し、提案手法の妥当性を示した。第 5.3 節ではフィードバック回路を循環する環送電力の実測及び解析を行った。発振実験より、

(10) コアが音波を増幅する方向へ環送電力が流れ、抵抗値が小さいほどその電力は大きくなること

(11) 抵抗値によって発振周波数が切り替わり、その境界では二つの周波数成分が同時に生じること

を示した。解析結果は (10) に整合し、ナイキスト軌跡で (11) が説明できることから解析手法の妥当性を示した。

以上より、電力フィードバックによって音響パワーと電力を介してエネルギーが一方向にループする電力フィードバック型進行波型発電機の実現可能性を示した。

## 第7章 今後の課題

今後の課題として、以下の3点が挙げられる。

- 電気回路調整の検討
- 高効率なリニアモータの適用
- 圧力センサの追加計測

本論文では電力フィードバック型熱音響発電機の管路長を調整することで位相調整を行ったが、その結果装置全長が約6mと長いものになった。装置小型化のため電気回路で位相調整を行うことが今後の課題として挙げられる。これによって電力密度の向上が期待できる。

電力フィードバック型熱音響発電機は、通常のコイル型熱音響発電機と異なり、電気回路を経由して音波→電気変換、電気→音波変換を行うため、発電機の効率改善は装置全体の効率改善のために重要である。現在の市販のスピーカを改造したものからボイスコイルアクチュエータ等の効率が保証された市販品を用いることを検討する。

本実験装置では、熱音響コアの $T_C$ 側(リニアモータ $H_1$ 側)にのみ圧力センサを設置し、この位置での音響パワー $I_C$ を実測したが、リニアモータ $H_2$ とコアを直結する装置の構成上、 $T_C$ 側(リニアモータ $H_2$ 側)の音響パワーの実測を行っていない。よって圧力センサを追加しこの地点の音響パワー $I_H$ を測定し、 $H_2$ のモデルによる算出結果の妥当性を検証することが今後の課題である。

## 謝辞

本学在学中におきまして、本学 小林泰秀准教授には日々ご指導，ご鞭撻を賜りましたこと，厚く御礼申し上げますと共に心より感謝致します。また，本論文において東京農工大学 上田祐樹准教授には多くの技術的知見，建設的なコメントを頂き，ここに厚く感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] 富永 昭, 熱音響工学の基礎, 内田老鶴圃 (1998).
- [2] 小林 泰秀, 山田 昇 ”電力フィードバック進行波型熱音響発電システムの検討, 日本音響学会 2013 年 春季研究発表会講演論文集, pp1491-1492 (2013)
- [3] 小林 泰秀, 梅本 康平, 山田 昇 ”リニアモータの電気-音響特性に基づく電力フィードバック型熱音響発電機の自励発振条件解析,” 日本音響学会誌, 73, pp12-20, (2017) .
- [4] 梅本 康平, 小林 泰秀, 山田 昇 ”電力フィードバック進行波型システムの自励発振条件,” 第 57 回自動制御連合講演会, pp1952-1956, (2014) .
- [5] D.U.Campos-Delgado, B.B.H.Schuermans, K.Zhou, C.O.Paschereit, E.A.Gallestey, A.Poncet ” Thermoacoustic instabilities: Modeling and control, ” IEEE Transactions on Control Systems Technology, 11, pp.429-447 (2003) .
- [6] 上田 祐樹 ”熱音響現象の基礎と応用” 日本エネルギー学会誌, 88, pp975-978, (2009) .
- [7] 矢崎 太一 ”熱音響現象の理解と応用を目指して” 数理解析研究所講究録, 1483, pp100-111, (2006) .
- [8] <http://www.kibitujinja.com/>
- [9] 矢崎 太一 ”熱音響現象と Stirling エンジン -エンジンを理解するための新しい概念-” 低温工学, 43, pp509-516, (2008) .
- [10] S. Backhaus, G.W.Swift ”A thermoacoustic Stirling heat engine,” *Nature*, 399, pp.335-338 (1999).
- [11] 矢崎 太一, 上田 祐樹, 琵琶 哲志 ”音を利用して冷やす方法-熱音響冷凍機の原理と試作-,” 日本音響学会誌, 62, pp.128-133 (2006) .



