

令和元年度  
長岡技術科学大学大学院 工学研究科  
修士課程 修士論文

# 定常発振制御に基づくループ管進行波型 熱音響システムの臨界温度比推定

Estimation of the critical temperature ratio for looped-tube  
traveling-wave thermoacoustic systems based on steady-state  
oscillation control

令和2年1月31日

所属	機械創造工学専攻
氏名	馬場 一貴
学籍番号	16307786
指導教員	小林泰秀 准教授



# Abstract

31th, January, 2020

Estimation of the critical temperature ratio for looped-tube traveling-wave thermoacoustic systems based on steady-state oscillation control

No.16307786

BABA Ikki

Department of Mechanical Engineering  
Nagaoka University of Technology

Thermoacoustic system using thermoacoustic self-excited oscillation which is mutual conversion between heat and sound waves has been proposed as a means to effectively utilize waste heat from factories and automobiles. Thermoacoustic self-excited oscillation is phenomenon which a sound wave is generated in tube containing a device called stack with many narrow flow channels when a sufficient temperature ratio is applied to both ends of the stack.

In thermoacoustic systems, it is important to estimate the critical temperature ratio at which self-oscillation with the desired pressure amplitude occurs for system evaluation and improvement design. By installing a sound source and a pressure sensor in the tube of a standing wave system and performing steady-state oscillation control to keep the pressure amplitude at a target value, it was showed that the steady-state value of the time-varying gain and the temperature ratio were linear. Thermoacoustic system using thermoacoustic self-excited oscillation which is a furthermore, it has been reported that the critical temperature ratio at which self-excited oscillation with the desired pressure amplitude occurs can be estimated using these characteristics. In this paper, we apply this method to loop tube traveling wave thermoacoustic system. First, we show that the experimental setup is a traveling-

wave thermoacoustic system and that the pressure amplitude during self-oscillation fluctuates. Next, in order to roughly investigate the relationship between the temperature ratio and the time-varying gain, amplitude fluctuations are ignored, and steady-state oscillation control is performed using two sound sources installed in the loop tube traveling wave thermoacoustic system one by one. As a result, a traveling wave sound field is realized even with a single sound source, and the steady-state value of the time-varying gain of the control system and the temperature ratio have a linear relationship that rises to the right, as in the case of the standing wave type system. It is shown experimentally that the critical temperature ratio can be estimated. Furthermore, it is shown that the amplitude ratio of the traveling wave pressure component in two directions changes depending on the position of the sound source used for steady oscillation control.

Then, considering the effect of the fluctuation of pressure amplitude during self-oscillation on the estimation of the temperature ratio, the relationship between the sound source position and the estimation result was investigated in more detail using the temperature ratio near the critical temperature ratio. As a result, (i) it is possible to estimate the temperature ratio at which the desired pressure amplitude may be obtained regardless of the sound source position, (ii) It shows that the temperature ratio at which the average of the pressure amplitude becomes the desired value can be estimated with accuracy of two decimal places regardless of the position of the sound source.

# 目次

第1章 緒言	8
第2章 熱音響現象について	10
第3章 実験装置	11
3.1 熱音響コアの構成	12
3.2 ループ管進行波型熱音響システムの構成	14
3.3 2センサ法について	19
第4章 定常発振制御に基づく臨界温度比推定	22
4.1 定常発振制御系	22
4.2 実験方法	25
4.3 実験結果	25
4.3.1 自励発振	25
4.3.2 時間応答による定常発振制御の確認	26
4.3.3 温度比とゲインの関係	29
4.3.4 温度比と進行波圧力成分の関係	30
第5章 自励発振時圧力振幅の変動が臨界温度比推定に与える影響	31
5.1 実験方法	31
5.2 実験結果	32
5.2.1 Case (A)	33
5.2.2 Case (B)	37
5.2.3 温度比と進行波圧力成分の関係	39
第6章 結言	40

第7章 今後の課題	41
参考文献	43

## 目 次

3.1	Photograph of thermoacoustic core . . . . .	13
3.2	Photograph of stack . . . . .	13
3.3	Block diagram of Experimental apparatus . . . . .	15
3.4	Time response of $p_1$ and $p_2$ . . . . .	17
3.5	Time response of $p_1$ and $p_2$ (enlarged) . . . . .	17
3.6	Time response of $\hat{P}_1$ . . . . .	18
3.7	2 sensor method . . . . .	21
4.1	Block diagram of feedback system . . . . .	24
4.2	$T_H/T_C$ and $ \tilde{p}_1 $ . . . . .	25
4.3	Time responses of feedback system . . . . .	27
4.4	Time responses of feedback system (enlarged) . . . . .	27
4.5	Time responses of $\hat{P}_1$ . . . . .	28
4.6	Time responses of gain $G$ . . . . .	28
4.7	$T_H/T_C$ and gain $G$ . . . . .	29
4.8	$T_H/T_C$ and $ \tilde{B} / \tilde{A} $ . . . . .	30
5.1	Time responses of $\hat{P}_1$ ( $T_H = 288$ °C) . . . . .	33
5.2	Time responses of $\hat{P}_1$ ( $T_H = 287$ °C) . . . . .	34
5.3	$T_H/T_C$ and $\hat{P}_1$ . . . . .	34
5.4	Time responses of gain ( $T_H = 288$ °C, SPK1) . . . . .	35
5.5	Time responses of gain ( $T_H = 288$ °C, SPK2) . . . . .	35
5.6	Time responses of gain ( $T_H = 287$ °C, SPK1) . . . . .	36
5.7	Time responses of gain ( $T_H = 287$ °C, SPK2) . . . . .	36

5.8	$T_H/T_C$ and gain $G$ . . . . .	37
5.9	$T_H/T_C$ and $\hat{P}_1$ . . . . .	38
5.10	$T_H/T_C$ and gain $G$ . . . . .	38
5.11	$T_H/T_C$ and $ \tilde{B} / \tilde{A} $ . . . . .	39

# 表 目 次

3.1 Experimental equipment . . . . .	11
--------------------------------------	----

# 第1章 緒言

工場や自動車の廃熱を回収・利用する手段の一つとして、熱と音波の相互変換である熱音響現象を利用した機関が注目されている [1]。管内に設置したスタックと呼ばれる細かな流路を持つ円筒型のデバイスの両側に高温側・低温側の熱交換器を設置し、スタックに十分な温度勾配を与えると管内に音波が生じる。この現象を熱音響自励発振と呼ぶ。この現象を利用する熱音響システムには、発電機 [2][3]，エンジン [4]，冷凍機 [5] がある。

自励発振が生じる最小の温度比（高温側温度  $T_H$ / 低温側温度  $T_C$ ）を計測することはシステムの評価や改善設計を行う上で重要である。熱音響コア（スタックと熱交換器）の形状が複雑でその物理的な取り扱いが十分でない場合には、その温度比を設計段階で予測することは困難であり、実験的な推定が行われる。これまでに熱音響コアと直管から構成される定在波型システムの管内に音源と圧力センサを設置し、その圧力振幅を目標値一定とする定常発振制御を行うことで、制御系の時変ゲインの定常値と温度比が直線関係となること、それを利用して自励発振が開始する温度比の推定が出来ることが報告されている [6]。この手法は従来の (i) 自励発振しない温度比の下で、温度比毎に計測された周波数応答を用いて  $Q$  値を算出し、 $Q$  値と温度比の関係から予測する手法 [7][8] や、(ii) 自励発振する温度比の下で、温度比と圧力振幅の測定結果に基づいて、圧力振幅が最小となる温度比を自励発振が開始する温度比として推定する手法 [9] に対して、自励発振が開始する温度比前後の全領域で同一の測定方法が利用出来るという利点がある。さらに、文献 [6] の手法は自励発振が開始する温度比だけでなく、所望の出力（圧力振幅）で自励発振する温度比を推定することが可能である。

本研究では本手法を熱音響コアとループ状の管路から構成されるループ管進行波型熱音響システムに応用し、所望の圧力振幅で自励発振する温度比（臨界温度比）を推定することを考える。ループ管進行波型熱音響システムは定在波型システムと比べて熱-音波のエネルギー変換効率が高い利点があることが知られている。第4章ではループ管内に設置された2個の音源を1個ずつ用いて臨界温度比の推定を行い、音源1個でも進行波音場が実現され、温度比の推定が可能であることを示す。さらに使用する音源の位置によって温度比と進行波圧力成分の振幅比の関係が変わり、自励発振時と同様の応答を示す音源

位置と著しく異なる応答を示す音源位置があることを示す。

しかし、第4章では自励発振時圧力振幅の変動を大きく考慮してはいなかったため、第5章では変動を考慮し、より詳細に音源位置が推定に与える効果を調べる。その結果臨界温度比付近から離れた温度比を用いて温度比推定を行うほど音源の駆動による効果が高まり、音源位置によって推定結果に差が生じる可能性があることを示す。

## 第2章 熱音響現象について

本研究で取り扱う熱音響エンジンは、熱音響現象を利用した新しい外燃機関である。通常、自由空間を伝搬する音波は、伝搬媒質の流体や周囲の物体との熱交換が行われなため、断熱圧縮変化が生じる。一方、音波が細管流路内を伝搬する場合、流路壁近くの流体は等温圧縮変化を生じ、管壁と振動流体の間で熱交換が行われるため、熱エネルギーと音波エネルギーの相互変換を引き起こす。このような熱と音波の相互エネルギー変換が、熱音響現象である [10]

熱音響エンジンは、単純な共鳴管とスタックと呼ばれる細管流路を持つ熱・音波変換デバイスで構成されている。スタックの両端に十分な温度比を与えることにより、管内の気体が自励振動を開始する。熱力学的にはスターリングエンジンサイクルと同等であり、そのエネルギー変換の効率は理想的にはカルノー効率と同程度であると言われている [11]。1999年には、Backhaus らによってカルノー効率の 42% を達成する熱音響エンジンが開発された [15]。熱音響エンジンでは、熱音響現象により発生した音波はピストンの役割を担う。可動部を持たないためメンテナンスが不要であり、一般的な熱機関と比較し部品点数が著しく少なく組み立て、維持管理が容易である。また比較的低温の廃熱で動作し、外燃機関であるため使用する熱源の種類を選ばないため、工場や自動車の廃熱を有効利用する手段として期待されている。

その他に熱音響現象を利用したデバイスとしては、発振により得た音響パワーをリニアモータで回収する熱音響発電機 [12]、スタック内で生じた温度勾配を利用し冷却を行う熱音響冷凍機 [13][14] などが提案されている。

熱音響現象はジェットエンジンやバーナーにおいては、自励発振によって装置に機械的破損を与えるために熱音響不安定性と呼ばれ、この抑制を目的とした研究も数多く行われている。その中には制御工学を利用した研究も存在する。一方、熱音響エンジンや熱音響冷凍機などの自励発振を有効利用するシステムに対して、制御工学を応用した例は少なく、熱音響システムの臨界温度比の推定を行った研究も少ない。本研究では、制御工学を応用して、所望の圧力振幅で自励発振する臨界温度比の推定を可能とする設計ツールを提供することを目的としている。