- [12] S.Backhaus, E.Tward, M.Petach "Traveling-wave thermoacoustic electric generator," *Applied Physics Letters*, 85, pp.1085-1087 (2004) .
- [13] Matthew E. Poese, Robert W. M. Smith, Steven L. Garrett, Rene van Gerwen, Pete Gosselin "Thermoacoustic refrigeration for ice cream sales," *Proceedings of the 6th IIR Gustav Lorentzen Conference* (2004) .
- [14] 大野 宏, 平石 誠, 須貝 裕之, 本多 章作, 石井 啓貴 "熱音響機関技術研究会報告," 新潟県工業技術総合研究所 工業技術研究報告書, 44, pp.64-66 (2015) .
- [15] <http://www.aster-thermoacoustics.com/?cat=5>
- [16] Zhibin Yu, Patcharin Saechan, Artur J. Jaworski "A method of characterising performance of audio loudspeakers for linear alternator applications in low-cost thermoacoustic electricity generators," *Applied Physics Letters*, 72, pp260-267 (2011) .
- [17] C.R. Saha, Paul H. Riley, J. Paul a, Z. Yub, A.J. Jaworski b, C.M. Johnson "Halbach array linear alternator for thermo-acoustic engine," *Sensors and Actuators A: Physical*, 178, pp179-187 (2012)
- [18] Baiman Chen, Abdalla A. Yousif, Paul H. Riley, David B. Hann "Development and Assessment of Thermoacoustic Generators Operating by Waste Heat from Cooking Stove," *Engineering*, 4, pp894-902 (2012)
- [19] 琵琶 哲志, 高尾 景 "複数蓄熱器による音響パワー増幅," 低温工学, 47, pp.42-46 (2012) .
- [20] 小林 泰秀, 山田 昇 "進行波圧力成分に関するシステム表現に基づく定在波型進行波型熱音響システムに対する統一的な自励発振条件の解析," システム制御情報学会論文誌, 28, pp392-399, (2015) .
- [21] H. Kimura "Chain-Scattering Approach to  $H^\infty$  Control", Birkhäuser (1997)
- [22] 琵琶 哲志 "熱音響工学初学者のための計測入門," 低温工学, 43, pp.517-526 (2008) .
- [23] 星野 健, 納富 信, 鈴木 啓史, 吉原 正一 "熱音響発電への適用を目指したリニア発電機の研究" スターリングサイクルシンポジウム講演論文集, 12, pp.121-124 (2009) .

- [24] 櫻井 一晃, 小林 泰秀, 他 ”定在波型熱音響エンジンの適応定常発振制御に基づく臨界温度比測定”,  
日本音響学会誌, 掲載決定

# 学会発表リスト(口頭発表)

(講演発表者の氏名に○印，著者に下線を付す)

1. 日本音響学会 2015 年秋季研究発表会

”熱音響コアが多段接続された電力フィードバック進行波型発電機の発振条件解析及び実験”

○篠田 将太郎，小林 泰秀，上田 祐樹，古澤 雅也，中田 匠

開催日：平成 27 年 9 月 16・17・18 日

2. 日本音響学会 2016 年春季研究発表会

”電力フィードバック型熱音響発電機の位相調整”

篠田 将太郎，○小林 泰秀，上田 祐樹

開催日：平成 27 年 3 月 9・10・11 日

3. 日本音響学会 2016 年秋季研究発表会

”電力フィードバック型熱音響発電機の臨界温度比測定とフィードバック回路の効果”

○篠田 将太郎，小林 泰秀

開催日：平成 28 年 9 月 14・15・16 日

4. 第 59 回 自動制御連合講演会

”電力フィードバック型熱音響発電機の定常発振時進行波圧力成分の解析とフィードバック回路の効果”

○篠田 将太郎，小林 泰秀

開催日：平成 28 年 11 月 10・11・12 日

5. 第2回 応用熱音響研究会

”電力フィードバック型熱音響発電機の定常発振時進行波圧力成分の解析とフィードバック回路の効果 (環送電力の実測)”

○篠田 将太郎, 小林 泰秀

開催日：平成 28 年 11 月 25 日