## 第3章 実験装置

本章ではループ管進行波型熱音響システムの構成概要について説明する。

本システムで使用する各機器の仕様を Table 3.1 に示す。

3.1 節では熱音響コアと呼ぶ，熱と音波エネルギーの相互変換を行うためのユニットについて説明する。3.2 節ではループ管進行波型熱音響システムの構成について説明する。

Table 3.1: Experimental equipment

Loudspeaker	AURA SOUND NSW2-326-8A
Power Amp.	YAMAHA P1000S
Pressure sensor	NAGANO KEIKI KP15
Stack	NGK INSULATORS honey-comb ceramics ( $l = 55$ mm, $\phi = 50$ mm, 600 cpi)
Sheath heater	HAKKO SWD1040(400 W)
Chiller	EYELA NCC-1110
PC	Dell PowerEdge840 (RTAI3.6.1/Linux kernel 2.6.20.21)
A/D, D/A	CONTEC AD12-16 (PCI), DA12-4 (PCI) (12bit, $\pm 5$ V, $10\mu$ sec)
Thermometer	ANRITSU HPD-2232
Thermo cont.	HAKKO DGC2310 (100 V)

### 3.1 熱音響コアの構成

熱音響コアの外観を Fig. 3.1 に，スタックの外観を Fig. 3.2 に示す．熱音響コアはスタック（ハニカムセラミックス製，長さ 55 mm，直径 50 mm，600 cpi），中央の高温側熱交換器，両側の低温側熱交換器と塩ビフランジなどから構成される．右側の低温側熱交換器はスタック冷却用，左側の低温側熱交換器は塩ビ管の保護用に設置されている．左右の低温側熱交換器に塩ビフランジが管路との接続用に設置されている．

高温側熱交換器は隙間 1 mm，幅 10 mm のフィンを持つ銅製の円環ブロックである．高温側熱交換器にはシーズヒーターが巻き付けられ，サーモコントローラによって温度調整される．低温側熱交換器は隙間 1 mm，幅 5 mm のフィンを持つ正方形ブロックである．低温側熱交換器はブロックに接続されたホースを介した循環水で冷却されチラー装置によって温度調整される．

高温側および低温側熱交換器の温度  $T_H$ ， $T_C$  は，熱電対を用いてそれぞれの熱交換器の外壁温度を測定している． $T_C$  はチラーによって常に 17 °C 保たれており， $T_H$  をサーモコントローラにより調節することでスタック両端に温度比  $T_H/T_C$  を与える．

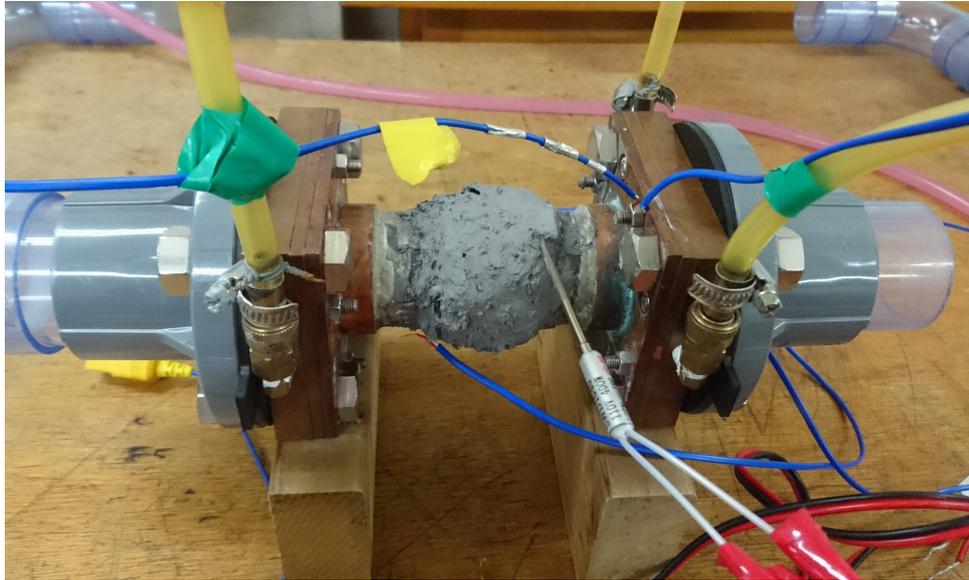


Fig. 3.1: Photograph of thermoacoustic core

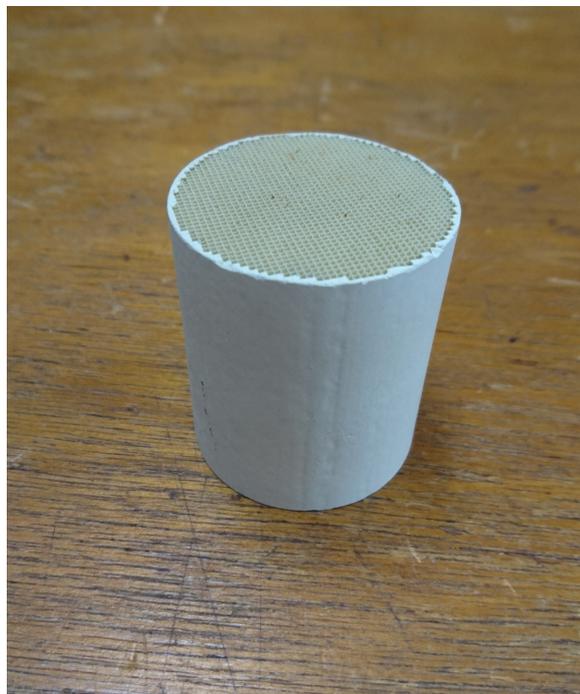


Fig. 3.2: Photograph of stack

## 3.2 ループ管進行波型熱音響システムの構成

ループ管進行波型熱音響システムの構成図を Fig. 3.3 に示す。本システムは全長 3639 mm で 2 段の熱音響コアと、内径約 50 mm の塩ビ管に音源と圧力センサが 2 つずつ設置されたループ管進行波型熱音響エンジンである。音源はパソコン (PC) から D/A 変換された音源駆動信号  $u$  がパワーアンプ (PA) を介して入力され駆動する。圧力センサ 1, 2 の出力  $p_1$ ,  $p_2$  は A/D 変換されて PC に取り込まれる。

音源を設置することで音響負荷が増加し臨界温度比が高くなることが知られているが、本研究では音源が設置された臨界温度比を推定することとし、音源設置による影響は無視する。



と近い値である。

進行波の向きについて、Fig. 3.5を見ると  $p_1$  の山と  $p_2$  の山の差は 3.0 ms と 8.0 ms となっている。完全な進行波である場合、 $p_1$  と  $p_2$  の時間差は  $\frac{0.518}{346} \approx 1.5$  ms と  $\frac{3.639-0.518}{346} \approx 9.0$  ms である。理論値と差があるものの、本システムは B 方向の進行波音場で自励発振するシステムと考えられる。理論値と差があるのは上述したように本システムが完全な進行波音場ではなく定在波成分を含んでいるためだと考えられる。

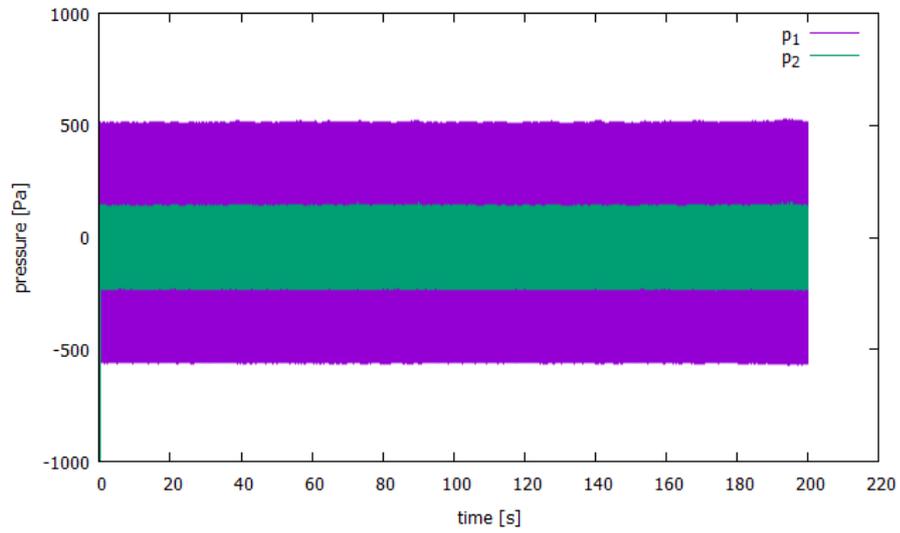


Fig. 3.4: Time response of  $p_1$  and  $p_2$

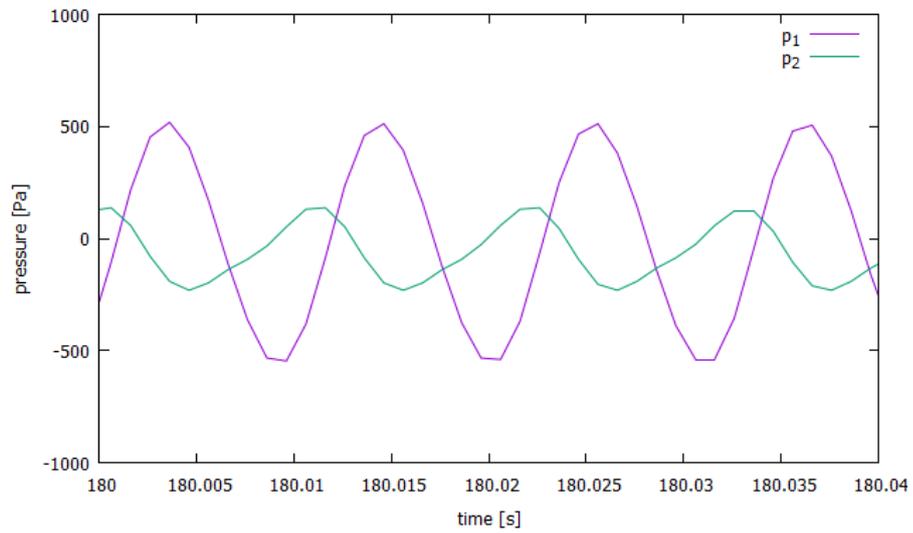


Fig. 3.5: Time response of  $p_1$  and  $p_2$  (enlarged)

$p_1$  の絶対値をカットオフ周波数 1 rad/s のローパスフィルタ (LPF) に通し,  $\pi/2$  を乗じて得られた推定圧力振幅  $\hat{P}_1$  (詳細は 4.1 および Fig. 4.1 で後述する) について拡大した図を Fig. 3.6 に示す. 初めの数秒で急激に大きくなっているのは  $\hat{P}_1$  を求めるために通している LPF の動特性のためである. そのため無視し, 20 秒から 200 秒の間を見ると圧力振幅が約 15Pa 変動していることが分かる. 本システムおよび我々の実験環境では一定の温度比  $T_H/T_C$  を与えるよう調整しても圧力振幅が変動するシステムと言える.

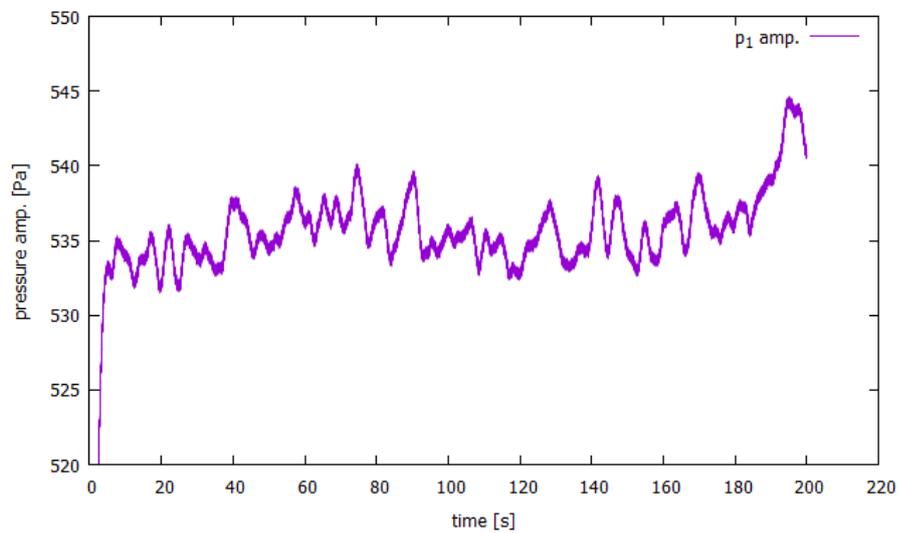


Fig. 3.6: Time response of  $\hat{P}_1$

### 3.3 2 センサ法について

本節では、2 方向の進行波圧力成分を求めるための方法である 2 センサ法について述べる。

騒音や振動源として単一周波数の正弦波が与えられた場合、システムの全ての物理量は単一周波数で調和振動する。管路に設置された音源に正弦波駆動信号

$$w(t) = \cos \omega t = \operatorname{Re}\{e^{j\omega t}\}, \quad \omega = 2\pi f \quad (3.2)$$

が与えられた時、管路の長手方向を  $x$  とすると、位置  $x$  における大気圧からの圧力変動  $p(x, t)$  は

$$p(x, t) = \operatorname{Re}\{\tilde{p}(x)e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{|\tilde{p}(x)|e^{j(\omega t + \angle\tilde{p}(x))}\} \quad (3.3)$$

となる。ここで  $\tilde{p}(x)$  は位置  $x$  における複素振幅と呼ばれる複素数である。その絶対値  $|\tilde{p}(x)|$  は  $p(x, t)$  の振幅、 $\angle\tilde{p}$  は  $w(t)$  に対する  $p(x, t)$  の位相差である。一般に、管内を伝播する音波は平面波として扱うことができ、その振る舞いは一次元の波動方程式

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3.4)$$

で決まる。ここで  $c_0$  は音速である。上式の一般解は二方向に伝播する進行波  $f$  および  $g$  を用いて

$$p(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c_0}\right) + g\left(t + \frac{x}{c_0}\right) \quad (3.5)$$

と表現できる。 $f(\bullet)$  と  $g(\bullet)$  は任意の関数で、それぞれ  $x$  の正方向、負方向に伝播する進行波を表す。ここでは調和振動を考えるため、上式は

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-jkx} + \tilde{B}e^{jkx}, \quad k = \frac{\omega}{c_0} \quad (3.6)$$

と書き直すことができる。 $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  は  $x$  の正方向、負方向に伝播する進行波圧力成分の複素振幅、 $k$  は波数である。同様に体積速度  $\tilde{u}$  は

$$\tilde{u}(x) = \frac{\tilde{A}}{Z_c} e^{-jkx} - \frac{\tilde{B}}{Z_c} e^{jkx}, \quad Z_c = \frac{\rho c_0}{S} \quad (3.7)$$

となる。ここで、 $Z_c$  は特性音響インピーダンス、 $\rho$  は空気の密度、 $S$  は管の断面積である。

二方向の進行波圧力成分の複素振幅  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  を 2 センサ法により求める。Fig. 3.7 に 2 センサ法のダクトモデルを示す。  $x = 0$  の位置での進行波圧力成分の複素振幅を  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  とすると、式 3.6 より、

$$\tilde{p}(0) = \tilde{A} + \tilde{B} \quad (3.8)$$

$$\tilde{p}(l_s) = \tilde{A}e^{-jkl_s} + \tilde{B}e^{jkl_s} \quad (3.9)$$

となる。式 3.9 の両辺を  $e^{jkl_s}$  倍すると、

$$\tilde{p}(l_s)e^{jkl_s} = \tilde{A} + \tilde{B}e^{j2kl_s} \quad (3.10)$$

となる。式 3.8 と式 3.10 より  $\tilde{A}$  を消去すると、

$$\tilde{p}(0) - \tilde{p}(l_s)e^{jkl_s} = \tilde{B}(1 - e^{j2kl_s}) \quad (3.11)$$

となり、 $\tilde{B}$  を求める式に変形すると

$$\tilde{B} = \frac{\tilde{p}(0) - \tilde{p}(l_s)e^{jkl_s}}{1 - e^{j2kl_s}} \quad (3.12)$$

$$= \frac{\tilde{p}(l_s) - \tilde{p}(0)e^{-jkl_s}}{e^{jkl_s} - e^{-jkl_s}} \quad (3.13)$$

$$= \frac{\tilde{p}(l_s) - \tilde{p}(0)e^{-jkl_s}}{2j \sin kl} \quad (3.14)$$

$\tilde{B}$  が求まる。式 3.8 と式 3.14 より、

$$\tilde{A} = \tilde{p}(0) - \tilde{B} \quad (3.15)$$

$$= \frac{-\tilde{p}(l_s) + e^{jkl_s}\tilde{p}(0)}{j2 \sin(kl_s)} \quad (3.16)$$

$\tilde{A}$  が求まる。ここで、 $\tilde{p}(0) = \tilde{p}_1$ ,  $\tilde{p}(l_s) = \tilde{p}_2$  とすると、式 3.16 および式 3.14 は

$$\tilde{A} := \frac{-\tilde{p}_2 + e^{jkl_s}\tilde{p}_1}{j2 \sin(kl_s)} \quad (3.17)$$

$$\tilde{B} := \frac{\tilde{p}_2 - e^{-jkl_s}\tilde{p}_1}{j2 \sin(kl_s)} \quad (3.18)$$

と求めることができる。ここで、 $\tilde{p}_1$  はセンサ 1( $x = 0$ ) における複素振幅、 $\tilde{p}_2$  はセンサ 2( $x = l_s$ ) における複素振幅、 $l_s$  は二つのセンサ間距離である。

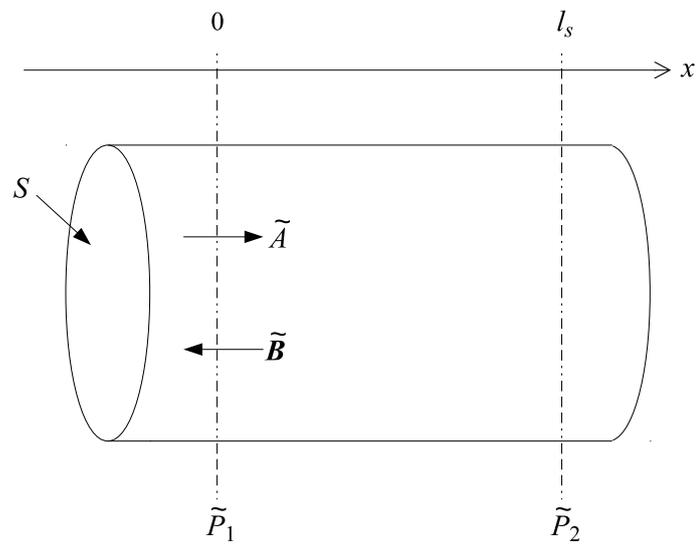


Fig. 3.7: 2 sensor method

## 第4章 定常発振制御に基づく臨界温度比推定

本章ではループ管内に設置された2個の音源を1個ずつ用いて定常発振制御による臨界温度比推定を行う。複数の温度比で (i)SPK1 を用いて定常発振制御, (ii)SPK2 を用いて定常発振制御, (iii) 制御無し (自励発振) の実験を行う。本章では熱音響現象に関する非線形効果は無視し, 温度比と圧力振幅が直線関係になるとして, 所望の圧力振幅 (目標値) で自励発振する真の臨界温度比を (iii) の実験で得られた結果を内挿し, 目標値と交わる温度比とする。第3章にて本システムは自励発振時圧力振幅が変動することを述べたが, 本章では温度比と定常ゲインの大きな関係について調べることにし, 変動は無視する。

### 4.1 定常発振制御系

定常発振制御系のブロック線図を Fig. 4.1 に示す。本制御系の目的は, 圧力センサ1の出力  $p_1$  の振幅を目標値  $P^*$  に一致させることである。 $p_1$  を選んだのは, 自励発振時圧力振幅が  $p_2$  より大きいためである (Fig. 3.4)。そのために,  $p_1$  の絶対値をカットオフ周波数  $1 \text{ rad/s}$  のローパスフィルタ (LPF) に通し,  $\pi/2$  を乗じて得られた推定圧力振幅  $\hat{P}_1$  と目標値  $P_1^*$  の差分を PI (比例積分) 補償器に入力し, その出力を, 音源駆動信号  $u = Gp_1(t - \tau)$  の時変ゲイン  $G$  として用いる。目標値  $P_1^*$  は  $700 \text{ Pa}$  とする。ここで  $\tau$  は, 自励発振が抑制 (目標圧力振幅が達成) されるように実験的に調整するむだ時間であり, 以下のような方法で調整した。 $T_H = 400 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_C = 17 \text{ }^\circ\text{C}$  で定常発振制御を行い,  $\tau$  を  $0.25 \text{ ms}$  毎に変化させながら  $\hat{P}_1$  が  $700 \text{ Pa}$  一定になった際のゲイン  $G$  が最小になる  $\tau$  を探索した。結果, SPK1 駆動時  $3.0 \text{ ms}$ , SPK2 駆動時  $10.0 \text{ ms}$  となった。

実験的に調整されたむだ時間の根拠について以下のように考えることが出来る。 $u$  が音源位置における粒子速度にほぼ比例し,  $p_1$  が圧力センサ1の位置における圧力にほぼ比例すると仮定する。簡単のため熱音響コアの存在を無視すると, 音源が管内圧力を抑制するように働くには, 管内音場に対して逆位相になればよい。1次共振周波数における  $u$  から  $p_1$  までのシステムの位相差  $90^\circ$  (位相進み),  $p_1$  から

各音源までの距離による位相差  $d_{Pl}$ , 遅れ時間による位相差  $d_{Pt}$  を考えると以下のようなになる (位相進みを正) .

$$90 - d_{Pl} - d_{Pt} = -180 \quad (4.1)$$

$$\therefore d_{Pt} = 270 - d_{Pl} \quad (4.2)$$

Fig.3.5 で示したように, 本システムは進行波の向きが B 方向であるため,  $p_1$  から SPK1 までの距離による位相差を  $180^\circ$  とすると  $d_{Pt} = 90^\circ$  となる. よって遅れ時間  $\tau_1$  は周期  $T$  を用いて以下のように求められる.

$$\tau_1 = \frac{1}{4}T \quad (4.3)$$

装置の全長  $L = 3.639$  m と音速  $c_o = 346$  m/s より

$$\tau_1 = \frac{1}{4} \times \frac{3.639}{346} = 2.63 \text{ ms} \quad (4.4)$$

となる. SPK2 についても同様に距離による位相差を  $270^\circ$  とすると  $d_{Pt} = 0^\circ = 360^\circ$  となるため遅れ時間  $\tau_2$  は

$$\tau_2 = T = \frac{3.639}{346} = 10.5 \text{ ms} \quad (4.5)$$

となる. SPK1, SPK2 どちらも 0.5 ms 以内の差で実験値に近い値となった. 理論値と実験値の差は熱音響コアの存在のためだと考えられる.

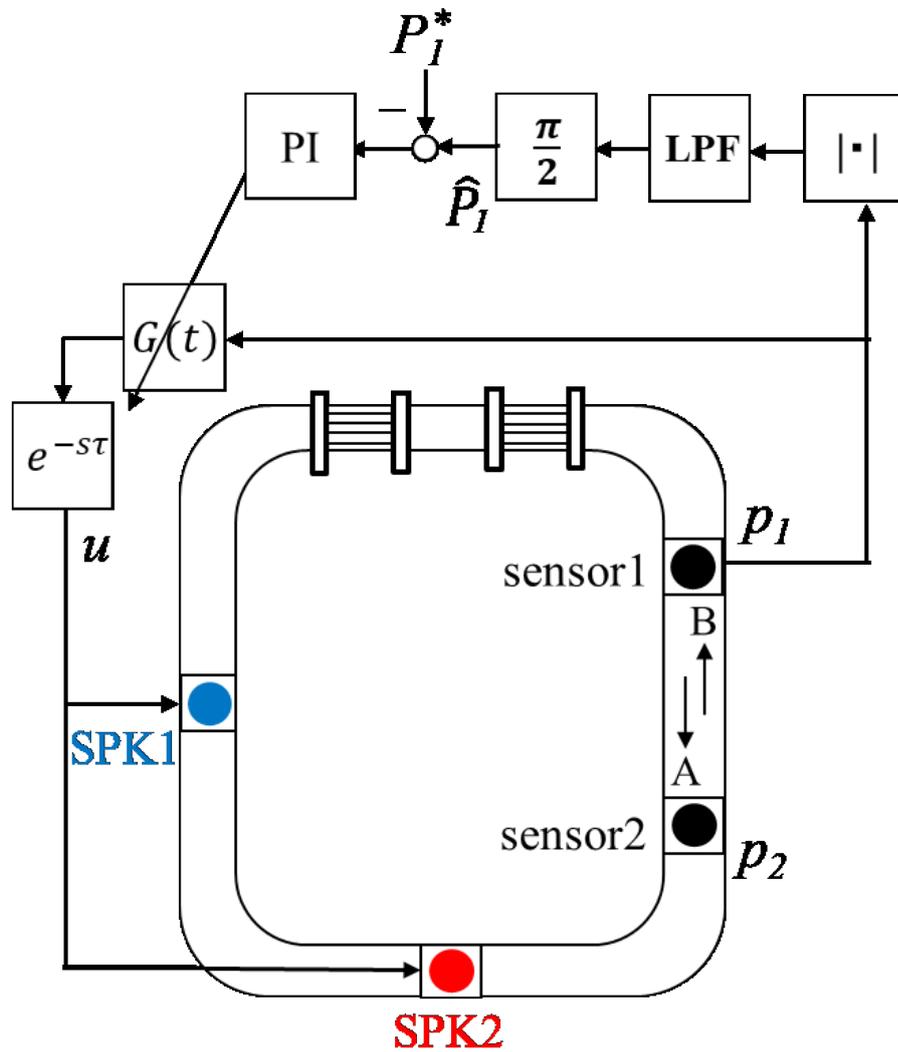


Fig. 4.1: Block diagram of feedback system

## 4.2 実験方法

実験は温度比毎に、(i)→(ii)→(iii)の順に実験を行った。温度比はヒータ温度を調節し、 $T_H$ を $300\text{ }^\circ\text{C}$ から $400\text{ }^\circ\text{C}$ まで $10\text{ }^\circ\text{C}$ 刻みで11点で行った。ただし、自励発振の実験は制御無しで自励発振が確認された $370\text{ }^\circ\text{C}$ から $400\text{ }^\circ\text{C}$ までの4点のみである。定常状態を記録するため、それぞれ200秒ずつ測定・記録し、最後の約20秒を定常値とする。実験条件を出来るだけ揃えるため実験毎に5分間の合間を設けた。制御則のサンプリング周期 $0.25\text{ ms}$ である。PI補償器の比例ゲインと積分ゲインは実験に用いた全ての温度比で圧力振幅が発散しないよう試行錯誤で、それぞれ $0.01$ ,  $0.001$ と決定した。

## 4.3 実験結果

### 4.3.1 自励発振

温度比と自励発振時圧力振幅の関係を Fig. 4.2 に示す。 $p_1$ の時間応答をFFTして求められた $|\tilde{p}_1|$ は温度比を変えて測定したセンサ1における圧力振幅( $p_1$ の複素振幅を $\tilde{p}_1$ と表す)である。変動を無視すれば $|\tilde{p}_1| = 700\text{ Pa}$ となる温度比は約 $2.26$ であると考えられる。

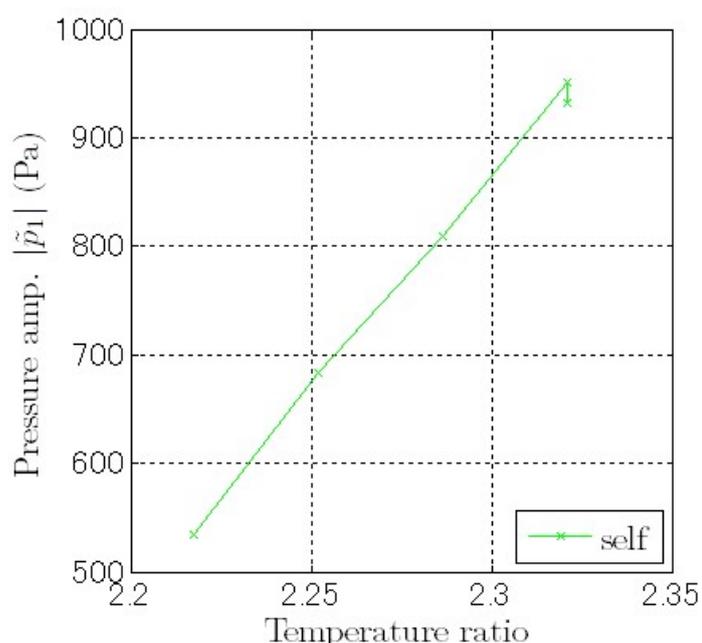


Fig. 4.2:  $T_H/T_C$  and  $|\tilde{p}_1|$

### 4.3.2 時間応答による定常発振制御の確認

$T_H = 370\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_C = 17\text{ }^\circ\text{C}$  で SPK1 を用いて定常発振制御を行った結果を Fig. 4.3 に、その拡大図を Fig. 4.4 に示す。Fig. 4.3 および Fig. 4.4 より定常発振制御時も自励発振時 (Fig. 3.5) と同様に圧力  $p_1$  が正弦波状であることが分かる。 $\hat{P}_1$  について拡大したものを Fig. 4.5 に示す。時変ゲイン  $G$  が変化することで推定圧力振幅  $\hat{P}_1$  が目標値 700 Pa に対して  $\pm 1.6$  Pa 程度以内に制御され、自励発振時に見られた約 15 Pa の変動が無くなっていることが分かる。

定常状態とする 180 秒から 200 秒までのゲインについて拡大した図を Fig. 4.6 に示す。ゲイン  $G$  が約 0.03 変動していることが分かる。これは Fig. 4.5 で示した自励発振時圧力振幅の変動が、定常発振制御時では、圧力振幅が一定になるよう自動調整されるゲイン  $G$  の変動として表れているためと考えられる。

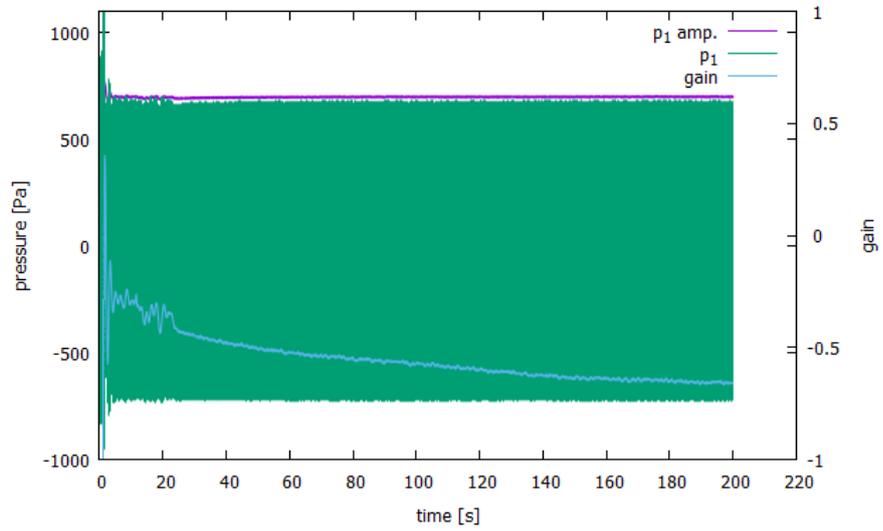


Fig. 4.3: Time responses of feedback system

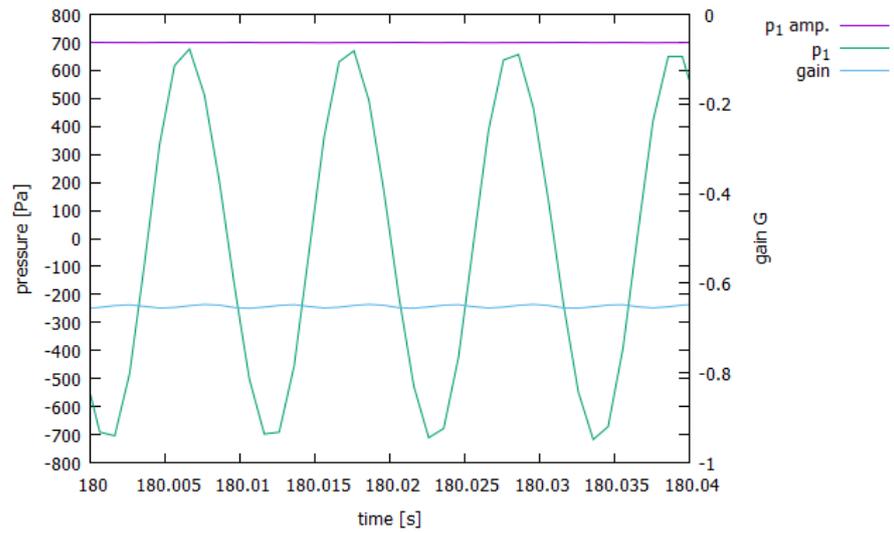


Fig. 4.4: Time responses of feedback system (enlarged)

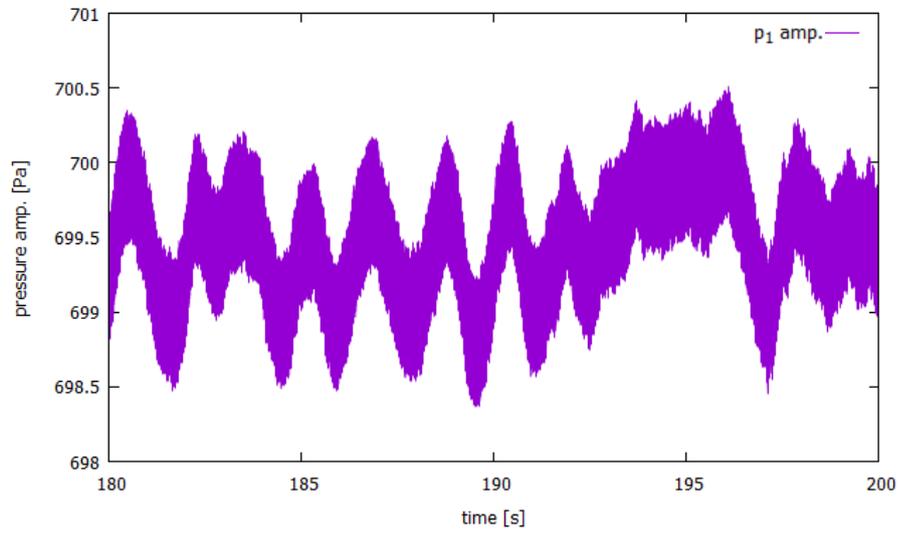


Fig. 4.5: Time responses of  $\hat{P}_1$

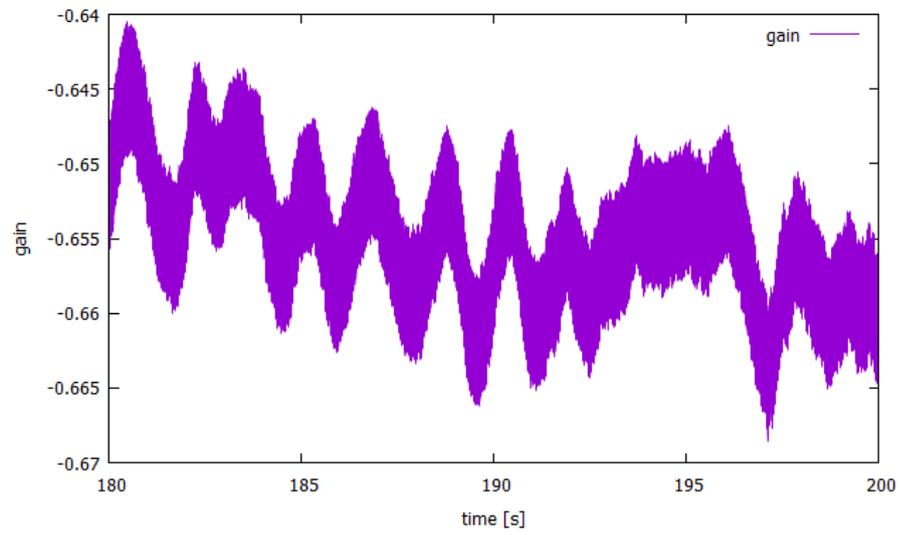


Fig. 4.6: Time responses of gain  $G$

### 4.3.3 温度比とゲインの関係

定常発振制御を行った結果(温度比と定常ゲインの関係)を Fig. 4.7 に示す. 定在波エンジン [6] と同様に, ほぼ右上がりの直線となった(温度比の下限値における SPK2 駆動時の乱れは, 音源駆動信号が飽和し目標振幅 700 Pa が達成できなかったことによる). ゲインが 0 となる温度比は, SPK1 駆動時 2.26, SPK2 駆動時 2.27 程度であることが分かる. SPK1 駆動時の方が, 自励発振時の臨界温度比 (2.26) に近い推定結果となった.

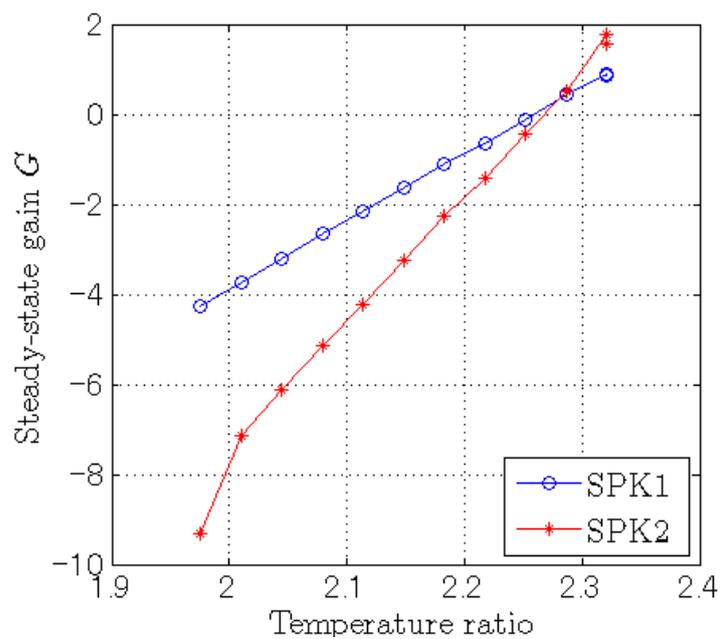


Fig. 4.7:  $T_H/T_C$  and gain  $G$

#### 4.3.4 温度比と進行波圧力成分の関係

SPK1,2の違いを検討するため、進行波圧力成分について考える。2センサ法を用いてA, B方向それぞれの進行波圧力成分の振幅 $|\tilde{A}|, |\tilde{B}|$ の比 $|\tilde{B}|/|\tilde{A}|$ を求める。温度比と進行波圧力成分の振幅比 $|\tilde{B}|/|\tilde{A}|$ の関係を Fig. 4.8 に示す。自励発振時の破線を見ると、温度比を高くしていくと振幅比が下がることがわかる。

次に定常発振制御について、まず、完全な円形ループ管の場合、対称性の点から1音源では定在波しか駆動できないため、本システムにおいても定在波しか駆動出来ない可能性も想定していたが、SPK1,2のいずれの駆動によってもA方向よりもB方向が大きい進行波音場が実現された。これはエルボや熱音響コアでの反射によるものだと考えられる。この結果(ある誤差を許容すれば)音源1個でもループ管進行波型熱音響システムの臨界温度比推定が可能であると言える。次にSPK1,2の違いを見ると、SPK1を駆動する場合は、自励発振時と同様に右下がりの直線状となっているが、SPK2を駆動する場合は傾きが右上がりの著しく異なる応答を示していることがわかる。この結果、より自励発振の状態に近いSPK1の方がSPK2より正確な臨界温度比推定が出来た可能性がある。しかし Fig. 3.6, 4.6 で示したように本システムは一定の温度比を与えるように調整しても自励発振時圧力振幅および定常発振制御時のゲインが変動していることから、真の臨界温度比と定常発振制御による推定結果も変動すると考えられる。そのため、変動を考慮しより詳細に音源と推定精度の関係を調べる必要がある。

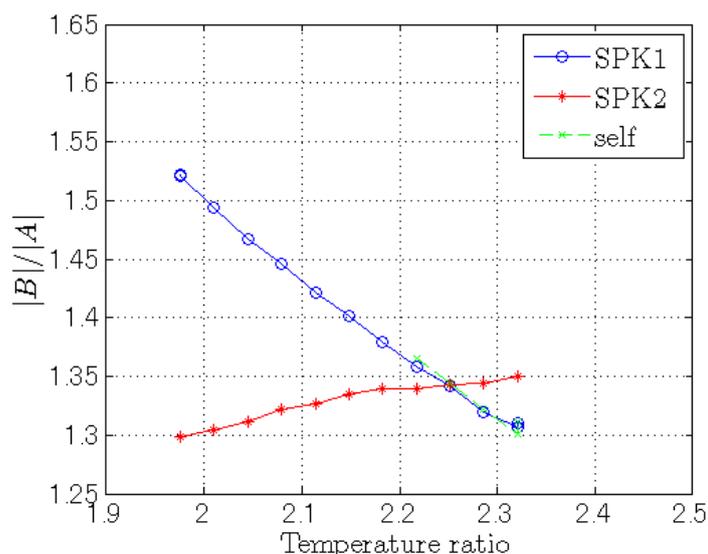


Fig. 4.8:  $T_H/T_C$  and  $|\tilde{B}|/|\tilde{A}|$

## 第5章 自励発振時圧力振幅の変動が臨界温度比推定 に与える影響

第4章では音源1個で定常発振制御による臨界温度比推定が出来ることを示した。さらに定常発振制御に使用する音源の位置によって進行波圧力成分の振幅比が変わること、それが自励発振時に近いほど推定精度が高くなる可能性を示した。しかし、自励発振時圧力振幅および定常発振制御時のゲインが変動することを考慮していなかったため、本章では変動を考慮し、より詳細に音源の位置が臨界温度比推定に与える効果を調べる。

### 5.1 実験方法

実験装置および定常発振制御系は第4章と同様である。第4章では真の臨界温度比を自励発振時の結果から内挿し求めていたが、本章ではより正確な臨界温度比を得るため、事前に定常発振制御の目標値700 Paで自励発振する温度比の探索を行った。結果、 $T_C = 16^\circ\text{C}$ 一定で、概ね $T_H = 287^\circ\text{C}$ と $288^\circ\text{C}$ の間であることを確認した(後述 Fig.5.1, Fig.5.2)。より詳細に音源の位置と温度比推定の関係を探るため、 $T_H = 287^\circ\text{C}$ と $288^\circ\text{C}$ で実験を行った。 $T_H = 288^\circ\text{C}$ で a : (i)SPK1 を用いて定常発振制御 → (ii)SPK2 を用いて定常発振制御 → (iii) 制御無し (自励発振), b : (ii) → (i) → (iii) を a → b → a → b → a の順に連続して行う。その後同様の実験を  $T_H = 287^\circ\text{C} \rightarrow 288^\circ\text{C} \rightarrow 287^\circ\text{C}$  の順に行う。また、4章では200秒の記録だったのに対し、より正確な定常状態を記録するため500秒ずつ測定し、最後の100秒を記録した。PI補償器の比例ゲインと積分ゲインは4章と同様の方法で試行錯誤し、それぞれ0.01, 0.003と決定した。

## 5.2 実験結果

$T_H = 288\text{ }^\circ\text{C}$  の際の自励発振時圧力振幅  $\hat{P}_1$  の時間応答を Fig. 5.1,  $287\text{ }^\circ\text{C}$  の際の自励発振時圧力振幅の時間応答を Fig. 5.2 に示す.  $T_H = 288\text{ }^\circ\text{C}$  では  $700\text{ Pa}$  を一部で下回っているが大部分で上回っていること,  $T_H = 287\text{ }^\circ\text{C}$  では全領域で  $700\text{ Pa}$  を下回っていることから, 臨界温度比を探索した結果は適切だったと言える. 各温度比での  $\hat{P}$  の最大値と最小値をプロットしたものを Fig. 5.3 に示す. 縦実線は, 各温度比での圧力振幅の変動幅を表す. どちらの温度比でも圧力振幅が約  $15\text{ Pa}$  変動していることから, 変動を考慮した場合でも温度比と自励発振時圧力振幅は概ね直線関係であることがわかる. 自励発振時に圧力振幅が  $700\text{ Pa}$  になる可能性の温度比の幅を求める. 各温度比における  $\hat{P}_1$  の最大値同士を結んだ直線が  $700\text{ Pa}$  と交差する温度比 (左側の縦破線の温度比) を求めると, それが自励発振時に圧力振幅が  $700\text{ Pa}$  となることがある最小の温度比と考えられる. 同様に各温度比における  $\hat{P}_1$  の最小値同士を結んだ直線が  $700\text{ Pa}$  と交差する温度比 (右側の縦破線の温度比) を求めると, それが自励発振時に圧力振幅が  $700\text{ Pa}$  となることがある最大の温度比と考えられる. 本章ではまず, 真の臨界温度比を

**Case (A)**  $\hat{P}_1 = 700\text{ Pa}$  となることがある温度比の幅 (Fig. 5.3, 左縦破線から右縦破線の横幅)

と定義し, 定常発振制御による温度比推定の結果を考察する.

次に, 臨界温度比の定義を

**Case (B)**  $\hat{P}_1$  の平均が  $700\text{ Pa}$  となる温度比

と変更した場合について考察する.

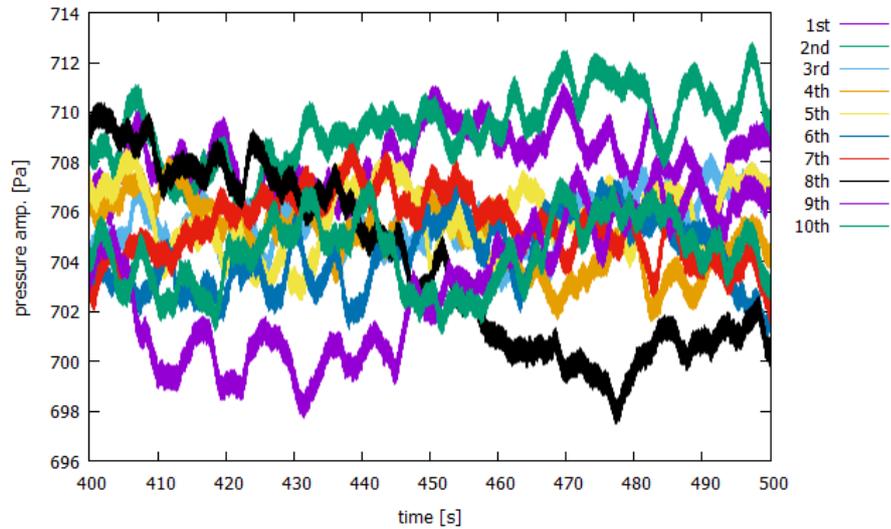


Fig. 5.1: Time responses of  $\hat{P}_1$  ( $T_H = 288$  °C)

### 5.2.1 Case (A)

定常発振制御を行った際のゲイン  $G$  の時間応答を Fig. 5.4 から Fig. 5.7 に示す。いずれの温度比・音源駆動状態でもゲインが約 0.07 から 0.1 程度変動していることが分かる。各温度比・音源駆動状態でのゲイン  $G$  の最大値と最小値をプロットしたものを Fig. 5.8 に示す。縦実線は各温度比・音源駆動状態におけるゲインの変動幅を表す。各音源駆動状態における温度比推定の幅を求めるため、自励発振時と同様に各温度比・音源駆動状態における最大値同士および最小値同士を結んだ。左側の青破線、赤破線はそれぞれ SPK1,2 駆動時におけるゲインの最大値同士を結んだ直線と  $G = 0$  が交わる温度比で、各音源駆動状態で推定される温度比の最小値を表す。同様に右側の青破線と赤破線はそれぞれ SPK1,2 駆動時におけるゲインの最小値同士を結んだ直線と  $G = 0$  が交わる温度比で、各音源駆動状態で推定される温度比の最大値を表す。緑破線は Fig. 5.3 で示した、自励発振時圧力振幅が 700 Pa となることがある最小と最大の温度比である。

真の臨界温度比と推定結果を比較すると、SPK1,2 どちらも推定される温度比の最小値が真の臨界温度比の最小値より大きく、推定される温度比の最大値が真の臨界温度比の最大値より小さいことが分かる。そのため音源の位置によって推定結果に差はなく、推定された温度比を用いれば自励発振時圧力振幅が 700 Pa となることがあると言える。

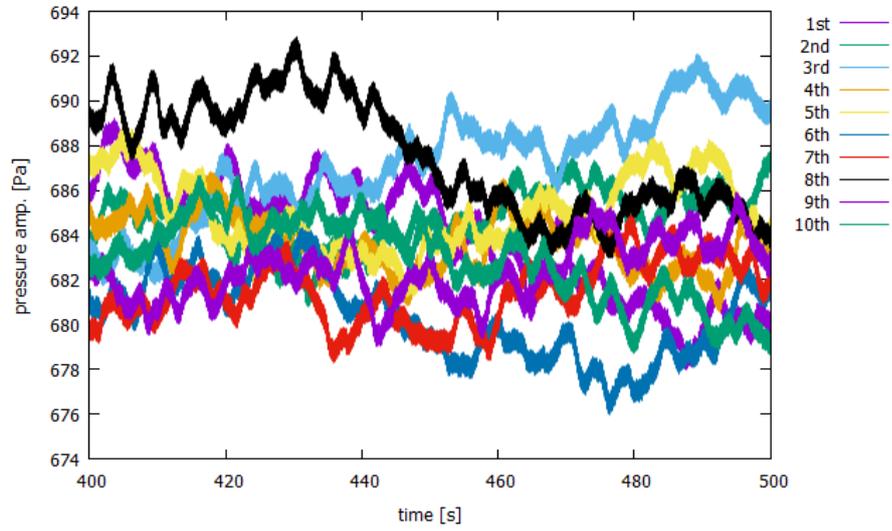


Fig. 5.2: Time responses of  $\hat{P}_1$  ( $T_H = 287 \text{ }^\circ\text{C}$ )

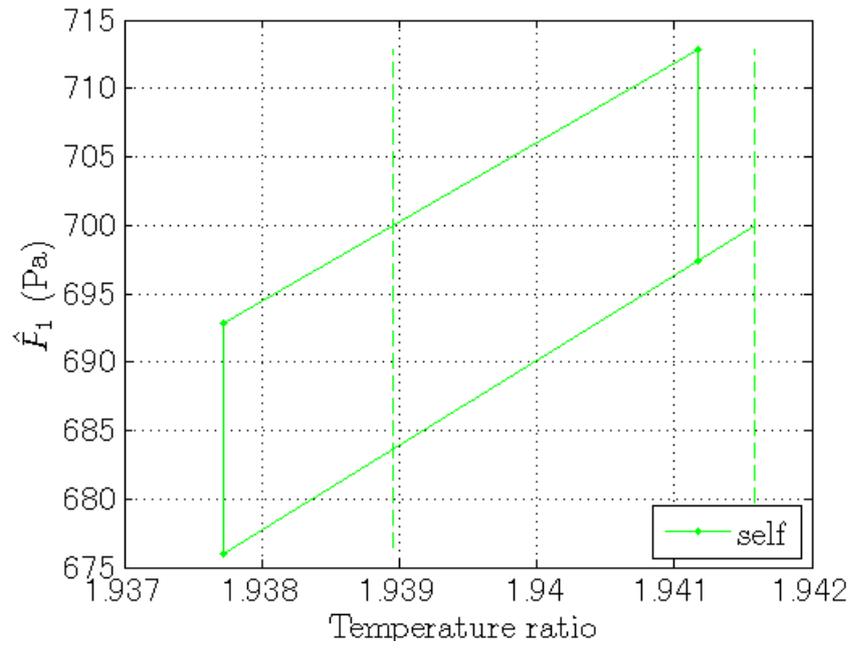


Fig. 5.3:  $T_H/T_C$  and  $\hat{P}_1$

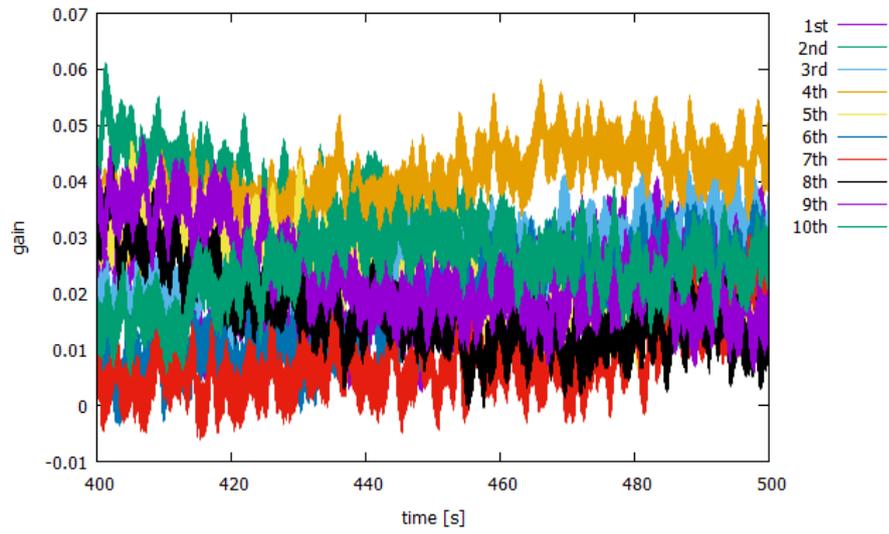


Fig. 5.4: Time responses of gain ( $T_H = 288\text{ }^\circ\text{C}$ , SPK1)

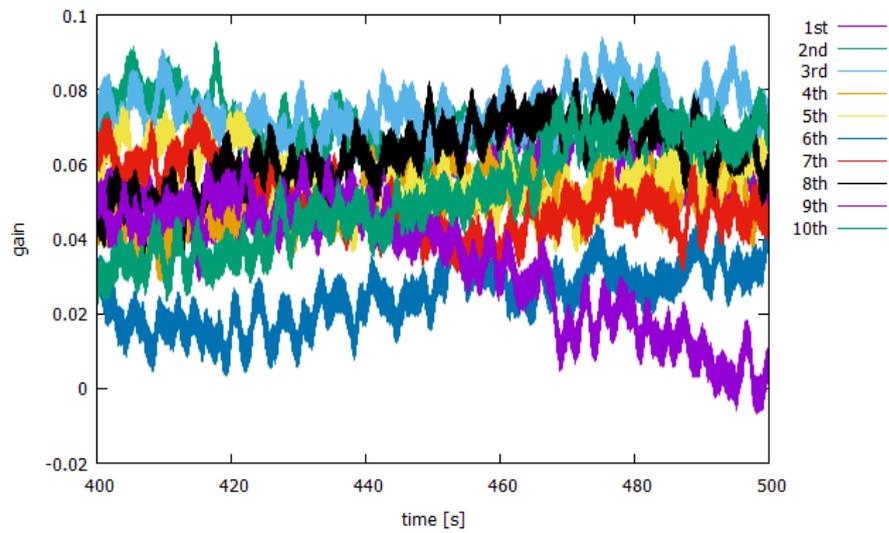


Fig. 5.5: Time responses of gain ( $T_H = 288\text{ }^\circ\text{C}$ , SPK2)

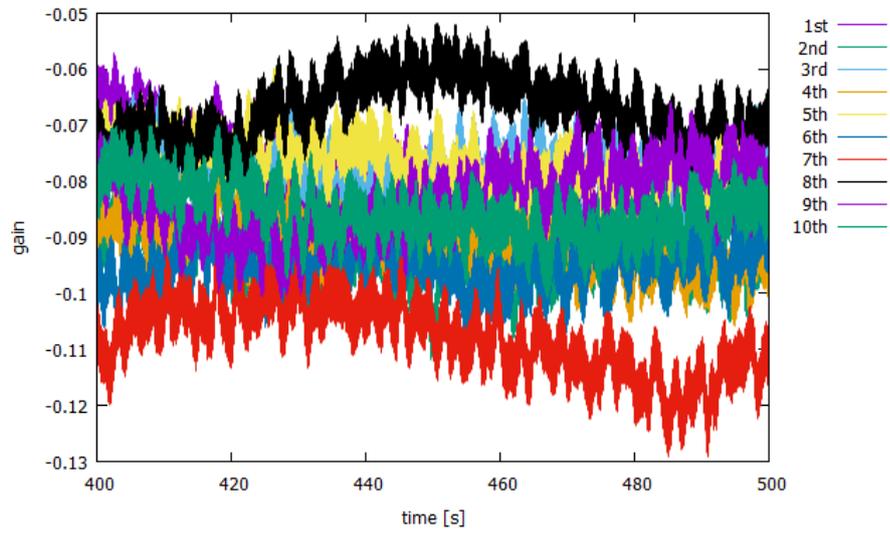


Fig. 5.6: Time responses of gain ( $T_H = 287 \text{ }^\circ\text{C}$ , SPK1)

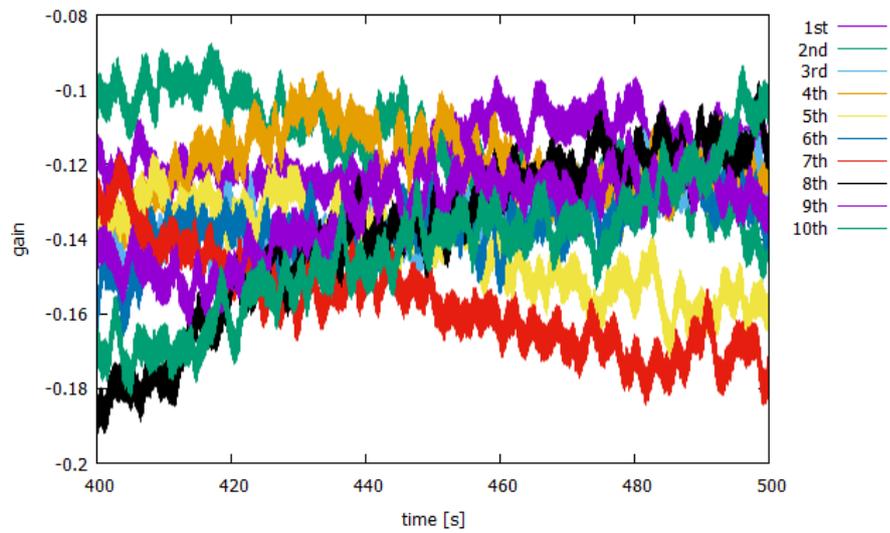


Fig. 5.7: Time responses of gain ( $T_H = 287 \text{ }^\circ\text{C}$ , SPK2)

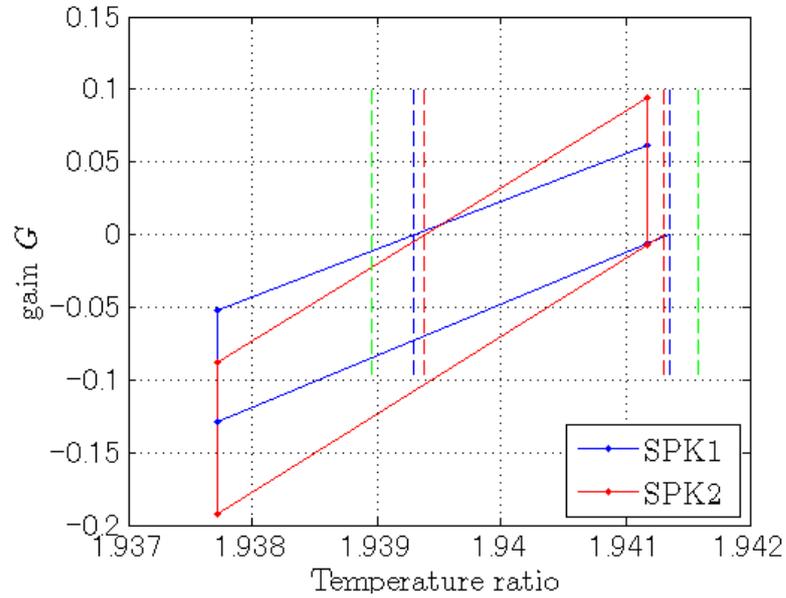


Fig. 5.8:  $T_H/T_C$  and gain  $G$

### 5.2.2 Case (B)

各温度比で、記録した自励発振時圧力振幅  $\hat{P}_1$  全て (Fig. 5.1, Fig. 5.2 にプロットされている全ての値) の平均をとったものを Fig. 5.9 に示す。自励発振時圧力振幅の平均が 700 Pa となる温度比 (縦破線) は約 1.94 となった。

自励発振と同様に、各温度比・音源駆動状態で、定常発振制御した際に記録したゲイン  $G$  全ての平均をとったものを Fig. 5.10 に示す。ゲイン  $G$  が 0 となる温度比は SPK1 駆動時 (青破線), SPK2 駆動時 (赤破線) とともに 1.94 程度となった。音源の位置に依らず小数点以下第 2 位までの精度で推定が出来ると言える。

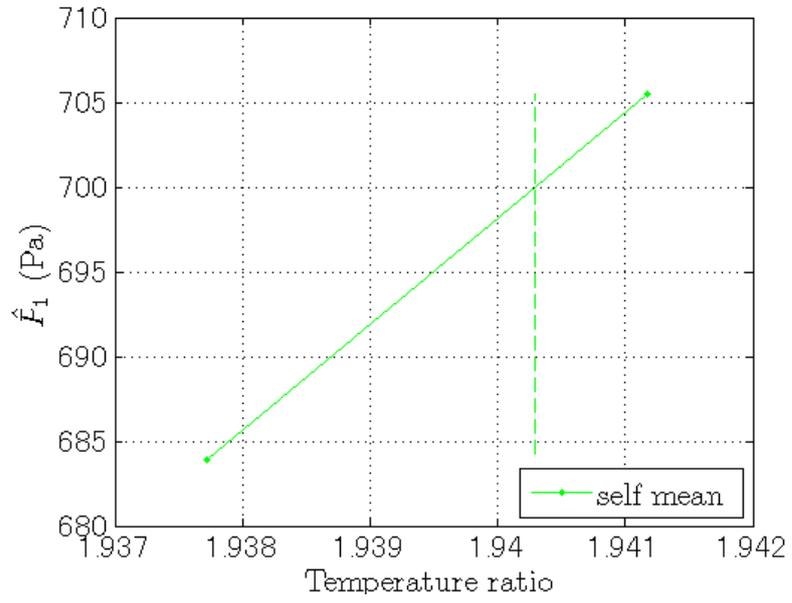


Fig. 5.9:  $T_H/T_C$  and  $\hat{P}_1$

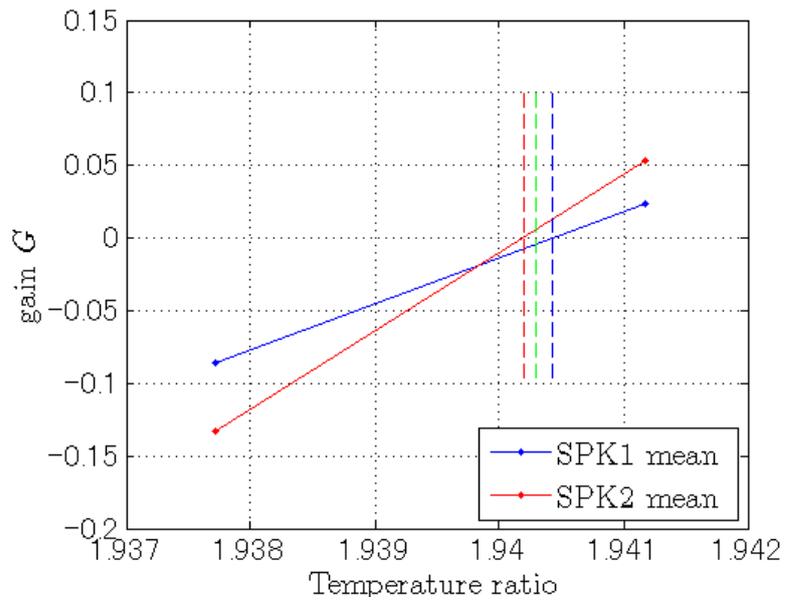


Fig. 5.10:  $T_H/T_C$  and gain  $G$

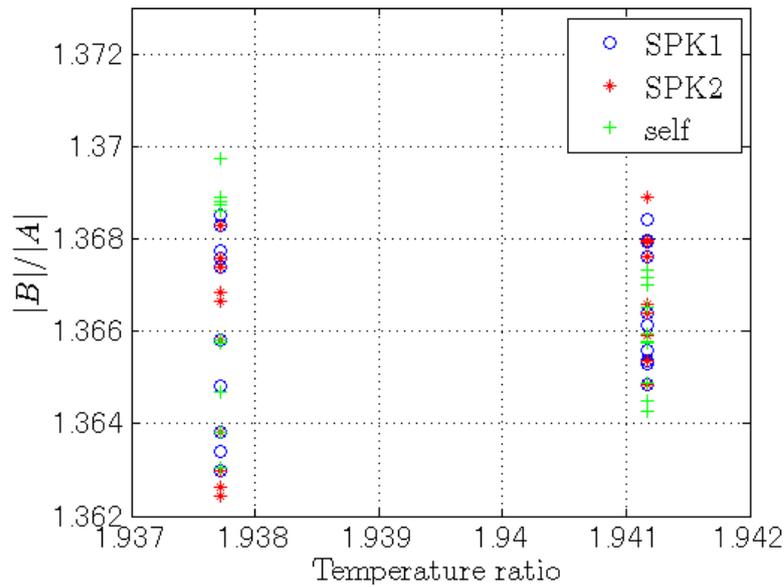


Fig. 5.11:  $T_H/T_C$  and  $|\tilde{B}|/|\tilde{A}|$

### 5.2.3 温度比と進行波圧力成分の関係

臨界温度比付近での音源位置と進行波圧力成分の振幅比の関係を探るため、温度比と各実験毎に求めた進行波圧力成分の振幅比  $|\tilde{B}|/|\tilde{A}|$  の関係を Fig. 5.11 に示す。すべての温度比・音源駆動状態で差が 0.008 より小さいため自励発振時圧力振幅の変動を考慮しても、音源による違いが出なかったと考えられる。音源による違いが出なかったのは、臨界温度比付近の温度比を用いて行ったため、ゲインが 0 近くとなり、音源駆動による効果が小さかったためだと考えられる。これは、第 4 章および Fig. 4.8 で真の臨界温度比に近い温度比 ( $T_H = 380\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_C = 17\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_H/T_C \cong 2.25$ ) で、SPK1, SPK2, 自励発振の値がほぼ重なっていることから確認出来る。このことから、ループ管進行波型熱音響システムにおける臨界温度比推定では、臨界温度比に近い温度比を用いた場合では音源の位置と推定結果に関係は無いが、臨界温度比から離れた温度比を用いた推定では、音源の駆動による効果が高まり、音源位置に依って推定結果に差が生じると考えられる。実際、Fig. 4.8 で  $T_H = 390\text{ }^\circ\text{C}$  ( $T_H/T_C \cong 2.29$ ) の結果を見ると、SPK1 と自励発振の値が重なっているのに対し、SPK2 の値が離れているのが分かる。そのため、 $T_H = 380\text{ }^\circ\text{C}$  と  $390\text{ }^\circ\text{C}$  の結果から推定された臨界温度比 (Fig. 4.7) は SPK1 の方が SPK2 より真の臨界温度比に近い結果が得られたと考えられる。より自励発振臨界温度比から離れた温度比を用いて正確に臨界温度比推定を行うには、自励発振時の音場を再現することが必要であると考えられる。

## 第6章 結言

本論文では、定在波型熱音響システムに対して提案されている音源と圧力センサを用いて圧力振幅を一定とする定常発振制御に基づいてシステムが所望の圧力振幅で自励発振する臨界温度比を推定する手法を、ループ管進行波型熱音響システムに応用し、以下の知見を得た。

1. ループ管進行波型熱音響システムに設置された2個の音源を1個ずつ用いて定常発振制御を行った。結果、定在波型システムの場合と同様に、制御系の時変ゲインの定常値と温度比が右上がりの直線関係になること、その結果臨界温度比の推定が出来ることを実験的に示した。さらに音源1個でも進行波音場が実現されること、定常発振制御に使用する音源の位置によって2方向の進行波圧力成分の振幅比と温度比の関係が変わること、それが自励発振時の状態に近いほど正確な推定が出来る可能性を示した。
2. 本実験装置では臨界温度比が変動することから、臨界温度比の変動が推定に与える影響を考慮し、より詳細に音源位置が推定に与える効果を調べるため臨界温度比の付近の温度比を用いて推定を行うことで、以下の結果を得た。
  - (a) 真の臨界温度比を自励発振時に所望の圧力振幅になることがある温度比の幅で考えた場合、音源の位置に依らず、推定された温度比を用いれば所望の圧力振幅で自励発振することがあることを示した。
  - (b) 真の臨界温度比を自励発振時圧力振幅の平均が所望の値になる温度比と考えた場合、音源の位置に依らず小数点以下2桁の精度で推定が出来ることを示した。

さらに、臨界温度比から離れた温度比を用いて推定を行うほど、音源位置によって推定結果が異なる可能性を示し、自励発振時の音場を再現する必要があることを示した。

自励発振時の音場を再現する方法として2個の音源を同時駆動することが考えられる。2個の音源の振幅比と位相差を調整することで管内の音場の調整が出来ることが報告されている [16]。今後の課題は自励発振時の管内音場を再現しながら定常発振制御を行うことである。

## 第7章 今後の課題

今後の課題に

- $T_H$  および  $T_C$  の安定化
- 臨界温度比から大きく離れた温度比を用いて温度比推定
- 2個の音源同時駆動による臨界温度比推定

が挙げられる。

$T_H$  および  $T_C$  がより安定なシステムを構築することで、自励発振時圧力振幅の変動が抑えられ、より細かな議論が出来ると考えられる。

臨界温度比から大きく離れた温度比を用いて温度比推定を行った際、SPK1 と SPK2 で大きく音場が異なることから、推定結果により差が生まれると考えられる。さらに 4.8 より SPK1 の方が自励発振時の音場に近いと考えられるため、常に SPK1 の方が真の臨界温度比に近い温度比を推定することが出来ると考えられる。

2個の音源を同時駆動し、その振幅比と位相差を変えることで様々な音場での臨界温度比推定を行い、自励発振時の音場に最も近い時、推定結果が真の臨界温度比に近づくと考えられる。

## 謝辞

本学准教授の小林泰秀先生には，本研究に関して手厚いご指導，ご鞭撻を賜りました．厚く御礼申し上げます．

明田川研究室の岩船皓介君には，本研究の実験装置の製作に関して手伝っていただきましたことに厚くお礼を申し上げます．

最後に小林研究室の皆様にはゼミ等を通じて多くの助言や指摘を頂きました．深く感謝の意を表します．

## 参考文献

- [1] 琵琶 哲志, “熱音響デバイス”, コロナ社 (2018).
- [2] 篠田将太郎, 小林泰秀, 上田祐樹, ”熱音響コアの多段接続による電力フィードバック進行波型熱音響発電機の実現”, 日本音響学会誌, 74-6, pp.313-323 (2018) .
- [3] Baiman Chen, Abdalla A.Yousif, Paul H.Riley, David B.Hann, ”Development and Assessment of Thermoacoustic Generators Operating by Waste Heat from Cooking Stove”, *Engineering*, 4, pp.894-902 (2012)
- [4] Flávio C. Bannwarta, Guillaume Penelet, Pierrick Lotton, and Jean-Pierre Dalmont, ”Measurements of the impedance matrix of a thermoacoustic core: Applications to the design of thermoacoustic engines”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, May, pp.2650-2660 (2013)
- [5] 矢崎太一, 上田祐樹, 琵琶哲志, ”音を利用して冷やす方法-熱音響冷凍機の原理と試作”, 日本音響学会誌, 62, pp.128-133 (2006)
- [6] 櫻井 一晃, 小林 泰秀, 中田 匠, 山田 昇, ”定在波型熱音響エンジンの適応定常発振制御に基づく臨界温度比推定”, 日本音響学会誌, 73-2, pp.93-99 (2017) .
- [7] A.A.Atchley, H.E.Bass, T.J.Hofler, H.T.Lin, ”Study of a thermoacoustic prime mover below onset of selfoscillation”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95, pp.734-743 (1992) .
- [8] T.Biwa, D.Hasegawa, T.Yazaki, ”Low temperature differential thermoacoustic Stirling engine”, *Applied Physics Letters*, 97, 034102 (2010) .
- [9] 阿部 誠, 窄 智久, 山本 康, 長谷川 真也, 琵琶 哲志 ”商用自動車向廃熱回生用熱音響スターリングエンジンの研究”, 自動車技術会 学術講演会前刷集, No.49-12, pp.11-16 (2012) .
- [10] 富永 昭, “熱音響工学の基礎”, 内田老鶴圃 (1998) .

- [11] Peter H.Ceperley, "A pistonless Stirling engine The traveling wave heat engine", Acoustical Society of America, 66, pp.1508-1513 (1979) .
- [12] Kalid O.A.Abdoulla-Latiwish, Artur J.Jaworski, "Two-stage travelling-wave thermoacoustic electricity generator for rural areas of developing countries", Applied Acoustics, 151, pp.87-98 (2019)
- [13] Y.Ueda, T.Biwa, U.Mizutani, T.Yazaki, " Experimental studies of a thermoacoustic Stirling prime mover and its application to a cooler ", Acoustical Society of America, 115, pp.1134-1141 (2004) .
- [14] 琵琶 哲志, "ダブルループ熱音響スターリングクーラー -I. 仕事流測定-", 低温工学, 43, pp.536-542 (2008) .
- [15] S.Backhaus, G.W.Swift "A thermoacoustic Stirling heat engine," Nature, 399, pp.335-338 (1999).
- [16] C.Desjoux, G.Penelet, P.Lotton, "Active control of thermoacoustic amplification in an annular engine", JOURNAL OF APPLIED PHYSICS, 108, 114904 (2010)

## 学会発表リスト (口頭発表)

(講演発表者の氏名に○印，著者に下線を付す)

1. 日本音響学会 2018 年秋季研究発表会

”定常発振制御に基づくループ管進行波型熱音響エンジンの臨界温度比推定”

○馬場 一貴，小林 泰秀，

開催日：平成 30 年 9 月 12・13・14 日

2. 日本機械学会 北陸信越支部 第 57 期総会・講演会

”定常発振制御に基づくループ管進行波型熱音響システムの臨界温度比推定における音源位置の効果”

○馬場 一貴，小林 泰秀，

開催日：令和 2 年 3 月 8 日（発表予定）